



ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน

คณะวิศวกรรมศาสตร์ ถังแดงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

# กลศาสตร์ของไหล FLUID MECHANICS

ผศ.ดร.สมชาย ดอนเจดีย์



# กลศาสตร์ของไหล

ผศ.ดร.สมชาย ดอนเจดีย์

ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน

คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสนมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

## คำนำ

วิชากลศาสตร์ของไหลเป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนของนิสิต นักศึกษา ในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์ทุกสาขา ตำราเล่มนี้จะเน้นเนื้อหาที่เป็นประโยชน์กับ วิศวกรรมชลประทาน วิศวกรรมทรัพยากรน้ำ และวิศวกรรมโยธา เป็นหลัก กลศาสตร์ของไหลคือวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของไหลที่สภาวะต่าง ๆ อาจแบ่งได้เป็นสองส่วนคือสถิตยศาสตร์ของไหล ซึ่งศึกษาของไหลในขณะหยุดนิ่ง (Fluid Statics) และพลศาสตร์ของไหล (Fluid Dynamics) ซึ่งศึกษาของไหลในขณะเคลื่อนที่ ของไหลประกอบด้วยก๊าซและของเหลว ในตำราเล่มนี้จะเน้นการศึกษาการไหลของของเหลวเป็นหลัก โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 บท เนื้อหาจะครอบคลุมตามที่สภาวิศวกรกำหนดและได้เพิ่มเติมเนื้อหาสำหรับนิสิตที่ต้องเรียนในสาขาวิชาวิศวกรรมชลประทาน วิศวกรรมทรัพยากรน้ำและวิศวกรรมโยธา ดังนี้

**บทที่ 1 คุณสมบัติของไหล** ซึ่งจะกล่าวถึงคุณสมบัติที่จำเป็นที่ผู้เรียนต้องทราบเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชากลศาสตร์ของไหล

**บทที่ 2 ของไหลสถิต** เป็นการศึกษาถึงความดัน การวัดความดัน ทั้งความดันสัมบูรณ์และความดันเกจ แรงที่กระทำกับวัตถุผิวเรียบ และผิวโค้งที่อยู่ในของไหลในกรณีที่ของไหลหยุดนิ่งหรือไม่มีการไหล

**บทที่ 3 สมการควบคุมของการไหล** เป็นการศึกษาถึงลักษณะการไหล การสร้างสมการควบคุมการไหล โดยใช้เทคนิคปริมาตรควบคุม และทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัมและสมการพลังงาน

**บทที่ 4 การวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง** เป็นการศึกษาถึงการวิเคราะห์มิติและการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ การใช้หลักความคล้ายคลึงทางด้านชลศาสตร์ในการสร้างแบบจำลอง การแปรผลจากจำลองเป็นของจริง

**บทที่ 5 การไหลในท่อ** เป็นการศึกษาถึงลักษณะการไหลในท่อปิดภายใต้แรงดัน การหาการสูญเสียพลังงานที่เกิดจากการไหลที่ผ่านท่อหรืออุปกรณ์ประกอบท่อ การไหลผ่านระบบท่ออนุกรมหรือระบบท่อขนาน และการวัดอัตราการไหลภายในท่อ

**บทที่ 6 การไหลในทางน้ำเปิด** เป็นการศึกษาถึงลักษณะการไหลในทางน้ำเปิดภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก การคำนวณพลังงานจำเพาะการไหล และการไหลวิกฤติ การไหลผ่านทางน้ำที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับท้องน้ำ การคำนวณหาความเร็วและอัตราการไหลที่ไหลผ่านหน้าตัดการไหลต่าง ๆ และการวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิด

**บทที่ 7 เครื่องจักรกลในงานชลศาสตร์** เป็นการศึกษาถึงเครื่องสูบน้ำและกังหันน้ำ

เนื้อหาทั้งหมดจะเป็นพื้นฐานสำหรับผู้เรียนในรายวิชาต่าง ๆ เช่น วิศวกรรมชลศาสตร์ การออกแบบคลองและอาคารส่งน้ำ การออกแบบเขื่อนขนาดเล็กและอาคารส่งน้ำ การออกแบบระบบท่อ และระบบชลประทานภายใต้แรงดันเป็นต้น และวิชาอื่น ๆ ที่ต้องใช้ความรู้เรื่องการไหลในการแก้ปัญหาเฉพาะทางในด้านนั้น ๆ ผู้เขียนหวังเป็นอย่างยิ่งว่า ตำราเล่มนี้จะเป็นประโยชน์กับ นิสิต นักศึกษา และผู้สนใจทั่วไป

ผู้เขียนต้องขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านของผู้เขียน ผู้ประสิทธิ์ ประสาท วิชาความรู้และอบรมรวมทั้งเป็นที่ปรึกษาที่ดีตลอดมา คณาจารย์และบุคลากรของภาควิชาวิศวกรรมชลประทานและคณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน ที่คอยสนับสนุนและช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ นิสิตภาควิชาวิศวกรรมชลประทานและวิศวกรรมโยธาที่ได้เรียนวิชาการศาสตร์ของไหลกับผู้เขียน ซึ่งเป็นข้อมูลให้ผู้เขียนได้นำมาปรับปรุงเอกสารประกอบการสอนจนกลายเป็นตำราเล่มนี้ พี่ เพื่อน และ น้อง ๆ ทุกคนที่คอยสนับสนุนผู้เขียน สุดท้ายผู้เขียนต้องขอขอบคุณ บิดา มารดาและครอบครัวของผู้เขียนที่คอยเป็นกำลังใจให้ผู้เขียนตลอดมา

ผศ.ดร.สมชาย ดอนเจดีย์

ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน

คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

15 ธันวาคม 2557

## สารบัญ

หน้า		
<b>บทที่ 1</b>	<b>คุณสมบัติของไหล</b>	<b>1</b>
	นิยามของไหล	1
	คุณสมบัติของไหล	2
	ความหนาแน่น	2
	น้ำหนักจำเพาะ	2
	ความถ่วงจำเพาะ	3
	ปริมาตรจำเพาะ	3
	ความหนืด	4
	ความสามารถในการบีบอัดตัวของไหล	13
	แรงตึงผิว	14
	แบบฝึกหัดท้ายบท	16
<b>บทที่ 2</b>	<b>ของไหลสถิต</b>	<b>21</b>
	ความดัน	21
	ความดันที่จุดใดจุดหนึ่งในของไหลหยุดนิ่ง	22
	การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต	23
	การวัดความดัน	27
	แรงดันที่ของไหลกระทำกับผิวระนาบ	42
	แรงดันที่กระทำกับผิวระนาบเอียง	43
	แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง	48
	แรงลอยตัว	53
	เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของไหล	56
	การไหลวนแบบบังคับ	61
	แบบฝึกหัดท้ายบท	66

สารบัญ (ต่อ)

หน้า	
<b>บทที่ 3</b> สมการควบคุมของการไหล	76
สมการควบคุม	79
ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายเรย์โนลด์	80
สมการกฎการอนุรักษ์มวล	85
สมการโมเมนตัมเชิงเส้น	93
การหาแรงกระทำของน้ำบนแผ่นกั้น	95
สมการพลังงาน	99
สมการของแบร์นูลลี	101
แบบฝึกหัดท้ายบท	117
<b>บทที่ 4</b> การวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง	121
หน่วยและมิติ	121
หน่วย	121
มิติ	122
การวิเคราะห์มิติ	124
วิธีของเรย์ไลท์	127
ทฤษฎีของบัคกิงแฮมไพน์	130
กลุ่มตัวแปรไร้มิติที่พบทั่วไปในกลศาสตร์ของไหล	144
แบบจำลองและความคล้ายคลึง	146
ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตรูปร่าง	148
ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์	149
ความคล้ายคลึงทางพลวัต	150
แบบฝึกหัดท้ายบท	159

สารบัญ (ต่อ)

หน้า	
<b>บทที่ 5 การไหลในท่อ</b>	162
รูปแบบการไหลภายในท่อ	162
การไหลช่องทางเข้าและการไหลพัฒนาเต็มที่	165
การสูญเสียพลังงานภายในท่อ	166
การสูญเสียหลัก	167
การสูญเสียรอง	176
การไหลในระบบท่อ	185
การต่อท่อแบบอนุกรม	185
การต่อท่อแบบขนาน	186
วัดอัตราการไหลในท่อ	194
มาตรวัดแบบแผ่นเจาะรู	196
มาตรวัดแบบท่อหัวฉีด	200
มาตรวัดแบบท่อเวนจูรี	202
มาตรวัดแบบโรตاميเตอร์	204
มาตรวัดแบบท่อพิโทด	205
แบบฝึกหัดท้ายบท	208
<b>บทที่ 6 การไหลในทางน้ำเปิด</b>	212
คุณสมบัติของทางน้ำเปิด	215
ประเภทการไหลในทางน้ำเปิด	218
จำแนกตามชนิดของการไหล	218
จำแนกประเภทตามสภาวะของการไหล	221

สารบัญ (ต่อ)

หน้า	
สมการควบคุมการไหล	223
สมการความต่อเนื่อง	223
สมการโมเมนตัม	225
สมการพลังงาน	226
พลังงานจำเพาะและการไหลวิกฤต	227
การไหลวิกฤตในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	232
การเปลี่ยนแปลงสภาพการไหล	235
การไหลแบบสม่ำเสมอ	241
การคำนวณหาความเร็วการไหลในทางน้ำเปิด	243
ปรากฏการณ์น้ำโจน	259
การสูญเสียพลังงานในการเกิดน้ำโจน	262
ประสิทธิภาพของปรากฏการณ์น้ำโจน	262
ความสูงของปรากฏการณ์น้ำโจน	262
ความยาวของปรากฏการณ์น้ำโจน	263
การแบ่งประเภทของน้ำโจน	263
การวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิด	267
การหาอัตราการไหลผ่านฝายสันคม	268
ฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม	268
ฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม	271
กรณีฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม	272
กรณีฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม	272
การไหลลอดผ่านประตูบานตรง	273
แบบฝึกหัดท้ายบท	278



สารบัญ (ต่อ)

หน้า	
บทที่ 7 เครื่องจักรกลในงานชลศาสตร์	283
เครื่องสูบน้ำ	283
ชนิดของเครื่องสูบน้ำ	283
หลักการทำงานของเครื่องสูบน้ำ	286
กังหันน้ำ	294
ชนิดของกังหันน้ำ	294
กังหันน้ำแบบกระแทก	294
การวิเคราะห์หลักการทำงานของกังหัน	296
กังหันน้ำแบบแรงสะท้อน	304
แบบฝึกหัด	306
บรรณานุกรม	283
ภาคผนวก	312

## บทที่ 1

### คุณสมบัติของไหล (Fluid Properties)

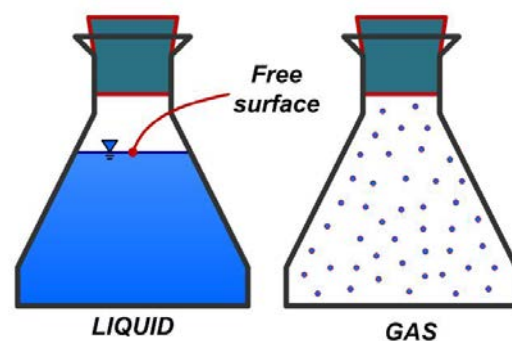
สสารนั้นถูกแบ่งออกเป็นสามประเภทด้วยกันคือ ของแข็ง ของเหลว และ ก๊าซ โดยของไหลนั้นจะอยู่ในสถานะของก๊าซและของเหลว ของไหลไม่สามารถคงรูปร่างถาวรได้หากไม่มีภาชนะมาบรรจุ ทำให้ของไหลต้องมีรูปร่างตามตามภาชนะที่บรรจุ ดังนั้นการศึกษากลศาสตร์ของไหลจึงไม่ใช่การศึกษาของไหลที่มีการเคลื่อนที่เพียงอย่างเดียว จำเป็นต้องศึกษาของไหลทั้งกรณีที่มีการไหลและไม่มีไหล เพื่อเป็นการปูพื้นฐานผู้เรียน ผู้เรียนจำเป็นต้องทราบนิยาม และคุณสมบัติของไหล เพื่อใช้องค์ความรู้ในการศึกษาต่อไป

### นิยามของไหล (Definition of Fluid)

ของไหลหมายถึงสสารที่ไม่สามารถทนต่อแรงเฉือนได้ไม่ว่าแรงเฉือนนั้นจะมีค่าเท่าใดก็ตาม และสามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างต่อเนื่องเมื่อถูกกระทำด้วย ความเค้นเฉือน ซึ่งนั่นหมายความว่า เมื่อใดที่มีความเค้นความเค้นเฉือนมากระทำ ของไหลจะเกิดการขยับตัวและเปลี่ยนรูปร่างไป กล่าวได้ว่าในขณะที่ของไหลเคลื่อนที่จะต้องมีความเค้นเฉือนเกิดขึ้น ในทางตรงกันข้ามหากของไหลไม่มีการเคลื่อนที่ ณ. สถานะนั้นจะไม่มีความเค้นเฉือนกระทำอยู่เลย เช่นของไหลที่ถูกบรรจุไว้ในภาชนะ ซึ่งทำให้ของไหลมีรูปร่างตามภาชนะที่บรรจุ โดยสามารถแบ่งของไหลได้เป็นสองสถานะคือของเหลวและก๊าซ โดยมีรายละเอียดดังนี้

สถานะของเหลว (Liquid) คือสสารที่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาค น้อยกว่าของแข็ง ทำให้อนุภาคไม่ได้ยึดติดกัน อย่างของแข็ง จึงมีปริมาตรที่แน่นอนแต่มีรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงไปตามลักษณะของภาชนะที่บรรจุ แต่จะมีขอบเขตแบ่งระหว่าง ตัวมันเอง กับของไหลอื่น อย่างชัดเจน เรียกว่า “ผิวอิสระ” (Free Surface) ดังรูปที่ 1.1(a) ผิวอิสระนั้นจะวางตัวในแนวราบเสมอ นอกจากนี้ของเหลวยังมีคุณสมบัติที่ยากต่อการบีบอัด เนื่องจากระยะห่างระหว่างโมเลกุลค่อนข้างน้อย (มากกว่าของแข็งแต่น้อยกว่าก๊าซ) ตัวอย่างของเหลวที่พบประจำเช่น น้ำ และ น้ำมัน เป็นต้น

สถานะก๊าซ (Gas) คือ สสารที่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคน้อยมาก ทำให้อนุภาคฟุ้งกระจายจนเต็มภาชนะที่บรรจุตลอดเวลา ดังรูปที่ 1.1(b) ดังนั้น ก๊าซจึงมีปริมาตรและรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงไปตามลักษณะของภาชนะที่บรรจุ ก๊าซจะ ไม่มีผิวอิสระเหมือนของเหลว และถูกบีบอัดได้ง่ายกว่าของเหลว เนื่องจากมีระยะห่างระหว่างโมเลกุลมากกว่าของเหลว ก๊าซที่พบประจำได้แก่ อากาศ



รูปที่ 1.1 ความแตกต่างระหว่างของเหลวกับก๊าซ

## คุณสมบัติของไหล (Properties of Fluid)

คุณสมบัติของไหลเป็นปัจจัยหลักที่ต้องทราบเพื่อที่จะศึกษาวิชากลศาสตร์ของไหล โดยของไหลมีคุณสมบัติหลายอย่างที่ควรทราบ ในบทนี้จะได้นั้นถึงคุณสมบัติที่สำคัญ เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณหรือวิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของไหล ได้แก่ ความหนาแน่น ปริมาตรจำเพาะ น้ำหนักจำเพาะ ความถ่วงจำเพาะ ความหนืด ความตึงผิว และ ความสามารถในการบีบอัดตัว ของไหลโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### ความหนาแน่น (Density or Mass Density)

ความหนาแน่น หมายถึงมวลของไหล (Mass of Fluid) ในหนึ่งหน่วยปริมาตร (Volume) ใช้สัญลักษณ์เป็นภาษากรีกคือ “ $\rho$ ” (อ่านว่า โร, Rho) เขียนได้ดังสมการ

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

เมื่อ  $\rho$  คือความหนาแน่น ( $\text{kg/m}^3$ )  $m$  คือมวล ( $\text{kg}$ )  $V$  คือปริมาตร ( $\text{m}^3$ ) ความหนาแน่นของไหลแปรผันตามอุณหภูมิและความดัน โดย ณ.ความดันบรรยากาศและน้ำที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสจะมีความหนาแน่นเท่ากับ  $1,000 \text{ kg/m}^3$  (เป็นสถานะที่น้ำมีความหนาแน่นมากที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับน้ำที่อุณหภูมิต่ำอื่น ๆ ณ.ความดันบรรยากาศ) ในขณะที่อากาศมีความหนาแน่น  $1.25 \text{ kg/m}^3$

### น้ำหนักจำเพาะ (Specific Weight)

น้ำหนักจำเพาะ หมายถึงน้ำหนักเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของไหล (Weight) ในหนึ่งหน่วยปริมาตร (Volume) ใช้สัญลักษณ์เป็นภาษากรีกคือ “ $\gamma$ ” (อ่านว่า แกมมา, Gamma) เขียนได้ดังสมการ

$$\gamma = \frac{W}{V} = \rho g \quad (1.2)$$

เมื่อ  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะ ( $\text{N/m}^3$ )  $W$  คือน้ำหนัก ( $\text{N}$ )  $V$  คือปริมาตร ( $\text{m}^3$ )  $\rho$  คือความหนาแน่น ( $\text{kg/m}^3$ )  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $\text{m/s}^2$ ) เช่นเดียวกับความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะของไหลจะไม่คงที่โดยจะเปลี่ยนแปลงไป ตามอุณหภูมิและความดัน เช่น ณ.ความดันบรรยากาศ น้ำที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส มีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ  $9,810 \text{ N/m}^3$  ซึ่งเป็นสถานะที่น้ำมีน้ำหนักจำเพาะมากที่สุดเมื่อเทียบกับที่อุณหภูมิต่ำอื่น ๆ ณ.ความดันบรรยากาศ

### ความถ่วงจำเพาะ (Specific Gravity)

ความถ่วงจำเพาะ หมายถึงอัตราส่วน ของความหนาแน่นของไหลต่อความหนาแน่นของไหลอ้างอิง โดยหากเป็นของเหลวจะใช้น้ำที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ณ. ความดัน 1 บรรยากาศเป็นของไหลอ้างอิง ส่วนก๊าซจะใช้อากาศเป็นของไหลอ้างอิง สัญลักษณ์ของน้ำหนักจำเพาะ คือ “S” หรือ “SG” สามารถเขียนได้ดังสมการ (พิจารณาเฉพาะของเหลว)

$$SG = \frac{\rho}{\rho_w} \quad (1.3)$$

เมื่อ SG คือความถ่วงจำเพาะ (ไม่มีหน่วย)  $\rho$  คือความหนาแน่นของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $\rho_w$  คือ ความหนาแน่นของของน้ำ ( $\text{kg/m}^3$ )  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $\text{m/s}^2$ ) ดังนั้นค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ณ. ความดัน 1 บรรยากาศ จึงมีค่าเท่ากับ 1

### ปริมาตรจำเพาะ (Specific Volume)

ปริมาตรจำเพาะ หมายถึง ปริมาตรของไหล ( Volume) ต่อหนึ่งหน่วยมวล (Mass) ใช้สัญลักษณ์เป็นภาษกรีกคือ “ $\nu$ ” (อ่านว่า นิว, Niw) เขียนได้ดังสมการ

$$\nu = \frac{V}{m} \quad (1.4)$$

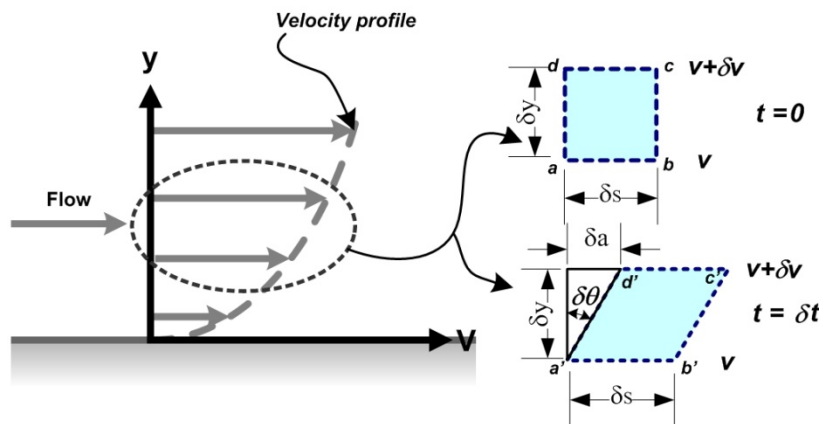
เมื่อ  $\nu$  คือปริมาตรจำเพาะ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )  $V$  คือปริมาตร ( $\text{m}^3$ )  $m$  คือมวล ( $\text{kg}$ )

ตัวอย่างที่ 1.1 Glycerin มีมวล 1200 kg ถูกบรรจุอยู่ในถังที่มีปริมาตร 0.952 m<sup>3</sup>. จงหาน้ำหนักของ ความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะของ Glycerin

- น้ำหนัก  $W = mg = 1200 \times 9.81 = 11,770 \text{ N}$
- ความหนาแน่น  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,200}{0.952} = 1,261 \text{ kg/m}^3$
- น้ำหนักจำเพาะ  $\gamma = \frac{W}{V} = \frac{11.77}{0.952} = 12.36 \text{ kN/m}^3$
- ความถ่วงจำเพาะ  $SG = \frac{\rho_{\text{glycerin}}}{\rho_{\text{H}_2\text{O at } 4^\circ\text{c}}} = \frac{1,261}{1,000} = 1.261$

### ความหนืด (Viscosity)

เมื่อของไหล ถูกกระทำด้วยแรงเฉือน ( Shear Force) จะเกิดแรงต้านทานการไหลเสมอหาก พิจารณาการหยุดของน้ำและน้ำมันเครื่องที่สภาวะอุณหภูมิและความดันเดียวกันพบว่าน้ำมันเครื่องจะ หยุดช้ากว่าน้ำ ที่เป็นเช่นนี้เพราะน้ำมันเครื่องมีแรงต้านทานการไหลได้ดีกว่าน้ำ แรงต้านทานการไหลนี้ คือแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในแนวขนาน โดยสามารถกล่าวได้ว่า ความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยน รูปร่างอันเนื่องมาจากแรงเฉือนนี้เราเรียกว่า “ความหนืด” (Viscosity) ไอแซก N(Isaac Newton) นัก ฟิสิกส์ชาวอังกฤษได้บัญญัติกฎความเค้นเฉือนอันเนื่องมาจากการไหลว่า ความเค้นเฉือนในเนื้อของไหล ณ จุดใดแปรผันโดยตรงกับอัตราการบิดตัวของไหล ณ จุดนั้น หากพิจารณาการไหลของน้ำดังรูปที่ 1.2 ณ ตำแหน่งที่ t และ t+δt พบว่าอัตราการบิดตัวคือมุม (θ) ที่เปลี่ยนไปในช่วงเวลา δt



รูปที่ 1.2 การเปลี่ยนรูปร่างของไหลอันเนื่องมาจากแรงเค้นเฉือน

จากรูปที่ 1.2 เมื่อที่เวลา  $t=0$  หากกำหนดขอบเขตการไหลเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $abcd$  มีขนาด  $\delta s \times \delta y$  ด้านบนของไหลรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้เคลื่อนที่ไปด้วยความเร็ว  $v + \delta v$  และด้านล่างเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็ว  $V$  และเมื่อเวลาผ่านไปเป็น  $t = \delta t$  จะทำให้มุมของสี่เหลี่ยมเปลี่ยนไป  $\delta\theta$  โดยรูปสี่เหลี่ยมจะเปลี่ยนเป็น  $a'b'c'd'$  อนุภาคของไหลที่มีความเร็วด้านล่าง ( $ab$ ) เท่ากับ  $V$  ด้านบน ( $dc$ ) จะมีความเร็วเท่ากับ  $v + \delta v$  ดังนั้นความเร็วผิวด้านบนและด้านล่างแตกต่างกันเท่ากับ  $\delta v$  ที่เวลา  $t = 0$  รูปร่างของอนุภาคจะมีลักษณะดังรูป  $abcd$  และเมื่อเวลาเปลี่ยนไป  $t = \delta t$  อนุภาคจะมีรูปร่างเปลี่ยนแปลงไปเป็นรูป  $a'b'c'd'$  ดังนั้นอัตราการบิดตัวของไหล ( $\delta\theta/\delta t$ ) คือการเบนไปในแนวระนาบในช่วงเวลา  $\delta t$  และหากพิจารณามุม  $\delta\theta$  จะได้

$$\tan\delta\theta = \frac{\delta a}{\delta y} \text{ แต่เนื่องจากมุม } \delta\theta \text{ มีขนาดเล็กมาก ดังนั้น}$$

$$\tan\delta\theta = \delta\theta = \frac{\delta a}{\delta y} \text{ และเนื่องจากระยะทาง} = \text{ความเร็ว} \times \text{เวลา} \text{ จะได้ } \delta a = (\delta v)(\delta t) \text{ จึงทำให้}$$

$$\delta\theta = \frac{(\delta v)(\delta t)}{\delta y} \Rightarrow \frac{\delta\theta}{\delta t} = \frac{\delta v}{\delta y} \quad (1.5)$$

อาจกล่าวได้ว่าอัตราการบิดตัวของไหล ( $\delta\theta/\delta t$ ) คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (Shear Strain Rate) ซึ่งจะมีค่าแปรผันโดยตรงกับ ความเค้นเฉือน (Shear Stress) โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ

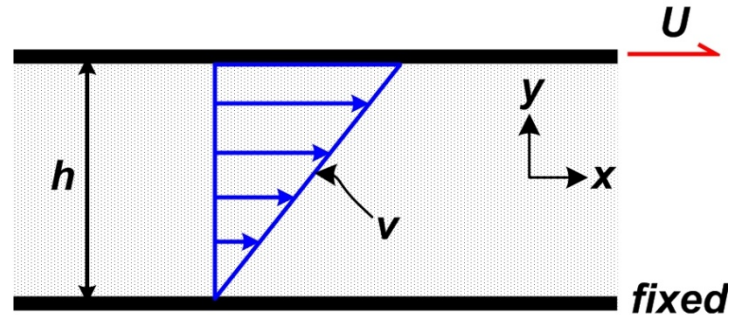
$$\frac{\delta\theta}{\delta t} \propto \tau \quad \text{หรือ} \quad \tau \propto \frac{\delta v}{\delta y} \quad (1.6)$$

สมการที่ 1.6 เป็นสมการสัดส่วน หากต้องการให้เป็นสมการสมดุลต้องใส่ค่าคงตัวสัดส่วน (Constant of Proportionality) เข้าไปซึ่งค่าคงตัวที่ใส่เข้าไปนั้นคือความหนืดพลศาสตร์ (Dynamic Viscosity) หรือ ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity) โดยที่ใช้สัญลักษณ์เป็นภาษากรีกคือ " $\mu$ " (อ่านว่า มิว - mu) และสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (1.7)$$

เมื่อ  $\tau$  คือความเค้นเฉือน ( $N/m^2$ )  $\mu$  คือความหนืดสัมบูรณ์ ของไหล ( $N \cdot s/m^2$ )  $dv/dy$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ( $v$ ) ตามความลึกการไหล ( $y$ ) หรือค่าความชันของความเร็ว (Velocity Gradient) หรือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียดเฉือน จากสมการที่ 1.7 สามารถกล่าวได้ว่า ความหนืด คือ อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียดเฉือน [ $\mu = \tau/(dv/dy)$ ]

ตัวอย่างที่ 1.2 แผ่นเหล็กแบนราบบางสองแผ่นขนาดใหญ่วางขนานกันด้วยระยะห่างเท่ากับ  $h$  ดังรูป เมื่อแผ่นล่างถูกยึดให้อยู่นิ่งและแผ่นบนถูกทำให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v$  ในแนวแกน  $x$  จากการตรวจสอบพบว่าของไหลที่ถูกบรรจุอยู่ระหว่างแผ่นเหล็กทั้งสองมีความหนืดสัมบูรณ์ เท่ากับ  $\mu$  จงหาความเร็วของไหลระหว่างแผ่นเหล็กทั้งสอง และความเค้นเฉือนที่แผ่นราบด้านบนและด้านล่าง



รูปที่ Ex1.2 การไหลภายใต้ความเค้นเฉือนที่ความหนืดคงที่

#### ข้อกำหนด

- ไม่คติน้ำหนักของแผ่นเหล็ก
- การไหลอยู่ในสภาวะสมดุล ทำให้ความเร็วการไหลคงที่และการกระจายความเร็วการไหลเป็นแบบเชิงเส้นตามความลึกการไหล

วิธีทำ จากข้อกำหนดจะได้

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

หรือ 
$$dv = \frac{\tau}{\mu} dy \quad (\text{Ex1.2-1})$$

เมื่อการกระจายความเร็วเป็นแบบเชิงเส้นตามความลึกการไหลจะทำให้  $dv/dy$  มีค่าคงที่ ส่งผลให้ความเค้นเฉือนตลอดหน้าตัดการไหลเป็นค่าคงที่เช่นเดียวกัน ทำการปริพันธ์สมการที่ Ex1.2-1 จะได้

$$\int dv = \frac{\tau}{\mu} \int dy$$

$$v = \frac{\tau}{\mu} y + c \quad (\text{Ex1.2-2})$$

เมื่อ  $v$  คือความเร็วการไหลที่ความลึกการไหล  $y$  ใด ๆ ซึ่งโจทย์ต้องการทราบ  $\tau$  คือความเค้นเฉือนซึ่งยังไม่ทราบค่า  $\mu$  คือความหนืดสัมบูรณ์ ของไหลโดยทั่วไปแล้วจะทราบค่า  $c$  คือค่าคงที่ซึ่งยังไม่ทราบค่า การแก้สมการ Ex1.2-2 เพื่อหาค่าความเร็วการไหลนั้นต้องทำการหาค่า  $\tau$  และ  $c$  ให้ได้เสียก่อน ในการแก้ปัญหาครั้งที่จะใช้การใช้ค่าขอบเขต (Boundary Condition) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ทราบค่า  $v$  คือด้านล่างที่  $v=0$  เมื่อ  $y=0$  และ ด้านบนที่  $v=U$  เมื่อ  $y=h$  แทนค่าลงในสมการ Ex1.2-2 ดังนี้

$$\text{ด้านล่าง} \quad 0 = \frac{\tau}{\mu} 0 + c \quad \text{จะได้} \quad c = 0$$

$$\text{ด้านบน} \quad U = \frac{\tau}{\mu} h + 0 \quad \text{จะได้} \quad U = \frac{\tau}{\mu} h \quad \text{หรือ} \quad \tau = \frac{\mu U}{h}$$

นำค่า  $\tau$  และ  $c$  ที่ทราบค่ากลับเข้าไปแทนในสมการ Ex1.2 จะได้  $v = y \frac{U}{h}$  ตอบ

หาความเค้นเฉือน

$$\text{จากสมการ} \quad \tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

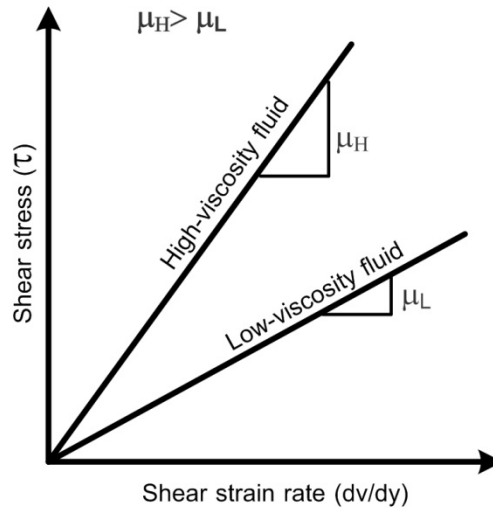
$$\tau = \mu \frac{d(y(U/h))}{dy}$$

$$\tau = \mu \frac{U}{h}$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นพบว่าความเค้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับความลึก  $y$  เลย ดังนั้นจึงตอบได้ว่าความเค้นเฉือนด้านบนและด้านล่างมีค่าเท่ากัน คือ  $\mu \frac{U}{h}$  ตอบ



จากสมการความหนืดของนิวตันจะเห็นได้ว่า ถ้า ความหนืดของไหล คงที่ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้นเฉือน กับ ความชันของความเร็ว ( $dv/dy$ ) จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ  $\mu$  ดังรูปที่ 1.3 ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถสรุปได้ว่า สำหรับของไหลที่มีความหนืดสูง จะต้องใช้ ความเค้นเฉือนมาก เพื่อที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความเร็ว หรือเปลี่ยนแปลงรูปร่าง

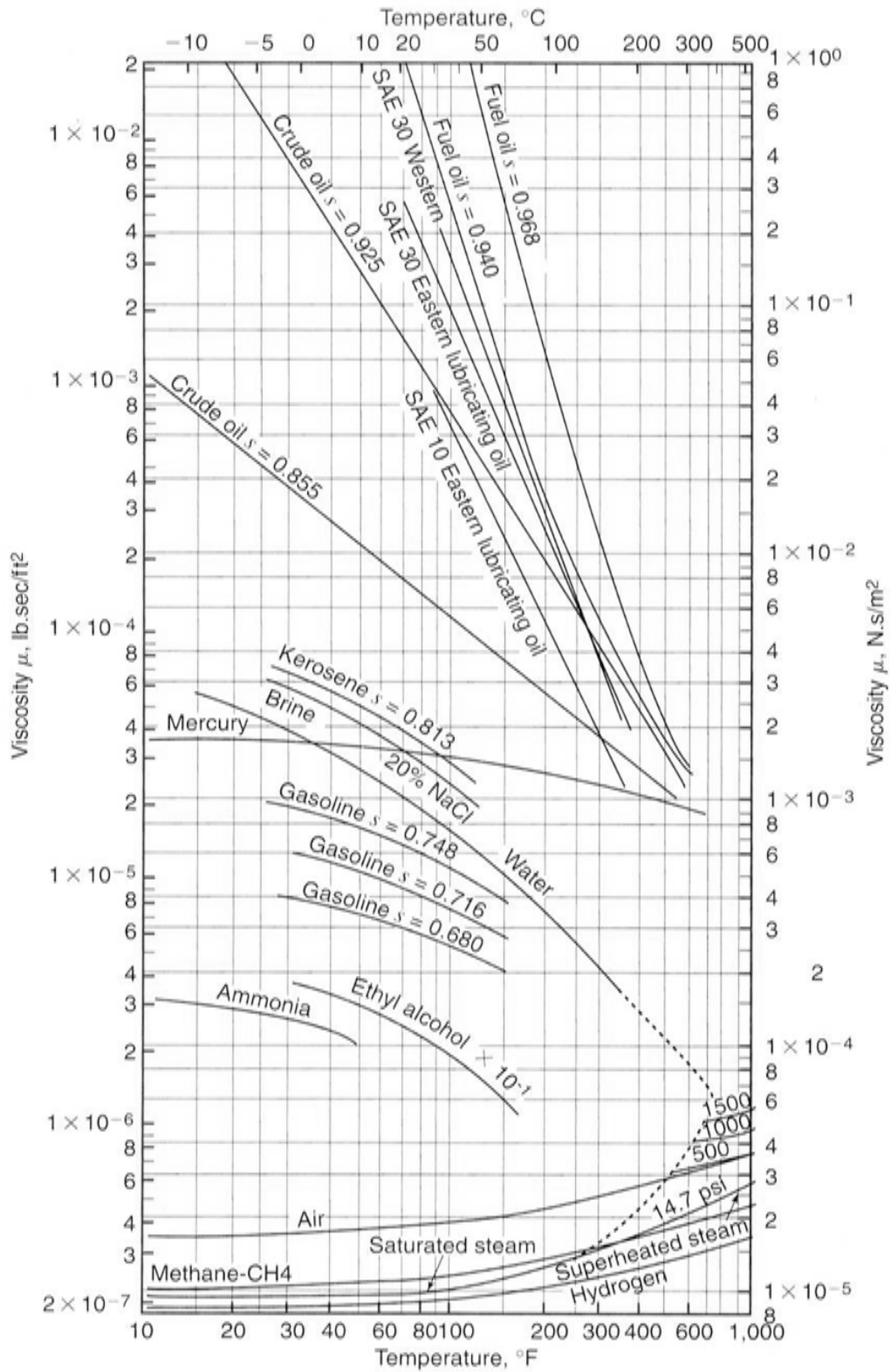


รูปที่ 1.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\tau$  กับ  $(dv/dy)$  สำหรับของไหลนิวตัน

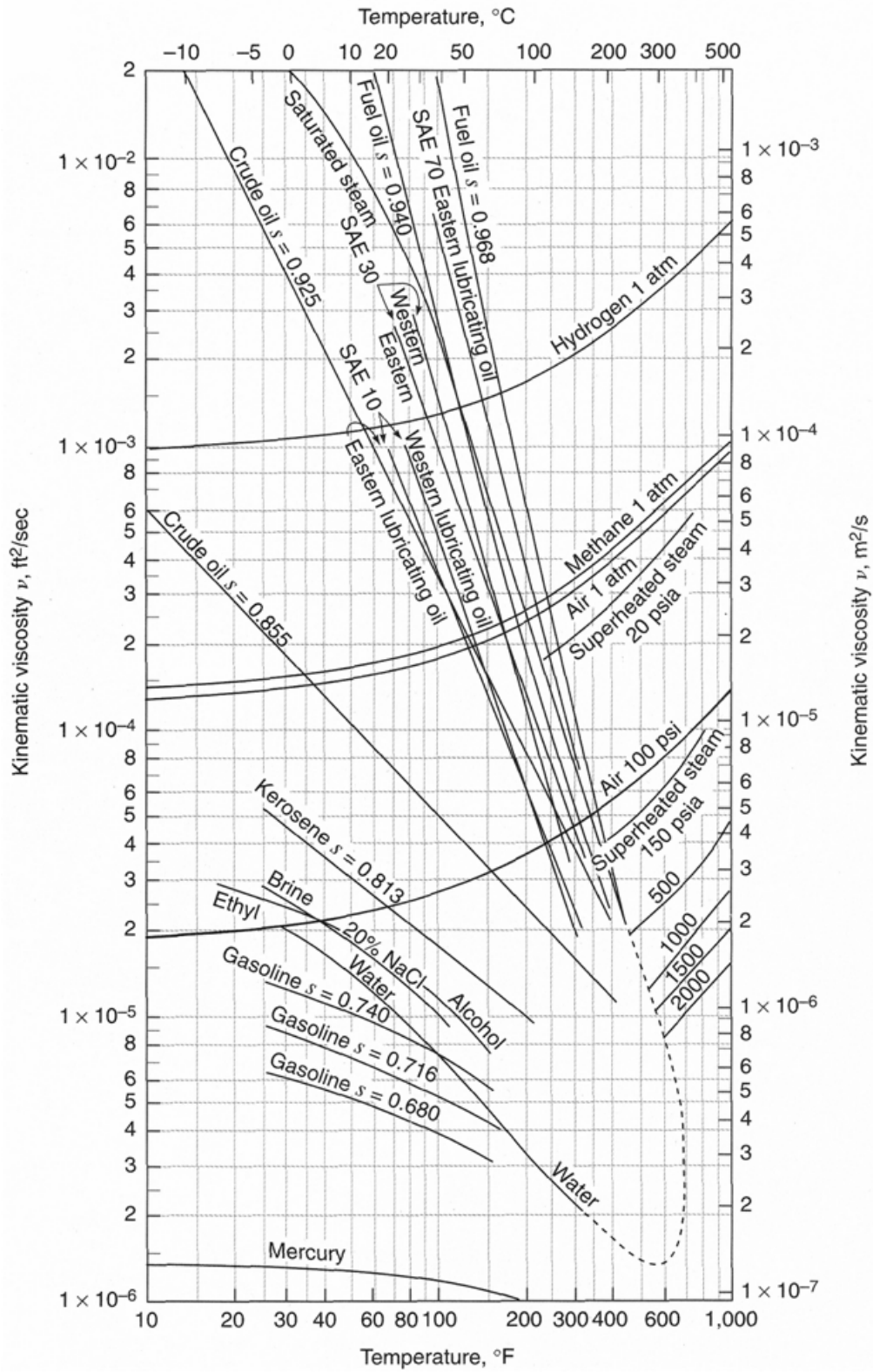
ค่าความหนืดสัมบูรณ์ เป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของไหล โดยจะแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิ กล่าวคือ ของไหลที่มีสถานะเป็นของเหลว เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ความหนืดสัมบูรณ์จะลดลง เป็นเพราะเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น แรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวจะลดลง ส่วนของไหลในสถานะ ก๊าซ อนุภาคมีการเคลื่อนไหวยิ่งมากขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น จึงทำให้โอกาสในการชนกันของอนุภาคมีมากขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุให้ค่าความหนืดสูงขึ้น ค่าความหนืดของไหลชนิดต่าง ๆ แสดงในรูปที่ 1.4 ในบางครั้งค่าความหนืดอาจแสดงในรูปของอัตราส่วนระหว่าง ความหนืดสัมบูรณ์ ต่อ ความหนาแน่น ซึ่งเรียกว่า ความหนืดจลนศาสตร์ (Kinematic Viscosity) โดยมีสัญลักษณ์ที่ใช้นั้นคือ  $\nu$  (อ่านว่า “นิว”) เขียนได้ดังสมการที่ 1.8

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.8)$$

โดยค่าความหนืดจลนศาสตร์ของไหลต่าง ๆ แสดงในรูปที่ 1.5



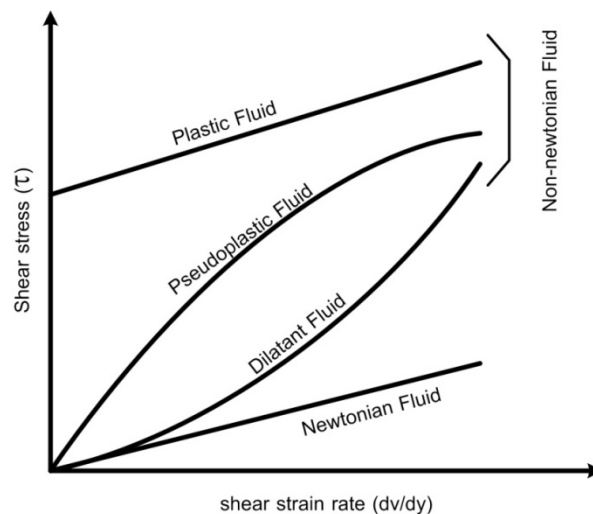
รูปที่ 1.4 ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity) ของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ  
ที่มา: Munson et al., (1994)



รูปที่ 1.5 ความหนืดจลนศาสตร์ (Kinematic Viscosity) ของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ  
ที่มา: Munson et al., (1994)

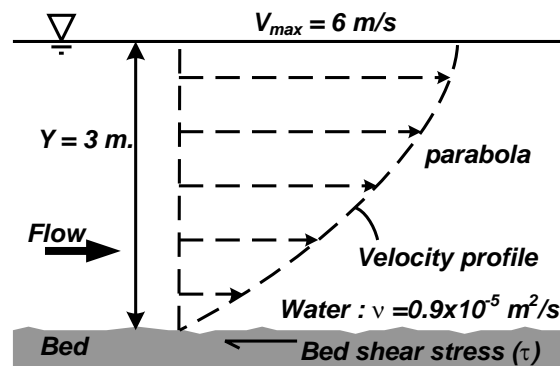
สำหรับของไหลที่มีพฤติกรรมเป็นไปตามสมการความหนืดของ N (สมการที่ 1.7) หรือของไหลที่มีความหนืดคงที่เมื่อไม่ว่า  $dv/dy$  จะเปลี่ยนแปลงเท่าไรนั้น เราจะเรียกของไหลชนิดนั้นว่า ของไหลนิวโทเนียน (Newtonian Fluid) ดังรูปที่ 1.6 ส่วนของไหลที่มีพฤติกรรมไม่เป็นไปตามสมการความหนืดของ N หรือของไหลที่มีความหนืดไม่คงที่เมื่อ  $dv/dy$  เปลี่ยนแปลงไปนั้น เราจะเรียกของไหลชนิดนั้นว่า ของไหลนอนนิวโทเนียน (Non-Newtonian Fluid) ดังรูปที่ 1.6 ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภทดังนี้

- 1) ของไหลประเภทไดลาแทน (Dilatant Fluid) ความหนืดจะเพิ่มขึ้น เมื่อแรงเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น
- 2) ของไหลประเภทสูดพลาสติก (Pseudoplastic Fluid) ความหนืดจะลดลง เมื่อแรงเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น
- 3) ของไหลประเภทพลาสติก (Plastic Fluid) พฤติกรรมจะเหมือนของแข็งในระยะเริ่มต้น แต่เมื่อถูกแรงเค้นเฉือนกระทำจนถึงจุดคราก (Yield) คุณสมบัติจะเปลี่ยนเป็นของไหลแบบ Newtonian



รูปที่ 1.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\tau$  กับ  $(dv/dy)$  สำหรับของไหลประเภทต่างๆ

ตัวอย่างที่ 1.3 จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในทางน้ำเปิด มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป พาราโบลา ความเร็วสูงสุดที่ผิวน้ำวัดได้ 6 m/s ความลึกของน้ำเท่ากับ 3 m จงหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณท้องน้ำและผิวน้ำ



วิธีทำ รูปทั่วไปของสมการ พาราโบลาคือ

$$(v-k) = c(y-h)^2 \quad (\text{Ex1.3-1})$$

เมื่อ  $V$  คือความเร็วการไหล  $k$  คือความเร็วการไหลที่ทราบค่า  $y$  คือความลึกการไหล  $h$  คือความลึกการไหลที่ทราบค่า จากรูปจะได้  $k = 6 \text{ m/s}$  และ  $h = 3 \text{ m}$  แทนค่าลงในสมการที่ Ex1.3-1 จะได้

$$(v-6) = c(y-3)^2 \quad (\text{Ex1.3-2})$$

ขอบเขตในการพิจารณา ที่ท้องน้ำ เมื่อ  $y=0$  จะได้  $V = 0$  แทนค่าลงในสมการที่ Ex1.3-2 จะได้

$$(0-6) = c(0-3)^2$$

$$c = -\frac{2}{3}$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex1.3-2 จะได้สมการการกระจายตัวของความเร็วที่ความลึกต่างๆ ดังนี้

$$v = 6 - \frac{2}{3}(y^2 - 6y + 9) \quad (\text{Ex1.3-3})$$

ทำการหาอนุพันธ์สมการที่ Ex1.3-3 จะได้

$$\frac{dv}{dy} = -\frac{2}{3}(2y-6) \quad (\text{Ex1.3-4})$$

จากสมการของไอแซก นิวตัน เพื่อหาความเค้นเฉือน

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad ( \quad \text{Ex1.3-5})$$

แทนค่าลง  $dv/dy$  จากสมการที่ Ex1.3-4 ลงในสมการที่ Ex1.3-5 จะได้

$$\tau = -\frac{2}{3} \mu (2y-6) \quad ( \quad \text{Ex1.3-6})$$

ณ. ตำแหน่งท้องน้ำ  $y = 0$

$$\tau = -\frac{2}{3} \times 1000 \times 0.9 \times 10^{-5} (2 \times 0 - 6) = 0.036 \text{ N/m}^2 \quad \text{ตอบ}$$

ณ. ตำแหน่งผิวน้ำ  $y = 3$

$$\tau = -\frac{2}{3} \times 1000 \times 0.9 \times 10^{-5} (2 \times 3 - 6) = 0.00 \text{ N/m}^2 \quad \text{ตอบ}$$

### ความสามารถในการบีบอัดตัวของไหล (Compressibility of Fluid)

สสารทุกชนิดจะมีความยืดหยุ่น เสมอโดย สสารสามารถขยายตัวหรือ อหดตัวภายใต้สภาวะที่แตกต่างกัน หากของไหล ถูกบีบอัดปริมาตรของไหลจะเปลี่ยนแปลงไป ส่งผลให้ความหนาแน่นเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย (มวลคงที่แต่ปริมาตรเปลี่ยนแปลง) ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงปริมาตรนี้ ถูกเรียกว่า การบีบอัดตัว (Compressibility) ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของไหลแต่ละชนิด โดยจะเปรียบได้กับค่าความยืดหยุ่นในของแข็ง (Modulus) แต่ในของเหลวนั้นค่าความยืดหยุ่น (ความสามารถในการบีบอัดตัว) จะอยู่ในรูปของค่า “Bulk Modulus” ( $k$ ) โดยหาได้จากสมการที่ 1.9

$$k = - \left( \frac{dp}{d \frac{\nabla}{\nabla}} \right) \quad (1.9)$$

เมื่อ  $dp$  คือ การเปลี่ยนแปลงความดัน  $d \nabla$  คือการเปลี่ยนแปลงปริมาตร  $\nabla$  คือปริมาตรเริ่มต้น

ในวิชากลศาสตร์ของไหล หากพิจารณาความสามารถในการบีบอัดตัวของไหล เราจะสามารถจำแนกของไหลออกเป็น 2 ประเภทคือ

- ของไหลที่บีบอัดตัวไม่ได้หรือบีบอัดตัวได้น้อยมาก (Incompressible Fluid) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความดัน ความหนาแน่นของไหลประเภทนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนสามารถไม่ต้องนำมาพิจารณาในเวลาการคำนวณ ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะของเหลว
- ของเหลวของไหลที่บีบอัดตัวได้ (Compressible Fluid) คือของไหลที่มีความหนาแน่นไม่คงที่เมื่อความดันเปลี่ยนแปลงไป ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะ ก๊าซ

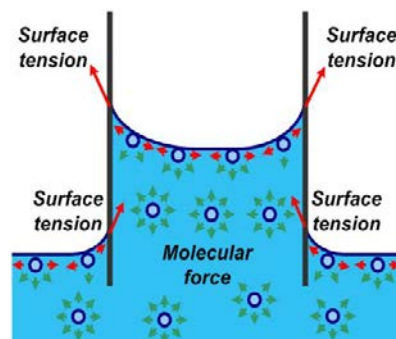
### แรงตึงผิว (Surface Tension)

ของเหลวประกอบด้วยโมเลกุลที่มีแรงวันเดอร์วาลส์ (Van der Waals Force) ดึงดูดกันเพียงเล็กน้อย โมเลกุลจึงเคลื่อนที่ค่อนข้างมาก โมเลกุลภายในของเหลวจะมีสมดุลของแรงดึงดูดรอบทิศทาง แต่โมเลกุลที่ผิวของเหลวจะขาดคุณสมบัติสมดุลบริเวณผิวอิสระ จึงดูเหมือนว่าโมเลกุลนั้นเกาะติดอยู่กับผิวของของเหลว เรียกว่า “แรงตึงผิว” หรืออาจกล่าวได้ว่า แรงตึงผิว คือแรงที่เกิดจากการปรับสภาพสมดุลของแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวที่อยู่บริเวณผิว หรือแรงที่เกิดขึ้นบริเวณขอบของผิวอิสระของของเหลวกับวัตถุที่อยู่ติดกัน ซึ่งจะเกิดกับของไหลที่อยู่ในสถานะของเหลวเท่านั้น และสามารถคำนวณหาแรงตึงผิวได้ตามสมการที่ 1.10

$$F_s = \sigma L_w \quad (1.10)$$

เมื่อ  $F_s$  คือแรงตึงผิว (N)  $\sigma$  คือความตึงผิว หรือ หน่วยแรงตึงผิว (N/m)  $L_w$  คือความยาวเส้นขอบผิวอิสระ (m)

คาพิลลาริตี (Capillarity) เป็นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่ของไหลในบริเวณที่สัมผัสกับวัตถุจะยกตัวสูงขึ้นหรือลดต่ำลง ซึ่งเป็นผลมาจากอิทธิพลของแรงตึงผิว ปรากฏการณ์นี้จะเกิดขึ้นบริเวณช่องว่างแคบๆ เช่น หลอดขนาดเล็กๆ (รูปที่ 1.7) หรือช่องว่างระหว่างเม็ดดิน เป็นต้น



รูปที่ 1.7 ปรากฏการณ์ Capillarity

กรณีของหลอดกลมสามารถคำนวณหาระยะการยก (ยุบ) ตัวของขอเหลวได้ดังสมการที่ 1.11

$$h = \frac{2\sigma(\cos \theta)}{\gamma r} \quad (1.11)$$

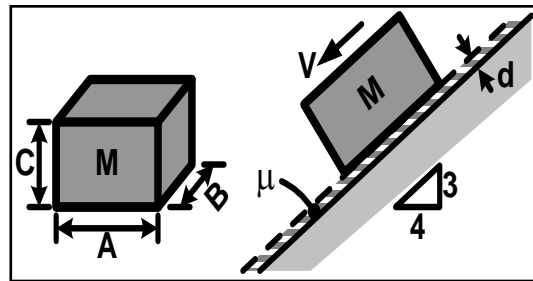
เมื่อ  $h$  คือความสามารถในการยกตัวสูงขึ้น (หรือต่ำลง) ของไหล (m)  $\sigma$  คือความตึงผิวหรือหน่วยแรงตึงผิว (N/m)  $r$  คือเส้นผ่าศูนย์กลางหลอด (m)  $\theta$  คือมุมสัมผัสระหว่างผนังกับผิวอิสระของขอเหลว (องศา)  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของไหล (N/m<sup>3</sup>)



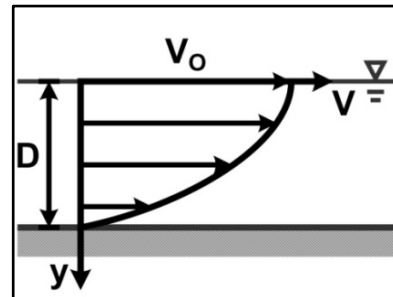
### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. น้ำมันปิโตรเลียมปริมาตร 1 L หนัก 7.5 N จงคำนวณหาความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ ปริมาตรจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะ (กำหนดความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ  $1,000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )
2. ถังใบหนึ่งบรรจุกลีเซอรินมวล 1,500 kg และปริมาตร  $1.2 \text{ m}^3$  จงหาน้ำหนัก ความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะของกลีเซอริน
3. ถังบรรจุคาร์บอนเตตระคลอไรด์ ( $\text{CCl}_4$ ) ซึ่งมีมวล 500 kg และปริมาตร  $0.315 \text{ m}^3$  จงหาน้ำหนัก ความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะ และความถ่วงจำเพาะของคาร์บอนเตตระคลอไรด์

4. วัตถุมวล M กว้าง A ยาว B สูง C ไถลงจากพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ V (ไม่ลื่น) ในลักษณะดังรูป ซึ่งบนพื้นเอียงมีน้ำมันฉาบอยู่ หากน้ำมันมีค่าความหนืดเท่ากับ  $\mu$  และมีความหนาเท่ากับ d จงหาความเร็ว V ของวัตถุดังกล่าว (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วเป็นเส้นตรง)



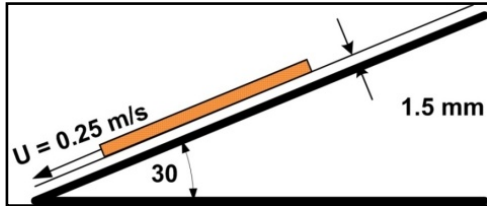
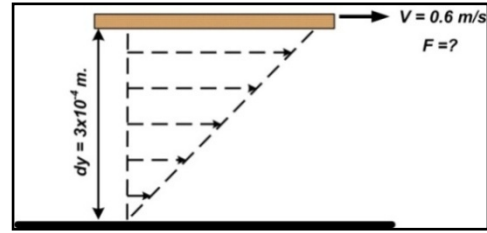
5. ของไหลชนิดหนึ่ง ไหลในรางกว้างมากด้วยความลึก 2.5 m (D) สามารถวัดความเร็วที่ผิวได้เท่ากับ  $1 \text{ m/s}$  ( $V_0$ ) เมื่อทำการเก็บตัวอย่างของไหลไปทดสอบในห้องปฏิบัติการพบว่า ของไหลปริมาตร  $150 \text{ cm}^3$  มีมวล 165 g มี Kinematic Viscosity เท่ากับ  $2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  จงหาความเร็วของของไหลที่ความลึก 2 m แรงเค้นเฉือนอันเนื่องมาจากความหนืดของของไหลที่ความลึก 2.0 m และที่ห้องราง โดยกำหนดให้การกระจายตัวของความเร็วอยู่ในรูป



$$v = V_0 - \frac{V_0}{D^2} y^2$$

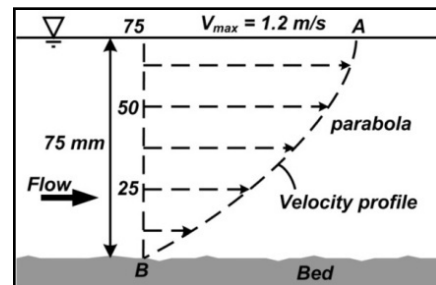
เมื่อ  $V_0$  = ความเร็วที่ผิวอิสระ  $D$  = ความลึกของของไหล  $V$  = ความเร็วที่ความลึกใดๆ  $y$  = ความลึกที่จุดใดๆ

6. แผ่นราบแผ่นหนึ่งมีพื้นที่สัมผัสกับของเหลว  $0.1 \text{ m}^2$  ถูกดึงให้เคลื่อนที่ไปบนผิวของเหลวในแนวขนานด้วยความเร็ว  $0.6 \text{ m/s}$  ของเหลวหนา  $0.03 \text{ cm}$  และมีค่า  $\mu = 0.001 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$  จงหาแรงดึงที่ใช้



7. จากรูปแผ่นราบมีน้ำหนัก  $500 \text{ N}$  เคลื่อนที่ลงมาตามพื้นเอียง  $30^\circ$  ด้วยความเร็ว  $0.25 \text{ m/s}$  จงหาความหนืดสัมบูรณ์ ( $\mu$ ) ของของเหลว กำหนดแผ่นราบมีพื้นที่สัมผัสกับของเหลวเท่ากับ  $4 \text{ m}^2$

8. ถังทรงกระบอกปริมาตร  $0.5 \text{ m}^3$  บรรจุก๊าซที่  $60^\circ\text{C}$  ภายใต้ความดันสัมบูรณ์  $343 \times 10^3 \text{ N/m}^2$  ถ้าอัดอากาศให้มีปริมาตรเป็น  $0.3 \text{ m}^3$  จงหาความดันในถัง เมื่ออุณหภูมิในถังคงที่
9. จงหาคาปิลลารีไรต์ ในหลอดแก้วที่จุ่มในน้ำ ซึ่งมีค่าแรงตึงผิว ( $\sigma$ ) เป็น  $71.12 \times 10^{-3} \text{ N/m}$  ที่อุณหภูมิ  $20^\circ\text{C}$  ความหนาแน่น  $998 \text{ kg/m}^3$  กำหนด Contact angle =  $0^\circ$ , เส้นผ่านศูนย์กลางของหลอดแก้วเท่ากับ  $3 \text{ mm}$
10. จงหาสูตรที่แสดงผลต่างของความดันในฟองสบู่ทรงกลม ให้ใช้สูตรที่หาได้คำนวณแรงตึงผิวของฟองสบู่เส้นผ่านศูนย์กลาง  $5 \text{ cm}$  เมื่อความดันภายในมากกว่าความดันบรรยากาศ  $1.96 \text{ N/m}^2$
11. ของเหลวชนิดหนึ่งมีความหนืดสัมบูรณ์  $\mu = 0.048 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$  มีความถ่วงจำเพาะ  $0.913$  จงหา Velocity Gradient,  $dv/dy$  เมื่อระยะ  $y$  ห่างจากผิวล่าง  $25 \text{ mm}$ ,  $50 \text{ mm}$ , และ  $75 \text{ mm}$  ตามลำดับ และจงหาค่าความเค้นเนื่องจากแรงเฉือนที่ระยะดังกล่าวด้วย กำหนดการกระจายความเร็วเป็นรูปพลาโบราโดยมีจุดยอดอยู่ที่จุด A (ผิวน้ำ) และจุดตั้งต้นที่จุด B (ท้องน้ำ)

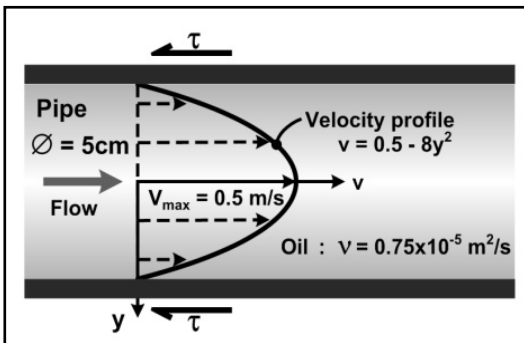
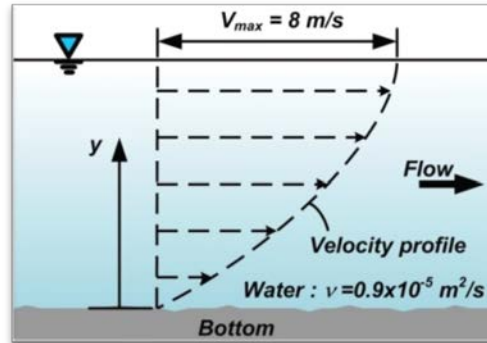


12. ของเหลวชนิดหนึ่งถูกอัดในกระบอกสูบมีปริมาตร  $1 \text{ L}$  ที่ความดัน  $1 \text{ MN/m}^2$  ต่อมาถูกอัดให้มีปริมาตร  $995 \text{ cm}^3$  ที่  $2 \text{ MN/m}^2$  จงหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของโมดูลัส
13. ถ้าค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของน้ำเท่ากับ  $2.2 \times 10^9 \text{ Pa}$  จงหาความดันที่ต้องเพิ่มให้ เพื่อลดปริมาตรลง  $0.6$  เปอร์เซ็นต์

14. แรงตึงผิวของปรอทและน้ำที่อุณหภูมิ  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  เท่ากับ  $0.47\text{ N/m}$  และ  $0.0662\text{ N/m}$  ตามลำดับ จงหาความสูงแคปิลลารีของไหลทั้งสองในหลอดแก้วรัศมี  $0.30\text{ mm}$  โดยมีมุมสัมผัสอากาศ  $\theta = 130^{\circ}$  สำหรับปรอท และ  $0^{\circ}$  สำหรับน้ำ ให้ใช้ค่าน้ำหนักจำเพาะสำหรับปรอทและน้ำเท่ากับ  $132.3\text{ kN/m}^3$  และ  $9.650\text{ kN/m}^3$  ตามลำดับ

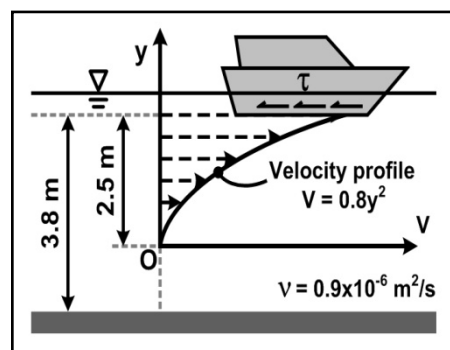
15. จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในทางน้ำเปิด ที่มีการกระจายความเร็วดังสมการ  $V = V_{\max} (y/h)^{0.5}$

เมื่อ  $V$  คือ ความเร็วการไหลที่ตำแหน่งใด ๆ  
 เมื่อ  $V_{\max}$  คือ ความเร็วสูงสุดการไหลที่ตำแหน่งผิวหน้า  $y$  คือความลึกของน้ำที่ตำแหน่งใด ๆ และ  $h$  คือความลึกของน้ำ มีค่าเท่ากับ  $4\text{ m}$  จงหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นที่ท้องน้ำ (bottom) ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของความลึก และที่ตำแหน่งผิวน้ำ



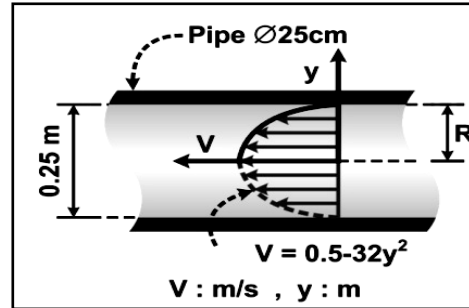
16. ท่อส่งน้ำมัน เส้นผ่าศูนย์กลาง  $5\text{ cm}$  ส่งน้ำมันที่มี Kinematic viscosity เท่ากับ  $0.75 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$  และ Specific weight เท่ากับ  $7.9\text{ kN/m}^3$  ถ้าการกระจายตัวของความเร็วของไหลในท่อมี่ลักษณะดังรูป ความเร็วสูงสุดที่กึ่งกลางท่อมี่ค่าเท่ากับ  $0.5\text{ m/s}$  จงหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณผนังท่อ

17. จากรูปเรือแล่นอยู่ในทะเล โดยน้ำทะเลมี Kinematic viscosity เท่ากับ  $0.9 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$  และ Specific weight เท่ากับ  $10.3\text{ kN/m}^3$  ถ้าการกระจายตัวของความเร็วของน้ำทะเลมีลักษณะดังรูป ความเร็วของเรือมีค่าเท่ากับ  $5\text{ m/s}$  จงหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณใต้ท้องเรือ

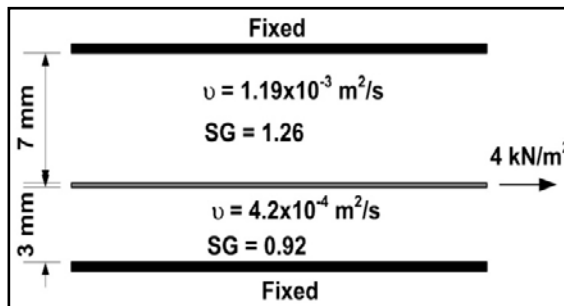


18. ของไหลชนิดหนึ่ง ไหลอยู่ในท่อที่มีขนาด

เส้นผ่าศูนย์กลาง 10 cm ลักษณะของความเร็วมีการกระจายตัวเป็นรูปพาราโบลาดังรูป ถ้านำของไหลชนิดนี้ไปทำการทดสอบในห้องปฏิบัติการปรากฏว่า ของไหลปริมาตร 2 Liters จะมีมวล 1.75 kg และมี Kinematic viscosity เท่ากับ  $4.8 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  จงหา



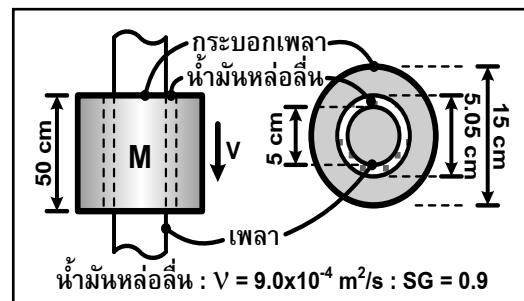
แรงเฉือนอันเนื่องมาจากความหนืดของไหลที่เกิดขึ้นกับผนังท่อ ทุกๆ ความยาว 1 m



19. แผ่นเหล็กบางขนาดใหญ่เคลื่อนที่ด้วยแรง  $4 \text{ kN/m}^2$  ดังรูป จงหาความเร็วในการเคลื่อนที่ของแผ่นเหล็ก เมื่อรูปแบบการกระจายความเร็วของไหลเป็นแบบเชิงเส้น (ไม่คิดน้ำหนักของแผ่นเหล็ก)

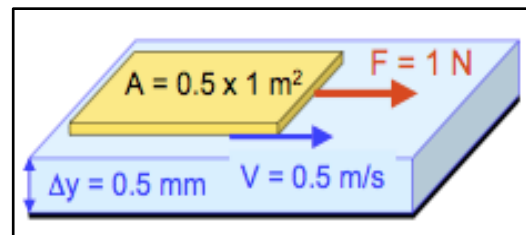
20. ระบบเพลามีรูปร่างและขนาดดังรูป ถ้ากระบอกลูก

เพลามีมวล (M) 0.3 kg ความหนืดจลนศาสตร์ของน้ำมัน (V) มีค่าเท่ากับ  $9.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  จงหาความเร็ว (V) ของกระบอกลูกที่เคลื่อนที่ลงในแนวตั้งด้วยความเร็วคงที่ (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วมีลักษณะเป็นเส้นตรง)



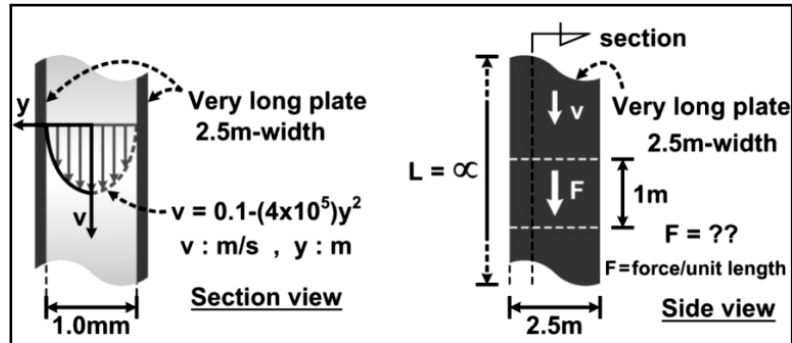
21. แผ่นไม้บางกว้าง 0.5 m ยาว 1 m ถูกลากไปบนผิวของเหลวชนิดหนึ่งซึ่งมีความหนา 0.5 mm หาก

ต้องใช้แรงขนาด 1 N ในทิศทางขนานกับของเหลวเพื่อลากแผ่นไม้ให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 0.5 m/s (ผิวสัมผัสด้านล่างของไหลไม่มีการเคลื่อนที่) จงหาว่าของเหลวดังกล่าวมีความหนืดสัมบูรณ์เท่าใด (การกระจายความเร็วในของไหลเป็นแบบเชิงเส้น)



22. ของไหลชนิดหนึ่งเคลื่อนที่อยู่ระหว่างแผ่นเรียบยาวมากสองแผ่นกว้าง 2.5 m ดังรูป โดยแผ่นทั้งสองวางห่างกัน 1.0 mm ลักษณะการกระจายความเร็วของไหลเป็นรูปพาราโบลา ถ้านำของไหลไปวัดในห้องปฏิบัติการพบว่าของ

ไหล 5 Liters จะมีน้ำหนัก  
112 N และมีความหนืด  
จลนศาสตร์เท่ากับ  
 $3.2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  จงหาแรง  
เฉือนของไหลที่เกิดขึ้นกับ

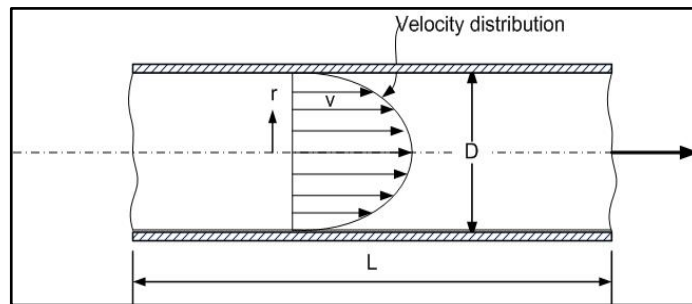


แผ่นเรียบทุก ๆ ความยาว 1 m

23. การกระจายความเร็วการไหลของน้ำในท่อที่หน้าตัดหนึ่ง เป็นไปตามรูปและมีสมการเป็น

$$V = \left( \frac{a}{4\mu} \right) \left( \frac{D^2}{4} - r^2 \right) \text{ เมื่อ } v \text{ คือความเร็วที่ระยะ } r, a \text{ คือค่าคงที่, } \mu \text{ คือความหนืดของน้ำ, } D \text{ คือเส้น}$$

ผ่านศูนย์กลางท่อ และ  $r$  คือระยะ  
วัดจากกึ่งกลางท่อที่ความเร็ว  $v$ .  
ตำแหน่งนั้น ๆ จงหา



- ความเร็วที่ผนังท่อ และที่  
ระยะ  $r = D/4$
- ความเค้นเฉือนที่ผนังท่อ และที่ระยะ  $r = D/4$
- จงหาแรงที่น้ำกระทำกับความผนังท่อในทิศทางของการไหล ตลอดช่วงความยาวท่อ  $L$

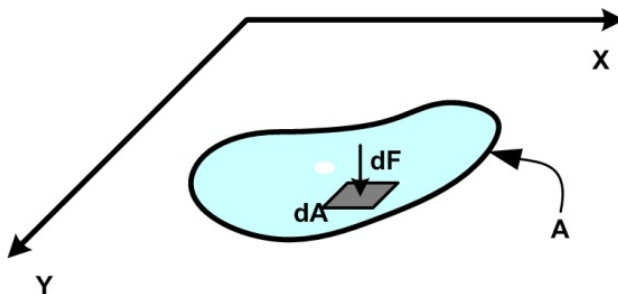
## บทที่ 2

### ของไหลสถิต (Fluid Static)

ของไหลสถิตคือของไหลที่ไม่มีการเคลื่อนที่ หรือไม่มีการไหล เช่น น้ำที่บรรจุอยู่ในแก้ว น้ำมันที่ถูกบรรจุไว้ในถัง น้ำในสระเก็บน้ำ พรอทในเทอร์โมมิเตอร์ เป็นต้น เมื่อไม่มีการไหลการเคลื่อนที่ระหว่างชั้นของของไหลจึงไม่เกิดขึ้น ดังนั้นจึงไม่มีแรงเฉือนเนื่องจากความหนืดของของไหล อนุภาคของของไหลจึงได้รับผลกระทบจากความดันและแรงโน้มถ่วงของโลกเท่านั้น เนื้อหาในบทนี้จะได้กล่าวถึง พฤติกรรมพื้นฐานของความดันในของไหลสถิตที่กระทำกับพื้นผิวลักษณะต่าง ๆ ทั้งกรณีพื้นผิวจมอยู่ในของไหลทั้งหมดและจมอยู่ในของไหลบางส่วน เพื่อเป็นพื้นฐานในการคำนวณหาแรงดันของของไหลที่กระทำกับโครงสร้างต่างๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณและวิเคราะห์ปัญหาด้านวิศวกรรมต่อไป

#### ความดัน (Pressure)

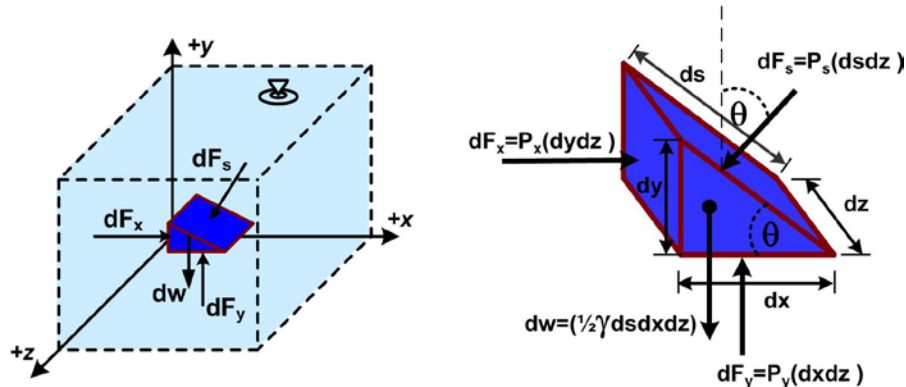
แรงที่กระทำกับพื้นผิวสามารถแยกได้ 2 กรณีคือแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับพื้นผิวเรียกว่าแรงดันและแรงที่กระทำขนานกับพื้นผิวเรียกว่าแรงเฉือน หากของไหลอยู่นิ่งแรงที่กระทำกับพื้นผิวจะมีแต่แรงดันเท่านั้น แรงดันที่กระทำกับพื้นผิวเกิดขึ้นเนื่องจากความดันของของไหลนั่นเอง ความดัน หมายถึงแรงในเนื้อของไหลที่กระทำในแนวตั้งฉากต่อหน่วยพื้นที่ จากรูปที่ 2.1 ถ้า  $dF$  คือแรงที่กระทำบนพื้นที่เล็กๆ  $dA$  บนพื้นที่  $A$  ความดันจะมีค่าเป็น  $P = \int \frac{dF}{dA}$  แต่ถ้าความดันที่กระทำมีค่าสม่ำเสมอเท่ากันทั้งพื้นที่  $A$  ความดันจะมีค่าเป็น  $P = \frac{F}{A}$



รูปที่ 2.1 ลักษณะของแรงที่กระทำบนพื้นที่

### ความดันที่จุดใดจุดหนึ่งในของไหลหยุดนิ่ง (Pressure at a Point in Fluid Static)

เนื่องจากของไหลอยู่นิ่ง การวิเคราะห์หาคความดันที่จุดใดจุดหนึ่งในของไหลนั้นจะอาศัยกฎข้อที่ 1 ของนิวตันมาประยุกต์ใช้กับมวลของของไหลที่มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมทรงแปดหน้าของไหลรูปสามเหลี่ยมขนาดเล็กมากในของไหลที่อยู่นิ่งดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แรงที่กระทำกับของไหลรูปสามเหลี่ยม

จากกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน  $\sum F = 0$  เมื่อพิจารณาเฉพาะในทิศทางตามแนวแกน  $x$  จะได้

$$dF_x - dF_s (\sin \theta) = 0 \quad (2.1)$$

$$P_x (dydz) - P_s (dsdz) (\sin \theta) = 0$$

จากรูปที่ 2.2 จะได้  $dy = ds (\sin \theta)$  ดังนั้น

$$P_x (dydz) - P_s (dydz) = 0$$

$$P_x = P_s \quad (2.2)$$

วิเคราะห์ในทำนองเดียวกันตามทิศทางแนวแกน  $z$  จะสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$P_z = P_s \quad (2.3)$$

สำหรับกรณีในแนวแกน  $y$  สามารถวิเคราะห์ได้ดังนี้

$$dF_y - dF_s (\cos \theta) - dw = 0$$

$$P_y (dxdz) - P_s (dsdz) (\cos \theta) - \frac{1}{2} \gamma (dxdydz) = 0$$

จากรูปที่ 2.2 จะได้ว่า  $dx = ds(\cos \theta)$

$$P_y(dx dz) - P_s(dx dz) = \frac{1}{2} \gamma(dx dy dz)$$

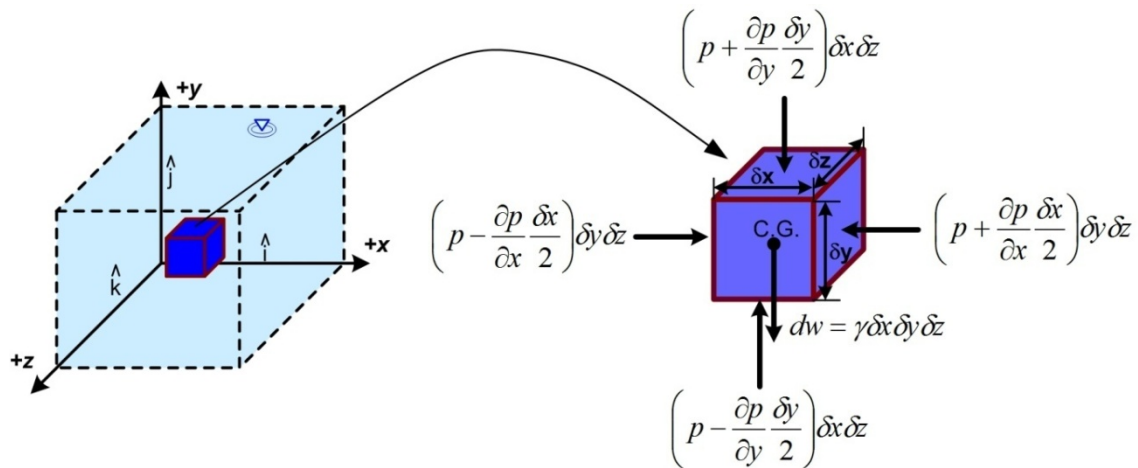
เนื่องจากลิมมีขนาดเล็กมากจึงทำให้แรงเนื่องจากน้ำหนักของลิมมีของของไหล ( $\frac{1}{2} \gamma(dx dy dz)$ ) มีขนาดเล็กมากเมื่อเปรียบเทียบกับแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากความดันของของไหล จึงสามารถตัดค่า  $\frac{1}{2} \gamma(dx dy dz)$  ออกได้จะได้

$$P_y = P_s \quad (2.4)$$

จากสมการที่ 2.2 ถึง 2.4 สามารถพิสูจน์ให้เห็นว่า  $P_x = P_y = P_z = P_s$  ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่าความดันในของไหลที่อยู่ในสภาพหยุดนิ่งที่จุดใดๆ มีขนาดเท่ากันในทุกทิศทาง

### การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต (Pressure Variation in a Fluid Static)

การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิตคือการพิจารณาความดันของไหลจากจุดใดจุดหนึ่งไปยังจุดใดอีกจุดหนึ่ง โดยสามารถวิเคราะห์หาค่าการเปลี่ยนแปลงความดันทั้งแนวนอนและแนวตั้งโดยพิจารณารูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การเปลี่ยนแปลงแรงดันในของของไหลสถิต



รูปที่ 2.3 แสดงก่อนอนุภาคของไหลทรงลูกบาศก์ที่มีขนาดเล็ก โดยกำหนดให้ความดันที่จุดศูนย์กลาง (Center of Gravity, C.G. ตำแหน่งกึ่งกลางก้อนของไหล) มีค่าเท่ากับ  $P$  ดังนั้นจึงมีแรงที่กระทำกับของไหลรูปลูกบาศก์อยู่ 2 ชนิดคือ แรงที่กระทำกับผิว (Surface Force) และแรงเนื่องก้อนของของไหล (Body Force) ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักของก้อนของไหล

พิจารณาแรงที่กระทำกับผิวของก้อนของไหล

$$\text{- แรงแนวแกน } x; \delta F_x = \left( p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z$$

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x} (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.5)$$

$$\text{- แรงแนวแกน } z; \delta F_z = \left( p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\delta z}{2} \right) \delta y \delta x - \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\delta z}{2} \right) \delta y \delta x$$

$$\delta F_z = -\frac{\partial p}{\partial z} (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.6)$$

$$\text{- แรงแนวแกน } y; \delta F_y = \left( p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z - \left( p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z$$

$$\delta F_y = -\frac{\partial p}{\partial y} (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.7)$$

จากสมการที่ 2.5 ถึง 2.7 เมื่อพิจารณาผลรวมแรงที่กระทำกับผิวของของไหลในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\delta \vec{F}_s = \delta F_x \vec{i} + \delta F_y \vec{j} + \delta F_z \vec{k}$$

$$\delta \vec{F}_s = -\left( \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \right) (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.8)$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงความดันในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า  $\nabla p = \left( \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \right)$

จากสมการที่ 2.8 สามารถเขียนได้เป็น

$$\delta \vec{F}_s = -\nabla p (\delta x \delta y \delta z) \quad (2.9)$$

และเมื่อพิจารณาน้ำหนักของก้อนน้ำในรูปเวกเตอร์จะได้  $\delta w \bar{j} = \gamma(\delta x \delta y \delta z) \bar{j}$

จากกฎข้อที่ 2 ของ  $N \sum \bar{F} = m \bar{a}$

$$\delta \bar{F}_s - \delta w \bar{j} = \rho(\delta x \delta y \delta z) \bar{a} \quad (2.10)$$

แทนค่าสมการ 2.9 และค่า  $\delta w \bar{j}$  ลงในสมการที่ 2.10 จะได้

$$\begin{aligned} -\nabla \bar{p}(\delta x \delta y \delta z) - \gamma(\delta x \delta y \delta z) \bar{j} &= \rho(\delta x \delta y \delta z) \bar{a} \\ -\nabla \bar{p} - \gamma \bar{j} &= \rho \bar{a} \end{aligned} \quad (2.11)$$

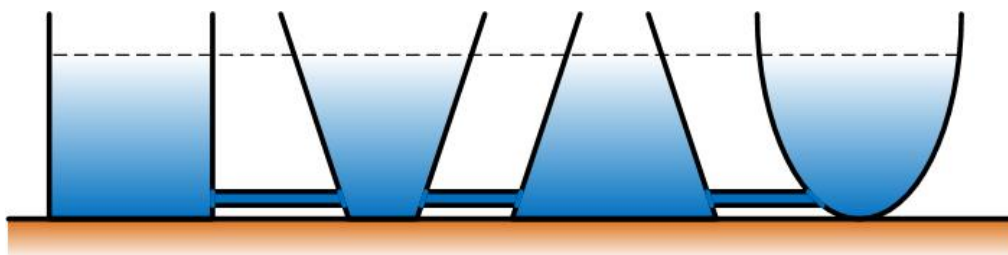
สมการที่ 2.11 เป็นสมการพื้นฐานสำหรับใช้วิเคราะห์การแปรผันความดันของของไหลที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งในกรณีที่ไม่เกิดแรงเค้นเฉือนภายในของไหล เช่น การเคลื่อนที่ของน้ำมันที่ถูกรักษาในถังติดตั้งไว้บนรถบรรทุก เมื่อรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งก็จะทำให้น้ำมันในถังมีความเร่งเท่ากับความเร่งของรถบรรทุกด้วย แต่น้ำมันในถังนั้นจะไม่มีอาการไหลเนื่องจากถูกรักษาไว้ (เมื่อไม่มีอาการไหลก็จะไม่เกิดแรงเค้นเฉือนภายในของไหล) ในกรณีของไหลไม่มีการเคลื่อนที่และไม่มีการไหล ความเร่ง  $a$  ในสมการที่ 2.11 จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้สมการ 2.11 จะเปลี่ยนเป็น

$$-\nabla \bar{p} - \gamma \bar{j} = 0$$

หรือ

$$-\left( \frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k} \right) - \gamma \bar{j} = 0 \quad (2.14)$$

หากพิจารณาในแนวระนาบพบว่าความดันมีค่าเท่ากันหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามแนวระนาบ จะได้  $\left( \frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} \right) = 0$  และ  $\left( \frac{\partial p}{\partial y} \bar{k} \right) = 0$  แสดงว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวระนาบหรือสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ในของไหลที่ระดับเดียวกันจะมีขนาดความดันเท่ากัน” ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ระดับน้ำในถังทั้ง 4 จะมีค่าเท่ากัน

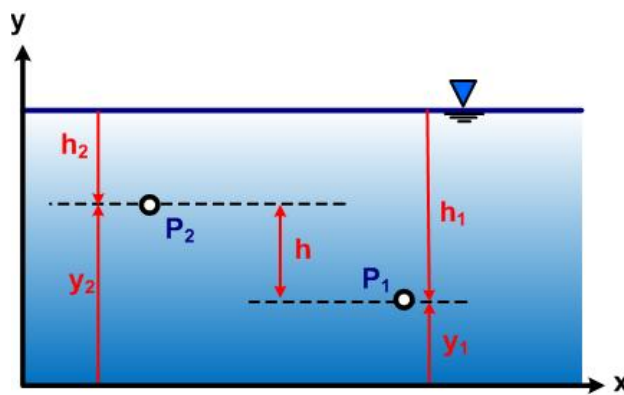
พิจารณาในแนวแกน  $y$  จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) = -\gamma$$

หรือ

$$\frac{dP}{dy} = -\gamma \quad (2.15)$$

จากสมการที่ 2.15 ซึ่งให้เห็นได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของความดันเมื่อเทียบกับระยะทางตามแกน  $y$  หรือตามแนวตั้งมีค่าเท่ากับ  $-\gamma$  ซึ่งนั่นหมายความว่า มีการเปลี่ยนแปลงความดันเกิดขึ้นในแนวตั้ง



รูปที่ 2.5 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิตในแนวตั้ง

จากรูปที่ 2.5 สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความดัน  $P_1$  ที่ตำแหน่ง  $y_1$  และ  $P_2$  ที่ตำแหน่ง  $y_2$  โดยการหาปริพันธ์สมการที่ 2.15 จะได้

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\gamma \int_{y_1}^{y_2} dy \quad (2.16)$$

$$P_2 - P_1 = -\gamma(y_2 - y_1)$$

$$P_1 = P_2 + \gamma h \quad (2.17)$$

เมื่อ  $P_1$  และ  $P_2$  คือความดัน ( $N/m^2$ )  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $N/m^3$ )  $h$  คือผลต่างของระดับความลึกจากตำแหน่งที่ 1 และ 2 (m) (ตัวห้อย 1 กับ 2 แสดงถึงตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ)

จากสมการที่ 2.17 แสดงว่าในของไหลความดันด้านล่างจะมีค่า มากกว่าความดันด้านบนเท่ากับ  $\gamma h$  จากผลที่ได้สามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ด้วยอย่างเช่น เมื่อเราเดินทางขึ้นที่สูงความดันภายนอกร่างกายจะลดต่ำลง อากาศภายในแก้วหูซึ่งมีความดันมากกว่าจะดันแก้วหูออกด้านนอกทำให้เรารู้สึกหูอื้อ หรือ เมื่อเราว่ายน้ำแล้วดำลงไปใต้น้ำความดันภายนอกร่างกายจะเพิ่มขึ้น แก้วหูจะถูกดันเข้าภายใน เนื่องจากอากาศภายในแก้วหูมีความดันต่ำกว่า ทำให้เรารู้สึกหูอื้อเช่นกัน ด้วยเหตุนี้เองในงานด้านวิศวกรรม จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเข้าใจถึงพฤติกรรมของความดัน และแรงต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากความดัน อย่างไรก็ตามสมการที่ 2.17 มีสมมติฐานว่าค่าน้ำหนักจำเพาะของของไหล (ความหนาแน่นของของไหลคูณแรงโน้มถ่วงของโลก) มีค่าคงที่ตลอดความลึก ( $h$ ) ในเนื้อของไหล ดังนั้นหากค่าความหนาแน่นของของไหลและค่าแรงโน้มถ่วงของโลกไม่เท่ากันตลอดความลึกในเนื้อของไหล เช่น การคำนวณหาค่าความดันของน้ำที่มีตะกอนปนอยู่ ซึ่งความหนาแน่นของน้ำในระดับที่ลึกกว่ามีค่ามากกว่าเนื่องจากปริมาณตะกอนมีความเข้มข้นมากกว่าด้านบน อย่างไรก็ตามหากสามารถทราบค่าความหนาแน่นของน้ำปนตะกอนในแต่ละชั้นความลึกก็สามารถทำการ หาอนุพันธ์ เพื่อหาค่าความดัน ณ ตำแหน่งที่ต่ำกว่าได้โดยการประยุกต์สมการที่ 2.17 ดังนี้

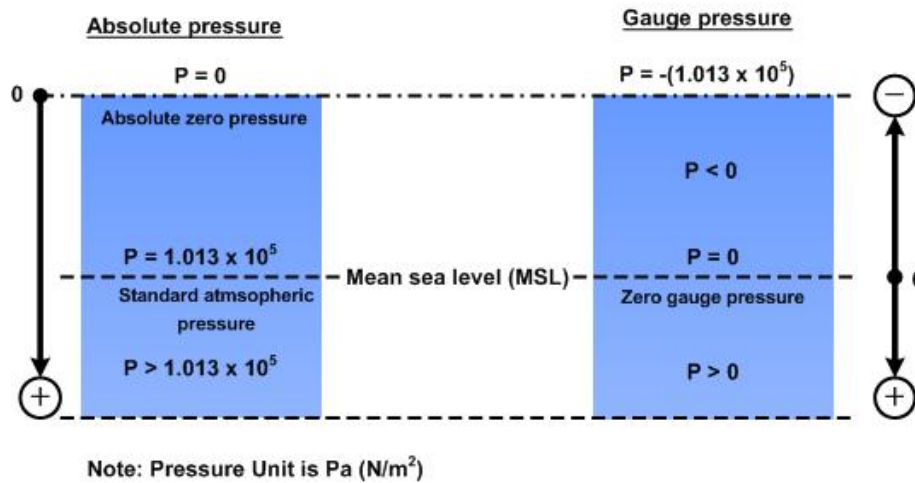
$$P_1 = P_2 + \int_{h_1}^{h_2} \gamma h P_1 \quad (2.18)$$

โดยสมการที่ 2.18 จะต้องทราบว่า  $\gamma$  เป็นฟังก์ชัน ของ  $h$  อย่างไร โดยทั่วไปเมื่อเราไม่ทราบค่า  $\gamma$  เป็นในฟังก์ชัน ของ  $h$  ก็อาจจะใช้ค่า  $\gamma$  เฉลี่ยแทนได้

### การวัดความดัน (Measurement of Pressure)

การวัดความดันของของไหล มีมาตรฐานที่ใช้อ้างอิงโดยทั่วไปอยู่ 2 มาตรฐานคือความดันสัมบูรณ์ (Absolute Pressure ใช้คำย่อว่า abs) และ ความดันเกจ (Gage Pressure ใช้คำย่อว่า g) ความดันสัมบูรณ์คือค่าความดันที่วัดเปรียบเทียบกับความดันสุญญากาศสมบูรณ์ (Perfect Vacuum) หรือความดันศูนย์สัมบูรณ์ (Absolute Zero Pressure) ในขณะที่ความดันเกจคือความดันที่วัดเปรียบเทียบกับความดันบรรยากาศ ณ จุดใดจุดหนึ่ง (Local Atmospheric Pressure) ซึ่งโดยทั่วไปจะเปรียบเทียบกับความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง (Mean Sea Level : MSL) หรือกำหนดให้ความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลางมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นความดันสัมบูรณ์จึงมีค่าเป็นบวกเสมอในขณะที่ความดันเกจมีค่าได้ทั้งบวกและลบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความดันเกจนั้นมีค่ามากกว่าหรือน้อยค่าความดัน

บรรยากาศ หากค่าความดันนั้นมีค่ามากกว่าความดันบรรยากาศ ความดันเกจจะมีค่าเป็นบวก หากความดันเกจนั้นมีค่าน้อยกว่าความดันบรรยากาศก็จะมีค่าเป็นลบ เช่น ณ ตำแหน่งที่ทำการวัดมีความดันสัมบูรณ์เท่ากับ 80 kPa และความดันบรรยากาศ ณ ตำแหน่งนั้นมีค่าเท่ากับ 101.3 kPa ความดันเกจก็จะมีค่าเท่ากับ -21.3 kPa หรืออาจเรียกว่ามีค่าความดันดูด (Suction Pressure) เท่ากับ 21.3 kPa สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างความดันสัมบูรณ์และความดันเกจแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูง กับความดันสัมบูรณ์ และความดันเกจ

ดังนั้นกล่าวโดยสรุปสามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่างความดันเกจและความดันสัมบูรณ์ได้ดังสมการ

$$P_{abs} = P_{atm} + P_g$$

เมื่อ  $P_{abs}$  คือ ความดันสัมบูรณ์  $P_{atm}$  คือ ความดันบรรยากาศ และ  $P_g$  คือ ความดันเกจ

ตัวอย่างที่ 2.1 จงหาเฮดความดันของความดันบรรยากาศในรูปของของไหลดังต่อไปนี้

- (a) น้ำ
- (b)ปรอทและ
- (c) ของไหลที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.92.

วิธีทำ

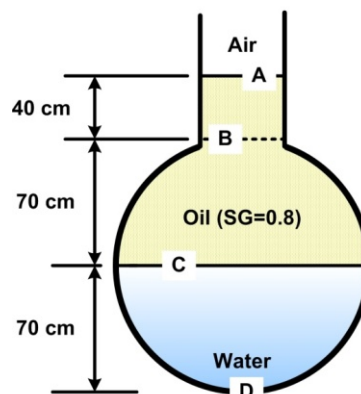
ความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับ  $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  ดังนั้นสามารถหาเฮดความดันได้จากสมการ  $h = P/\gamma$

$$(a) \quad h = \frac{1.013 \times 10^5}{9810} = 10.326 \text{ m-H}_2\text{O}$$

$$(b) \quad h = \frac{1.013 \times 10^5}{13.6 \times 9810} = 759.28 \text{ m-Hg}$$

$$(c) \quad h = \frac{1.013 \times 10^5}{0.92 \times 9810} = 11.224 \text{ m-Fluid}_{SG=0.92}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 ถังใบหนึ่งบรรจุน้ำและน้ำมันดังรูป จงหา ความดันเกจและความดันสัมบูรณ์ที่ ตำแหน่ง A B C และ D (กำหนด ความดันบรรยากาศที่กระทำกับถังมีค่าเท่ากับ ความดันบรรยากาศ ณ.ระดับน้ำทะเลปานกลาง)



รูปที่ Ex2.2

วิธีทำ จากสมการ  $P_g = \gamma h$  ,  $P_1 = P_2 + \gamma h$  และ  $P_{abs} = P_{atm} + P_g$  สามารถคำนวณความดัน ณ. ตำแหน่งต่าง ๆ ได้ ดังตารางที่ Ex2.1

ตารางที่ Ex2.1 ความดัน ณ. ตำแหน่ง A B C และ D ในรูปที่ Ex2.2

ตำแหน่ง	$P_{gage}$				(5)
	(1) $\gamma$ (N/m <sup>3</sup> )	(2)h (m)	*(3) $\gamma h$ (N/m <sup>2</sup> )	** (4) $P_1 = P_2 + \gamma h$ (N/m <sup>2</sup> )	$P_{abs} = P_{atm} + P_g$ (N/m <sup>2</sup> )
A	-	-	0	0	$101.33 \times 10^3 (P_{atm})$
B	$0.8 \times 9,810$	0.4	3,139.2	3,139.2 (0+3,139.2)	$104.47 \times 10^3$
C	$0.8 \times 9,810$	0.7	5,493.6	8,632.8 (5,493.6+3139.2)	$109.96 \times 10^3$
D	9,810	0.7	6,867	15,499.8 (6,867+8,632.8)	$116.83 \times 10^3$

#### แนวทางการคำนวณ

- (1) คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล คำนวณจาก Specific gravity ของของไหล คูณ  $\gamma_w$
- (2) h คือ ความสูงของของไหลในชั้นที่พิจารณา
- (3) (3) = (1)  $\times$  (2)
- (4) ความดันของไหลที่ชั้นด้านบนบวกด้วยความดันของไหลที่ชั้นที่พิจารณา
- (5) ความดันสัมบูรณ์ ณ.ตำแหน่งที่พิจารณา เท่ากับ ความดันบรรยากาศบวกด้วยความดันเกจ

## เครื่องมือวัดความดัน (Pressure Measurement)

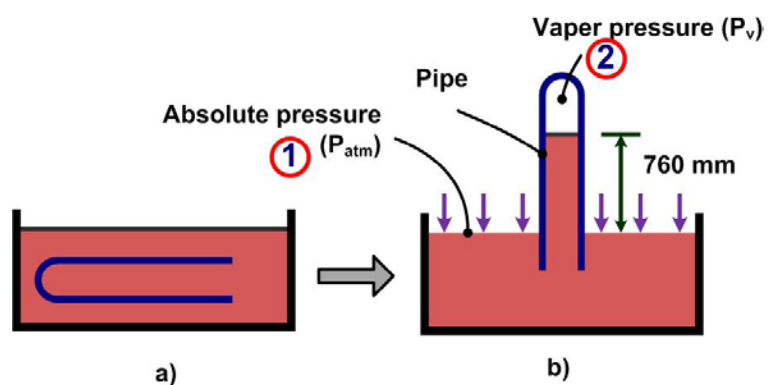
เครื่องมือสำหรับวัดความดันเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่ใช้วัดความดันสัมบูรณ์ความดันบรรยากาศหรือความดันเกจ และแสดงผลออกมาในหน่วยต่าง ๆ เช่น Pa,  $N/m^2$ , Bar, kPa หรือ mmHg ซึ่งมีมากมายหลายรูปแบบแต่แบ่งออกได้ 2 ประเภทคือ เครื่องมือวัดความดันบรรยากาศและเครื่องมือวัดความดันเกจ

### บารอมิเตอร์ (Barometer)

บารอมิเตอร์คือเครื่องมือวัดความดันบรรยากาศสำหรับวัดค่าความดันที่เกิดจากแรงดันของอากาศโดยใช้ของเหลวหรือวัสดุแข็งที่สัมผัสโดยตรงกับอากาศ โดยส่วนใหญ่แบ่งออกได้เป็น บารอมิเตอร์แบบปรอท และบารอมิเตอร์แบบแอนเนอรอยด์

### บารอมิเตอร์แบบปรอท (Mercury Barometer)

ในปี ค.ศ. 1643 เอวานเจลิस्ता โตร์ริเชลลี (Evangelista Torricelli) นักฟิสิกส์ชาวอิตาลีเป็นผู้ประดิษฐ์คิดค้น บารอมิเตอร์ เครื่องแรก เขาค้นพบแรงกดของบรรยากาศ โดยบังเอิญขณะพยายามสูบน้ำเข้าไปในท่อปิด ของการสร้างน้ำพุของแกรนด์ดยุกแห่งทัสคานี ซึ่ง โตร์ริเชลลีพบว่าน้ำจะถูกยกตัวสูงขึ้นในท่อปิดได้ไม่เกิน 10 m ต่อมาเขาได้ใช้ท่อที่มีความยาวประมาณ 1 m คว่ำลงในอ่างที่บรรจุปรอทดังรูปที่ 2.7a ซึ่งอากาศในท่อจะถูกแทนที่ด้วยปรอททั้งหมด จากนั้นทำการยกท่อขึ้นในแนวตั้ง พบว่าปรอทในท่อถูกยกขึ้นไปกับท่อได้สูงเพียงประมาณ 76 cm หรือ 760 mm เท่านั้น ไม่ว่าจะใช้ท่อสูงขึ้นไปอีกก็ตาม ดังรูปที่ 2.7b โดยเขาสรุพบว่า การที่ของไหลส่วนหนึ่งยังคงค้างอยู่ภายในหลอดแก้วก็เนื่องจากแรงกดดันของบรรยากาศที่มีต่อผิวหน้าของปรอทในอ่าง ซึ่งแสดงว่ามวลของบรรยากาศหรือความกดดันของบรรยากาศที่มีต่อผิวของของไหลในอ่างจะต้องเท่ากับความกดดันที่เกิดจากมวลของของไหลในหลอดแก้ว ซึ่งกดลงมายังอ่างของไหล ดังนั้น ความสูงของของไหลในหลอดแก้ว จึงเท่ากับความสูงที่เกิดจากความดันของบรรยากาศ ค่าที่วัดได้จะเป็นความดันสัมบูรณ์ (Absolute Pressure) และนั่นคือเครื่องมือวัดความดันบรรยากาศเครื่องแรกของโลก



รูปที่ 2.7 บารอมิเตอร์แบบปรอท



จากรูปที่ 2.7 และจากสมการ  $P_1 = P_2 + \rho h$  จะได้ ความดันบรรยากาศ (Atmospheric Pressure,  $P_{atm}$ ) ดังนี้

$$P_{atm} = P_V + \gamma_{Hg} h \quad (2.19)$$

เมื่อ  $P_{atm}$  คือความดันบรรยากาศ ( $N/m^2$ )  $P_V$  คือ ความดันไอ (Vapor Pressure) ในท่อมมีค่าเท่ากับ  $0.016 N/m^2$   $\gamma_{Hg}$  คือน้ำหนักจำเพาะของปรอท ( $N/m^3$ )  $h$  คือความสูงของปรอท (m) จากสมการจะได้

$$P_{atm} = 0.016 + 133.416 \times 10^3 (0.76)$$

$$P_{atm} = 0.016 + 101,396$$

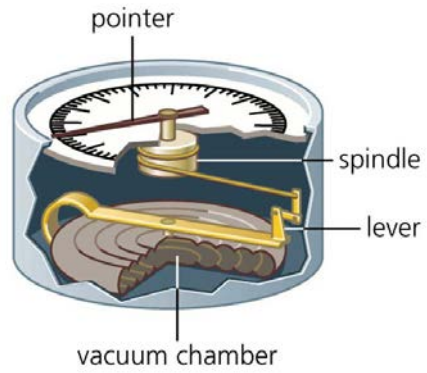
หากพิจารณาค่า  $P_V = 0.016 N/m^2$  และ  $\gamma_{Hg} h = 101,396 N/m^2$  จะเห็นได้ว่า ค่า  $P_V$  มีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ (เพื่อความสะดวกในการคำนวณและคำตอบที่ได้มีค่าไม่ต่างกัน) ดังนั้นความดันบรรยากาศจึงสามารถหาได้จากสมการ

$$P_{atm} = \gamma_{Hg} h \quad (2.20)$$

บางครั้งอาจบอกค่าความดันอยู่ในรูปของความสูงของปรอท (มิลลิเมตรปรอท : mm·Hg)

### บารอมิเตอร์แบบแอนอโรยด์ (Aneroid Barometer)

บารอมิเตอร์แบบแอนอโรยด์ คือเครื่องมือวัดความดันอากาศที่ คิดค้น ขึ้นในปี ค.ศ. 1844 โดย นักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ Lucien Vidi ซึ่งเป็นเครื่องมือวัดความดันที่อาศัย แรงอัดจากอากาศมากดทับแคปซูลซึ่งเป็นกล่องโลหะเล็กที่มีความยืดหยุ่นเรียกว่าเซลล์ แอนอโรยด์ (Aneroid) การเปลี่ยนแปลงความดันอากาศภายนอก เพียงเล็กน้อยจะทำให้เซลล์ขยายหรือหดตัว การขยายตัวและการหดตัวนี้ทำให้กลไกที่ถูกติดตั้งต่อจากแคปซูลเลื่อน ไปตามการเคลื่อนไหวของแรงดัน ส่งผลให้เข็มที่ถูกติดตั้งต่อจากชุดแคปซูล เลื่อนไปบอกค่าความดันบนสเกลบนหน้าปัด บารอมิเตอร์แบบแอนอโรยด์ส่วนใหญ่เป็นแบบตลับดังรูปที่ 2.8 บารอมิเตอร์ประเภทนี้มีอยู่ทั่วไปในบ้านและในเรือสำราญ นอกจากนี้ยังใช้ใน วงการอุตุนิยมวิทยาเช่น บารอกราฟ (Barograph) ดังรูปที่ 2.9



รูปจาก <https://atmos.washington.edu>



รูปจาก <https://www.sksato.co.jp>

รูปที่ 2.8 บารอมิเตอร์แบบแอนเนอรอยด์ (Aneroid Barometer)

บารอกราฟใช้หลักการเดียวกันกับบารอมิเตอร์แบบตลับ แต่ต่อแขนปากกาให้ไปขีดบนกระดาษกราฟที่หุ้มกระบอกหมุนที่หมุนด้วยนาฬิกา จึงบันทึกความกดอากาศ



รูปจาก <https://www.starpath.com>

รูปที่ 2.9 บารอกราฟ

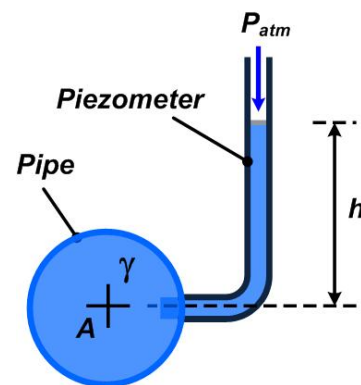
## มาโนมิเตอร์ (Manometer)

มาโนมิเตอร์เป็นอุปกรณ์วัดความดันที่อาศัยหลัก ของความดันสถิตศาสตร์ของไหล โดยทั่วไปทำจากหลอดแก้วใสบรรจุของเหลวอยู่ภายใน ของเหลวที่บรรจุภายในหลอดมาโนมิเตอร์ควรมี การเคลื่อนที่ภายในหลอดได้อย่างอิสระไม่ยึดเกาะติดที่ผนังหลอด ต้องไม่เปลี่ยนสถานะ เช่น การแข็งตัวหรือการเดือดเป็นไอ และไม่กัดกร่อนหลอดบรรจุ ค่าความหนาแน่นของของเหลวต้องเหมาะสมกับย่านความดันใช้งาน และระดับความสูงของหลอดมาโนมิเตอร์ ของเหลวที่ใช้มีหลายชนิด ได้แก่ ปรอท น้ำมัน หรือของไหลที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการใช้งาน การทำงานของมาโนมิเตอร์จะ อาศัยการเปรียบเทียบกับความดันที่รู้ค่า เช่นเดียวกับบารอมิเตอร์ มาโนมิเตอร์เป็นอุปกรณ์วัดความดันในรูปแบบของความดันแตกต่างโดยพิจารณาจากความแตกต่างของระดับความสูงของของเหลวภายในหลอดแก้วสองข้าง โดยมีหลักการทำงานอย่างง่ายเพียงแค่นำปลายข้างหนึ่งของมาโนมิเตอร์ปักเข้าไปยังจุดที่ต้องการทราบค่าความดัน และค่าที่อ่านได้จะเป็นความดันเกจ มาโนมิเตอร์มีมากมายหลายรูปแบบทั้งนี้แล้วแต่ลักษณะงานที่จะใช้ อย่างไรก็ตามมาโนมิเตอร์จะถูกออกแบบด้วยพื้นฐานสามแบบด้วยกันคือ พิโซมิเตอร์ มาโนมิเตอร์รูปตัวยู และ มาโนมิเตอร์แบบเอียง

## พิโซมิเตอร์ (Piezometer)

พิโซมิเตอร์ เป็นมาโนมิเตอร์อย่างง่ายที่สุด ประกอบด้วย หลอดแก้วปลายเปิดวางตัวในแนวตั้ง โดย ปลายมีปลายด้านหนึ่งเปิดสู่อากาศ ไปติดตั้ง ณ จุดที่ต้องการวัดความดัน ดังรูปที่ 2.10

จากรูปที่ 2.10 เมื่อทราบค่าน้ำหนักจำเพาะของของไหล และความสูง  $h$  ในหลอดแก้ว ก็สามารถคำนวณหาความดัน ณ ตำแหน่ง A ได้ ดังสมการ



รูปที่ 2.10 พิโซมิเตอร์

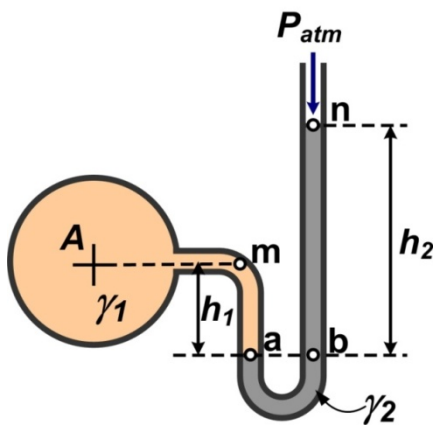
$$\text{ความดันเกจ } P_A = \gamma h \quad (2.20)$$

$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ } P_A = P_{atm} + \gamma h \quad (2.21)$$

เมื่อ  $P_A$  คือความดันที่ต้องการวัด ( $N/m^2$ )  $P_{atm}$  คือความดันบรรยากาศ ( $N/m^2$ )  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $N/m^3$ )  $h$  คือความสูงของของไหลในหลอดแก้ว (m)

การใช้พิโซมิเตอร์วัดความดันมีข้อควรระวังในเรื่องการวัดความดันเกินพิกัดเนื่องจากพิโซมิเตอร์มีโครงสร้างอย่างง่ายไม่มีอุปกรณ์ป้องกัน ของเหลวที่บรรจุภายใน หลอดแก้วอาจเกิดการสูญหายได้ และก่อนการใช้งานทุกครั้งควรปรับระดับความสูงของของเหลวให้อยู่ในตำแหน่งศูนย์ เพื่อลดความคลาดเคลื่อนจากการวัด ดังนั้นการใช้พิโซมิเตอร์นี้เหมาะสมสำหรับวัดความดันที่พอเหมาะที่อ่านค่าได้ โดยที่หลอดแก้วต้องมีค่าไม่ยาวมากไปและไม่สั้นเกินไปจนอ่านค่า  $h$  ลำบาก

### มานอมิเตอร์รูปตัวยู (U-Tube Manometer)



**A is a measurement point**

รูปที่ 2.11 มานอมิเตอร์รูปตัวยู

กรณีที่ต้องการวัดความดันที่มีค่าสูงมาก การใช้พิโซมิเตอร์อาจไม่สะดวก เนื่องจากต้องใช้หลอดแก้วที่ยาวมาก ดังนั้นมานอมิเตอร์รูปตัวยูจึงถูกนำมาใช้ โดยการตัดหลอดแก้วให้กลายเป็นรูปตัวยูในภาษาอังกฤษดังรูปที่ 2.11 แล้วใช้ของไหลที่มีน้ำหนักจำเพาะมากกว่าน้ำหนักจำเพาะของของไหลที่ต้องการวัด ของเหลวดังกล่าวเรียกว่า Gage Fluid (เช่นปรอท) ซึ่งจะทำให้ค่า  $h$  ที่อ่านได้ไม่สูงมากนัก โดยมีรายละเอียดการคำนวณหาค่าความดันดังนี้

พิจารณาที่จุด  $a$  และ จุด  $b$  พบว่า ความดันมีค่าเท่ากัน (เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน และมีระดับเท่ากัน และอยู่ต่อเนื่องกัน) ดังนั้นจะได้

$$P_a = P_b$$

$$P_m + \gamma_1 h_1 = P_n + \gamma_2 h_2$$

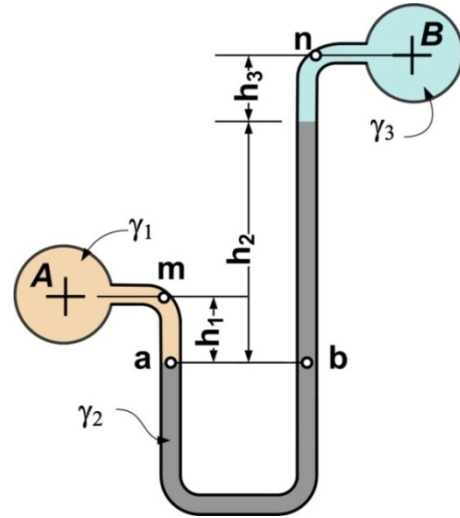
เมื่อ  $P_A = P_m$  และ  $P_{atm} = P_n$  จะได้

$$P_A + \gamma_1 h_1 = P_{atm} + \gamma_2 h_2$$

$$\text{หรือ} \quad P_A = P_{atm} + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (\text{ความดันสัมบูรณ์}) \quad (2.22)$$

$$\text{และ} \quad P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (\text{ความดันเกจ}) \quad (2.23)$$

เมื่อ  $P_A$  คือความดันที่ต้องการวัด ( $N/m^2$ )  $P_{atm}$  คือความดันบรรยากาศ ( $N/m^2$ )  $\gamma_1$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหลที่ต้องการทำการวัด ( $N/m^3$ )  $\gamma_2$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหลในหลอดแก้ว ( $N/m^3$ )  $h_1$  คือความสูงของของไหลในหลอดแก้วฝั่งเดียวกับของไหลที่ต้องการทำการวัด (m)  $h_2$  คือความสูงของของไหลในหลอดแก้วฝั่งปลายเปิด (m) ดังนั้นเวลาใช้งานเพียงแค่อ่านค่าระดับ  $h_1$  และ  $h_2$  แล้วนำไปแทนค่าในสมการที่ 2.22 หรือ 2.23 ก็สามารรถคำนวณหาความดันสัมบูรณ์หรือความดันเกจได้ตามลำดับ (เนื่องจาก  $\gamma_1$  และ  $\gamma_2$  เป็นค่าที่ทราบอยู่แล้ว) มานอมิเตอร์รูปตัวยูยังสามารถประยุกต์ใช้กับการวัดความแตกต่างของความดันของไหลระหว่างจุด 2 จุด บางครั้งอาจเรียกว่า มานอมิเตอร์วัดผลต่างความดัน (Differential Manometer) ดังรูปที่ 2.12 ซึ่งมีรายละเอียดการคำนวณหาความดันดังนี้



รูปที่ 2.12 มานอมิเตอร์รูปตัวยู  
สำหรับใช้วัดผลต่างความดัน

พิจารณาที่จุด a และ จุด b พบว่า ความดันมีค่าเท่ากัน (เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน และมีระดับเท่ากัน และอยู่ต่อเนื่องกัน) ดังนั้นจะได้

$$P_a = P_b$$

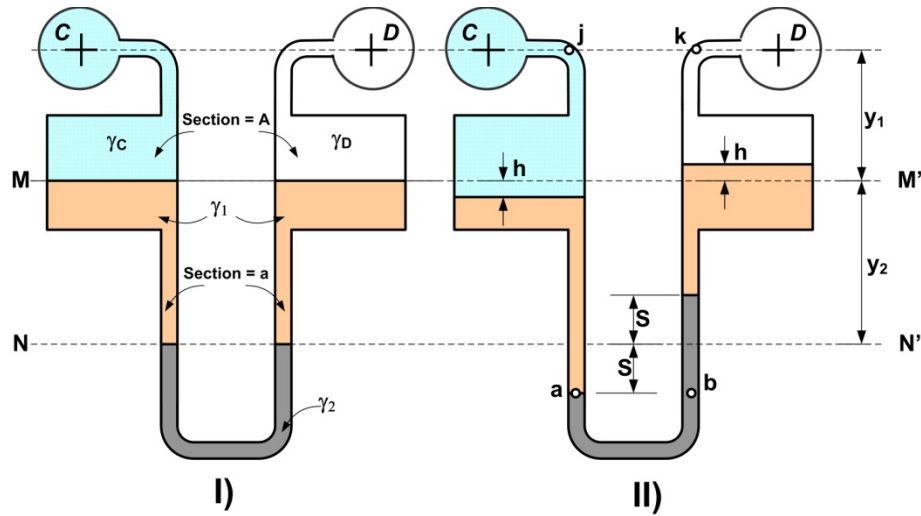
$$P_m + \gamma_1 h_1 = P_n + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3$$

เมื่อ  $P_A = P_m$  และ  $P_B = P_n$  จะได้

$$P_A + \gamma_1 h_1 = P_B + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3$$

$$\text{หรือ } P_A - P_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1 \quad (\text{ความดันเกจ}) \quad (2.24)$$

ดังนั้นเวลาใช้งานเพียงแค่อ่านค่าระดับ  $h_1$   $h_2$  และ  $h_3$  นำไปแทนค่าในสมการ ก็สามารรถคำนวณหาผลต่างความดันได้ (เนื่องจาก  $\gamma_1$   $\gamma_2$  และ  $\gamma_3$  เป็นค่าที่ทราบอยู่แล้ว) อย่างไรก็ตามหากผลต่างความดันมีค่าน้อยอาจทำให้ยากต่อการอ่านค่าระดับ  $h_1$   $h_2$  และ  $h_3$  ดังนั้นจึงต้องเลือกใช้มานอมิเตอร์ที่สามารถวัดค่าที่มีผลต่างความดัน น้อย ๆ ได้แก่ ไมโครมานอมิเตอร์ (รูปที่ 2.13) โดยการออกแบบมานอมิเตอร์ให้มีพื้นที่หน้าตัดต่างกัน ดังรูป



รูปที่ 2.13 ไมโครมานอมิเตอร์

จากรูปจะเห็นว่าที่หน้าตัด  $MM'$  มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ  $A$  และ ที่หน้าตัด  $NN'$  มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ  $a$  จากรูปที่ 2.12 (I) พบว่าเมื่อระดับความดันที่ตำแหน่ง  $C$  และ ตำแหน่ง  $D$  ระดับของไหล 1 และ ระดับของไหล 2 จะมีค่าเท่ากัน แต่หากระดับของไหลที่ตำแหน่ง  $C$  มีค่ามากกว่าที่ตำแหน่ง  $D$  ระดับของไหลจะเปลี่ยนไปเป็นรูปที่ 2.12 (II) โดยระดับด้านซ้ายมือของไหล 1 จะลดลงเท่ากับ  $h$  และ ระดับของไหล 2 ลดลงเท่ากับ  $S$  จะลดลงในขณะที่ระดับของไหลด้านขวามือของไหล 1 จะเพิ่มขึ้น และ 2 เท่ากับ  $h$  และ ระดับของไหล 2 เพิ่มขึ้นเท่ากับ  $S$  และสามารถคำนวณหาผลต่างของความดันของไหลได้ดังนี้ พิจารณารูปที่ 2.12 (II) ณ.ตำแหน่งที่มีความดันเท่ากันซึ่งได้แก่ ที่ตำแหน่ง  $a$  กับ  $b$  จะได้

$$P_a = P_b$$

$$P_j + \gamma_c(y_1 + h) + \gamma_1(y_2 + S - h) = P_k + \gamma_D(y_1 - h) + \gamma_1(y_2 + h - S) + \gamma_2(S + S)$$

และ เมื่อ  $P_C = P_j$  และ  $P_D = P_k$  จะได้

$$P_C + \gamma_c(y_1 + h) + \gamma_1(y_2 + S - h) = P_D + \gamma_D(y_1 - h) + \gamma_1(y_2 + h - S) + \gamma_2(2S)$$

เนื่องจากปริมาตรที่เปลี่ยนไป ณ. หน้าตัด  $A$  กับ หน้าตัด  $a$  มีปริมาตรเท่ากันจะได้

$$hA = Sa$$

หรือ ระยะ

$$h = S \left( \frac{a}{A} \right)$$

แทนค่า  $h$  ลงในสมการ จะได้

$$P_C - P_D = \gamma_D \left( y_1 - S \left( \frac{a}{A} \right) \right) + \gamma_1 \left( y_2 + S \left( \frac{a}{A} \right) - S \right) + \gamma_2 (2S) - \gamma_C \left( y_1 + S \left( \frac{a}{A} \right) \right) - \gamma_1 \left( y_2 + S - S \left( \frac{a}{A} \right) \right)$$

$$P_C - P_D = \gamma_D \left( y_1 - S \left( \frac{a}{A} \right) \right) - \gamma_C \left( y_1 + S \left( \frac{a}{A} \right) \right) + 2S \left[ \gamma_1 \left( \left( \frac{a}{A} \right) - 1 \right) + \gamma_2 \right]$$

กรณีที่ของไหล C และ ของไหล D เป็นของไหลชนิดเดียวกัน จะได้  $\gamma_C$  และ  $\gamma_D$  มีค่าเท่ากัน ซึ่งกำหนดให้เท่ากับ  $\gamma$  ดังนั้นจะได้

$$P_C - P_D = -2S \left( \frac{a}{A} \right) \gamma + 2S \left[ \gamma_1 \left( \left( \frac{a}{A} \right) - 1 \right) + \gamma_2 \right]$$

$$P_C - P_D = 2 \left\{ \gamma_1 \left( \left( \frac{a}{A} \right) - 1 \right) + \gamma_2 - 2 \left( \frac{a}{A} \right) \gamma \right\} S$$

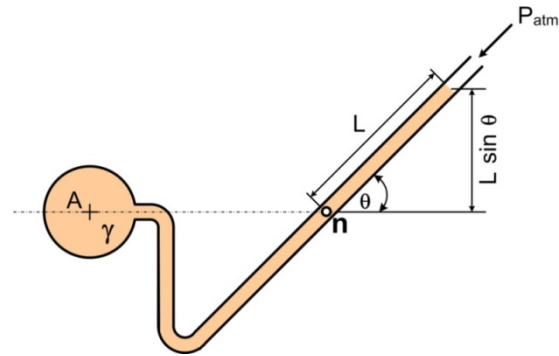
จากสมการที่ พบว่า  $\gamma$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $a$  และ  $A$  เป็นตัวแปรที่ทราบค่าอยู่แล้ว ดังนั้น พจน์  $2 \left\{ \gamma_1 \left( \left( \frac{a}{A} \right) - 1 \right) + \gamma_2 - 2 \left( \frac{a}{A} \right) \gamma \right\}$  จึงเป็นค่าคงที่ กำหนดให้เท่ากับ  $C$  จะได้

$$P_C - P_D = CS \tag{2.25}$$

จากสมการที่ 2.25 หากต้องการทราบค่าผลต่างความดันก็เพียงวัดค่า  $S$  และนำไปแทนค่าในสมการ

### มาโนมิเตอร์แบบเอียง (Incline Tube Manometer)

มาโนมิเตอร์แบบเอียงดัดแปลงมาจากพิโซมิเตอร์เพื่อ ให้สามารถอ่านค่าความดันได้ละเอียดมากขึ้น โดยการเอียงหลอด แก้วเป็นมุม  $\theta$  ใด ๆ ดังรูปที่ 2.14 เพื่อประโยชน์ในการอ่านค่าความดันที่มีค่าน้อย ๆ ซึ่งมีรายละเอียดการคำนวณหาค่าความดันดังนี้



รูปที่ 2.14 มาโนมิเตอร์แบบเอียง

พิจารณาที่จุด A และ จุด n พบว่า ความดันมีค่าเท่ากัน (เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน และมีระดับเท่ากัน และอยู่ต่อเนื่องกัน) ดังนั้นจะได้

$$P_A = P_n$$

$$P_A = P_{atm} + \gamma L \sin \theta \quad (\text{ความดันสมบูรณ์}) \quad (2.26)$$

$$P_A = \gamma L \sin \theta \quad (\text{ความดันเกจ}) \quad (2.27)$$

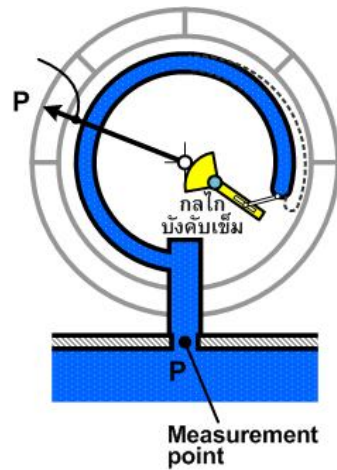
เมื่อ  $P_A$  คือความดันที่ต้องการวัด ( $\text{N/m}^2$ )  $P_{atm}$  คือความดันบรรยากาศ ( $\text{N/m}^2$ )  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหลที่ต้องการทำการวัด ( $\text{N/m}^3$ )  $L$  คือระดับของไหลในแนวเอียง (m) ดังนั้นเวลาใช้งานเพียงแค่อ่านค่าระดับ  $L$  และ นำไปแทนค่าในสมการ ก็สามารถคำนวณหาความดันสมบูรณ์หรือความดันเกจได้ตามลำดับ

### มาตรวัดบัวร์ดอง (Bourdon gauge)

มาตรวัดบัวร์ดอง (รูปที่ 2.15) เป็นเป็นมาตรวัดความดันเกจ ชนิดอาศัยการเปลี่ยนแปลงทางกลด้วยหลักการยืดตัว หรือโก่งตัวของวัสดุที่มีสมบัติยืดหยุ่นหรือเรียกว่าเครื่องมือวัดความดันแบบอิลาสติก ทำงานโดยอาศัยการแปลงความดันที่อุปกรณ์ได้รับให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่ โดยมีส่วนประกอบสำคัญคือ หลอดกลางหน้าต่างรูปวงรี ดัดโค้งเป็นรูปส่วนหนึ่งของวงกลม ปลายด้านหนึ่งปิดปล่อยเป็นอิสระ และเชื่อมต่อกับกลไกบังคับเข็มที่หน้าปัด ส่วนปลายอีกด้านตรึงแน่น และเชื่อมต่อกับจุดที่ต้องการวัดความดัน เมื่อหลอดได้รับความดันหรือความดันภายในหลอดมากกว่าความดันภายนอก จะพยายามแบ่งตัวทำให้ปลายอิสระเคลื่อนที่ทำให้เข็มที่หน้าปัดขยับไปยังตำแหน่งที่บอกค่าของความดัน โดยการเคลื่อนที่นี้



เปลี่ยนแปลงตามความดันที่ได้รับ และเมื่อความดันลดลงหลอดจะเคลื่อนที่กลับเข้าสู่ตำแหน่งเดิม ลักษณะการทำงานของบิวรีดองมีหลักการเดียวกับของเด็กเล่นที่มีลักษณะเป็นขดกระดาษม้วน โดยเมื่อเป่าลมเข้า ขดกระดาษม้วนจะคลายตัวออก และเมื่อปล่อยลมออก ขดกระดาษจะม้วนตัวกลับเข้าสู่สภาพเดิม



รูปจาก <https://www.nanasupplier.com/>

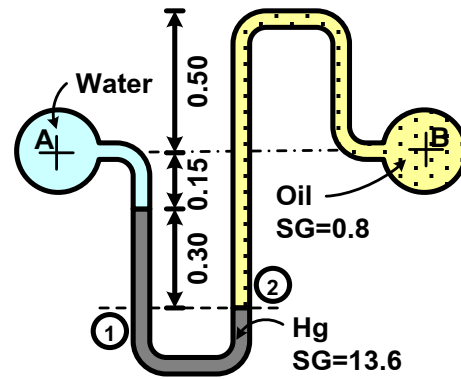
รูปที่ 2.15 การทำงานของมาตรวัดบิวรีดอง

### ทรานสดิวเซอร์วัดความดัน (Pressure transducer)

ทรานสดิวเซอร์วัดความดัน คืออุปกรณ์ที่เปลี่ยนความดันเป็นสัญญาณทางไฟฟ้า ซึ่งการแปลงค่าความดันที่วัดเป็นสัญญาณไฟฟ้าทำให้การเก็บข้อมูลและการประมวลผลสามารถทำได้ง่ายและสะดวก รวดเร็วยิ่งขึ้น ซึ่งทรานสดิวเซอร์วัดความดันมีอยู่หลายรูปแบบด้วยกันเช่น

- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดใช้แสง (Optical Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดเปลี่ยนความจุไฟฟ้า (Capacitive Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดเปลี่ยนความต้านทาน (resistive Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดเปลี่ยนแปลงความเหนียวนำ (Inductive Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดเพียโซอิเล็กทริก (Piezoelectric Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิด LVDT (LVDT Pressure Transducer)
- ทรานสดิวเซอร์ความดันชนิดสเตรนเกจ (Strain Gauge Pressure Transducer)

ตัวอย่างที่ 2.3 จากรูป ที่ Ex2.3 จงหาความดันที่จุด B เมื่อความดันที่จุด A มีค่าเท่ากับ 25 mm-Hg (ระยะมีหน่วยเป็น m)



รูปที่ Ex2.3

วิธีทำ  $1 \text{ mm-Hg} = (1 \times 10^{-3} \text{ m.})SG_{\text{Hg}}$

$$\gamma_w = 0.001 \times 13.6 \times 9810 = 133.4 \text{ Pa}$$

พิจารณาความดันที่จุด A

$$P_A = 25 \text{ mm.Hg} = 25 \times 133.4 = 3335.4 \text{ Pa} = 3.34 \text{ kPa}$$

หาความดันที่จุด B

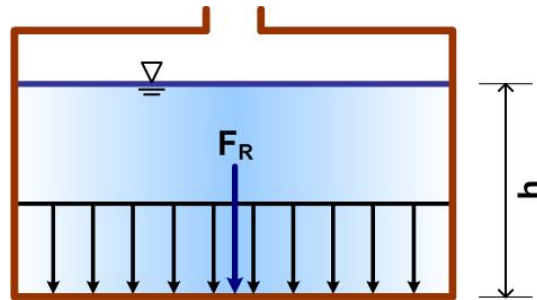
$$\begin{aligned} P_B &= P_A + (0.15) \gamma_w + (0.30) \gamma_{\text{Hg}} - (0.45) \gamma_{\text{Oil}} \\ &= 3335.4 + (0.15) (9810) + (0.30) (13.6 \times 9810) - (0.45) (0.80 \times 9810) \\ &= 41.31 \times 10^3 \text{ Pa} \\ &= 41.31 \text{ kPa} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

### แรงดันที่ของไหลกระทำกับผิวระนาบ (Hydrostatic Force on a Plane Surface)

พื้นผิวที่จมอยู่ในของไหลย่อมได้รับแรงกระทำจากของไหล การหาแรงกระทำที่เกิดจากของไหล เช่นแรงกระทำของน้ำต่ออาคารชลศาสตร์ มีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการออกแบบโครงสร้างของอาคารชลศาสตร์เหล่านั้น ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบขนาด ทิศทาง และตำแหน่งแรงลัพธ์ที่กระทำ ในหัวข้อนี้ จะทำการกล่าวถึงแรงเนื่องจากของไหลที่อยู่นิ่งโดยมีรายละเอียดดังนี้

### แรงดันที่กระทำกับผิวระนาบแนวนอน (Force on Horizontal Plane)

แรงกระทำบนระนาบแนวนอน เช่น แรงดันน้ำที่พื้นสระว่ายน้ำ แรงดันน้ำมันที่ก้นถังบรรจุ แรงที่กระทำที่กระทำกับพื้นระนาบแนวนอนเหล่านั้นสามารถหาได้โดยความดันที่ก้นถังซึ่งมีขนาดเท่ากันตลอด ครอบคลุมพื้นที่ที่ถูกกระทำ



รูปที่ 2.16 แรงที่กระทำกับพื้นระนาบแนวนอน

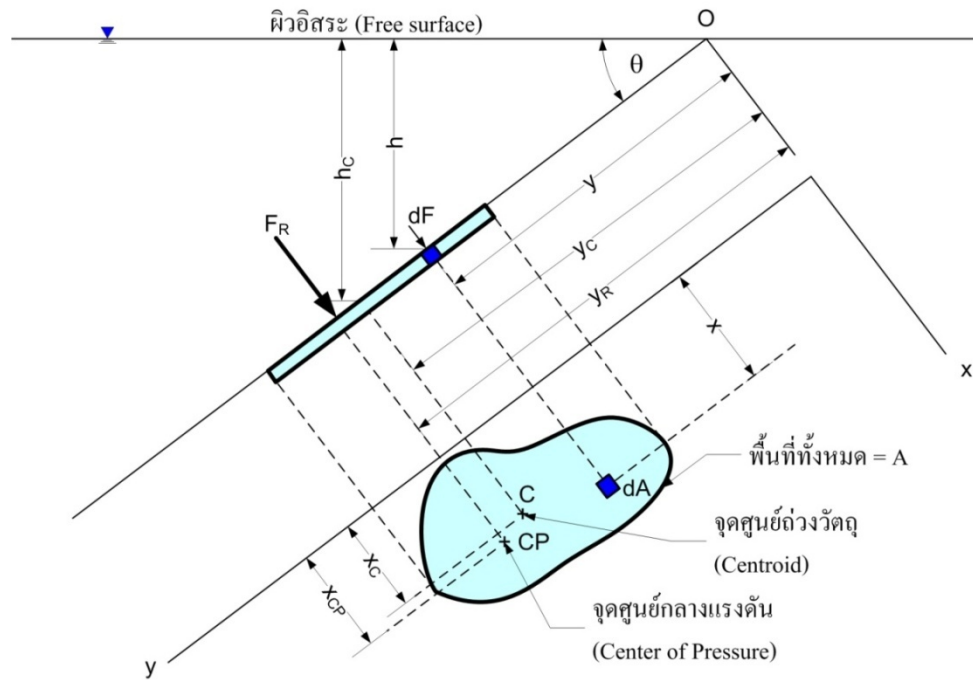
จากรูปที่ 2.16 สามารถหาแรงที่กระทำกับพื้นระนาบได้เท่ากับ

$$F_R = PA = \gamma hA \quad (2.28)$$

เมื่อ  $F_R$  คือแรงที่กระทำกับพื้นระนาบ (N)  $P$  คือความดันที่พื้นระนาบมีค่าเท่ากับ  $(N/m^2)$   $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล  $(N/m^3)$   $h$  คือความลึกของไหลที่วัดในแนวตั้งจากผิวอิสระถึงพื้นระนาบที่ถูกกระทำ (m) และ  $A$  คือพื้นที่ระนาบที่ถูกกระทำ  $(m^2)$  เนื่องจากความดันกระจายเท่ากันทั่วทั้งระนาบ ดังนั้นตำแหน่งที่แรงลัพธ์ (แรงรวม) กระทำอยู่ตรงตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ (Centroid) ของพื้นที่

### แรงดันที่กระทำกับผิวระนาบเอียง (Force on Incline Plane)

ในกรณีที่ระนาบไม่ได้อยู่ในแนวนอน ได้แก่ ระนาบแนวตั้งหรือระนาบแนวเอียง เช่น แรงที่กระทำกับเขื่อนหรือประตูน้ำ ซึ่งการกระจายความดันจะไม่เท่ากันตลอดความลึกที่ของไหลกระทำเหมือนกับกรณีระนาบแนวนอน



รูปที่ 2.17 แรงดันที่ของไหลกระทำกับวัตถุผิวเรียบที่จมอยู่ในน้ำ

หากพิจารณารูปที่ 2.17 แสดงแรงดันน้ำที่กระทำกับระนาบแนวเอียงทำมุม  $\theta$  กับผิวอิสระ แรงดันที่กระทำกับวัตถุนั้นกระจายทั่วทั้งแผ่นระนาบโดยมีทิศทางตั้งฉากกับผิววัตถุ แต่เพื่อความสะดวกในการคำนวณโมเมนต์จึงจำเป็นต้องหาขนาดของแรงรวมและตำแหน่งที่แรงรวมกระทำกับวัตถุนั้น (ซึ่งไม่ใช่ตำแหน่งจริงที่แรงกระทำกับวัตถุแต่เป็นเพียงเสมือนแรงทั้งหมดกระทำกับวัตถุที่ตำแหน่งนี้) พิจารณาในระบบความดันเกจพบว่าแรง ( $dF$ ) ที่กระทำกับวัตถุมีค่าเท่ากับ ความดัน ( $P_h$ ) คูณด้วยพื้นที่ ( $dA$ )

พิจารณาแรงที่กระทำกับพื้นที่เล็กๆ บนพื้นที่รับแรง  $dF = \gamma \times h \times dA$

แรงกระทำทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$F_R = \int_A dF = \int_A \gamma \times h \times dA$$

จากรูป  $h = y \sin \theta$

$$F_R = \int_A \gamma \times y \sin \theta \times dA$$

$$F_R = \gamma \sin \theta \int_A y dA$$

แต่เนื่องจาก  $\int_A y dA = y_c A$  (โมเมนต์ของพื้นที่รอบแกน X)

เมื่อ  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $N/m^3$ )  $h$  คือความลึกของการไหลที่วัดในแนวตั้งจากผิวอิสระถึงจุดศูนย์กลางของพื้นที่  $dA$  ( $m$ )  $y$  คือความลึกของการไหลที่วัดในแนวขนานกับผิววัดจากจุดหมุน  $O$  ถึงพื้นที่จุดศูนย์กลางของ  $dA$  ( $m$ )  $\theta$  คือ มุมเอียงที่ระนาบทำมุมกับผิวอิสระของของไหล (องศา) ดังนั้น แรงดันของของไหลบนพื้นที่จะมีค่าเท่ากับ

$$F_R = \gamma y_c A (\sin \theta)$$

จากรูป  $h_c = y_c \sin \theta$  (2.29)

$$F_R = \gamma h_c A$$

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ โดยพิจารณาจากผิวน้ำไปตามแนวแกน Y ( $y_P$ )

พิจารณาโมเมนต์ที่จุด  $O$  ของแรงรอบแกน X

$$\begin{aligned} F_R y_P &= \int_A y dF \\ &= \int_A \gamma \times y^2 \times \sin \theta \times dA \\ y_P &= \frac{\int_A \gamma \times y^2 \times \sin \theta \times dA}{F_R} \\ y_P &= \frac{\int_A y^2 dA}{A y_c} \end{aligned} \quad (2.30)$$

แต่เนื่องจาก  $\int_A y^2 dA = I_x$  (โมเมนต์ความเฉื่อย) ดังนั้นจะได้ว่า

$$y_P = \frac{I}{A y_c} \quad (2.31)$$

พิจารณาการหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X ( $I_x$ ) ในกรณีที่แกนอ้างอิงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่

$$I = I_c + Ay_c^2 \quad (2.32)$$

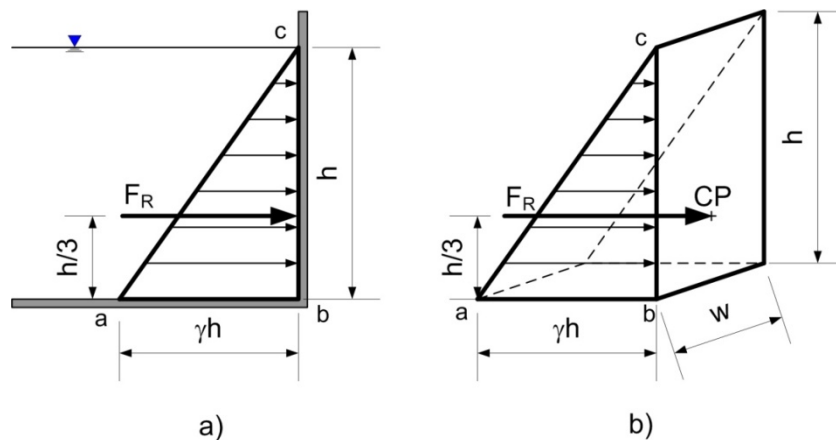
เมื่อ  $I_{xc}$  คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X ที่ผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ เพราะฉะนั้นแรงดันที่กระทำกับพื้นที่จะอยู่ห่างจากแกน X เท่ากับ

$$y_p = \frac{I_{xc} + Ay_c^2}{Ay_c}$$

$$y_p = y_c + \frac{I_{xc}}{Ay_c} \quad (2.33)$$

### ปริซึมแรงดัน (Pressure Prism)

เทคนิคปริซึมความดันจะทำให้สามารถคำนวณหาแรงที่กระทำต่อผนังแนวเอียงได้ง่ายขึ้น โดยเฉพาะเมื่อของไหลมีสองชนิดเช่น การคำนวณแรงดันที่กระทำกับผนังเขื่อนกรณีที่มีน้ำปนตะกอนอยู่ชั้นล่างและน้ำสะอาดอยู่ชั้นบน



รูปที่ 2.18 ปริซึมความดันบนพื้นที่ระนาบสี่เหลี่ยมผืนผ้า

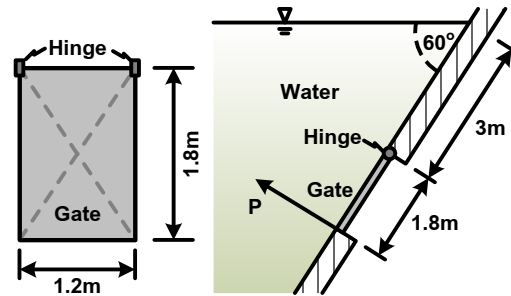
เราสามารถคำนวณหาแรงรวมทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุทางชลศาสตร์โดยใช้หลักปริซึมความดัน พิจารณารูปที่ 2.18 พบว่าความดัน ( $P$ ) แต่ละจุดที่กระทำกับกำแพงมีค่าเท่ากับน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $\gamma$ ) คูณด้วยความลึกของของไหล ( $h$ ) และมีค่าแปรผันในเชิงเส้นตามความลึกของของไหล ที่ตำแหน่งผิวของของไหล (ตำแหน่งที่ 1) ความดันมีค่าเท่ากับศูนย์ (ในระบบความดันเกจ) และมีค่าเท่ากับ  $\gamma h$  ที่พื้น (ตำแหน่งที่ 2) ดังนั้นสามารถคำนวณพื้นที่ปริซึมความดันที่กระทำกับผนังมีค่าเท่ากับพื้นที่

สามเหลี่ยม abc ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $yh^2/2$  และปริมาตรของปริซึมความดันก็คือแรงรวมที่กระทำกับผนัง  
 นั้นเอง จากรูปที่ 2.16 ปริมาตรของปริซึมความดันมีค่าเท่ากับ  $w \times yh^2/2$  เมื่อ  $w$  คือความกว้างของผนัง  
 สี่เหลี่ยม ดังนั้นจะได้แรงรวมที่กระทำทั้งหมดเท่ากับ

$$F_R = Volume = \frac{1}{2}(yh)(wh) = w \times \frac{yh^2}{2} \quad (2.34)$$

เมื่อ  $A = w \times h$  คือพื้นที่ผิวระนาบของสี่เหลี่ยมพื้นผ้าที่จมอยู่ใต้ของไหล ( $m^2$ )  $F_R$  คือแรงลัพธ์ที่  
 กระทำกับระนาบพื้นที่สี่เหลี่ยมเฉพาะส่วนที่จมน้ำ  $(N)$   $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ ( $N/m^3$ )  $h$  คือความ  
 ลึกของการไหลที่วัดในแนวตั้งจากผิวอิสระ ( $m$ )

ตัวอย่างที่ 2.4 ประตูน้ำขนาด 1.2 m × 1.8 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป โดยปลายด้านหนึ่งยึดติดกับบานพับ ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งถูกดึงด้วยแรง P เพื่อไม่ให้น้ำไหลออก จงหาขนาดของแรง P (ไม่คือน้ำหนักของบานประตู)



รูปที่ Ex 2.5

วิธีทำ จาก  $F_R = \gamma h_c A$

$$h_c = 3.9 \sin 60^\circ = 3.38 \text{ m}$$

$$A = 1.2 \times 1.8 = 2.16 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} F_R &= \gamma_w (3.38)(2.16) \\ &= 9810 \times 3.38 \times 2.16 \\ &= 71,621 \text{ N} = 71,621 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\text{จาก } y_p = \frac{I_{xc}}{A y_c} + y_c \quad ; \quad I_{xc} = \frac{bd^3}{12} = \frac{1.2 \times 1.8^3}{12} = 0.583 \text{ m}^4$$

$$y_p = \frac{0.583}{2.16 \times 3.9} + 3.9 = 3.97 \text{ m}$$

$$\sum M_{\text{Hinge}} = 0$$

$$0.97 F_R = (1.8P)$$

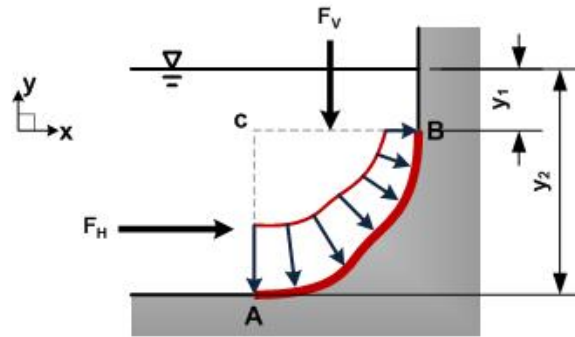
$$\begin{aligned} P &= (0.97 F_R) / 1.8 \\ &= (0.97 \times 71621) / 1.8 \\ &= 38,596 \text{ N} \end{aligned}$$

ตอบ



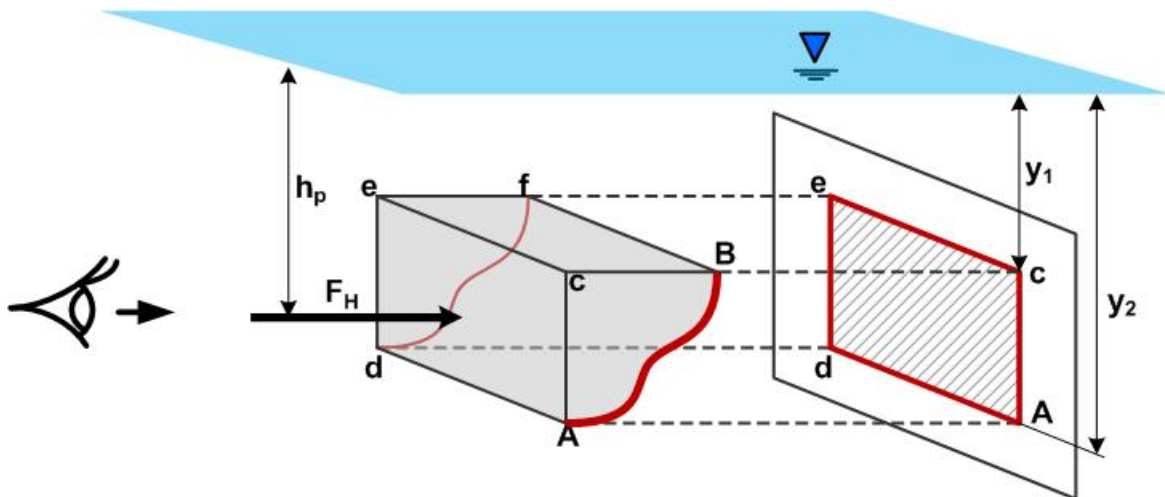
### แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง (Hydrostatic Force on a Curved Surface)

แรงดันที่กระทำกับพื้นผิวจะมีทิศทางตั้งฉากกับพื้นที่เสมอ เมื่อพิจารณาแรงที่กระทำกับผิวโค้ง AB ที่จมอยู่ในของไหลดังรูปที่ 2.19 ทิศทางของแรงดันย่อย ๆ จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องไปตามพื้นผิวที่โค้งและตั้งฉากกับพื้นที่เสมอ หลักในการวิเคราะห์แรงดันที่กระทำกับพื้นที่ผิวโค้งนั้น จำเป็นต้องหาแรงประกอบในแนวราบ ( $F_H$ ) และแรงในแนวตั้ง ( $F_V$ ) แล้วค่อยหาแรงรวมจากแรงประกอบทั้งสองโดยการรวมแบบเวกเตอร์



รูปที่ 2.19 แรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง AB

จากรูปที่ 2.19 หากมองพื้นที่ผิวโค้งในแนวราบจะเห็นภาพฉายดังรูปที่ 2.20 ดังนั้นหลักการคิดหาแรงแนวราบสามารถกระทำได้แบบเดียวกับแรงที่กระทำกับผิวเรียบแนวตรง



รูปที่ 2.20 แรงแนวราบที่กระทำกับก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง AB

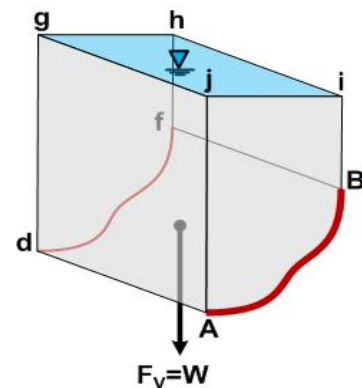
จากรูปที่ 2.20 สามารถหาแรงในแนวราบได้ดังสมการ

$$F_H = \gamma h_c A \quad (2.35)$$

เมื่อ  $F_H$  คือแรงแนวราบที่กระทำกับผิวโค้ง AB (N)  $h_c$  คือความลึกของของไหลที่วัดจากผิวอิสระถึงจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่รับแรง (m) จากรูปที่ 2.20  $h_c = y_1 + \frac{y_2}{2}$  และ A คือพื้นที่รับแรงในแนวราบ ( $m^2$ ) จากรูปที่ 2.20 คือพื้นที่ Adec สำหรับตำแหน่งที่แรงแนวราบกระทำได้แก่

$$h_p = h_c + \frac{I_c}{Ah_c} \quad (2.36)$$

เมื่อ  $h_p$  คือตำแหน่งที่แรงแนวราบที่กระทำกับผิวโค้ง AB โดยวัดจากผิวอิสระลงมาในแนวตั้ง (m)  $h_c$  คือความลึกของของไหลที่วัดจากผิวอิสระถึงจุดเซนทรอยด์ของพื้นที่รับแรง (m)  $I_c$  คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุนที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่ ( $m^4$ ) A คือพื้นที่รับแรงในแนวราบจากรูปคือพื้นที่ Adec ( $m^2$ ) ในทำนองเดียวกัน จากรูปที่ 2.20 หากมองพื้นที่ผิวโค้งในแนวตั้งจะเห็นก้อนของไหลกดทับพื้นที่ผิวโค้งดังรูปที่ 2.21 ดังนั้นหลักการคิดหาแรงแนวตั้งสามารถกระทำได้โดยการหาน้ำหนักของไหลที่กดทับผิวโค้ง AB



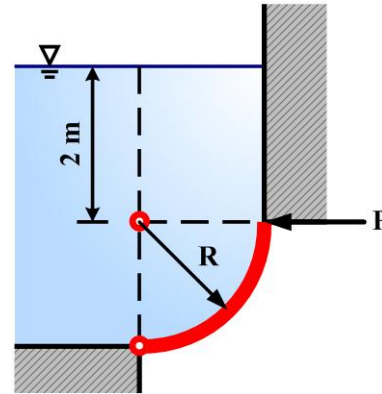
รูปที่ 2.21 การกดทับของก้อนของไหลในแนวตั้ง

จากรูปที่ 2.21 สามารถหาแรงในแนวตั้งได้ดังสมการ

$$F_V = \gamma V \quad (2.37)$$

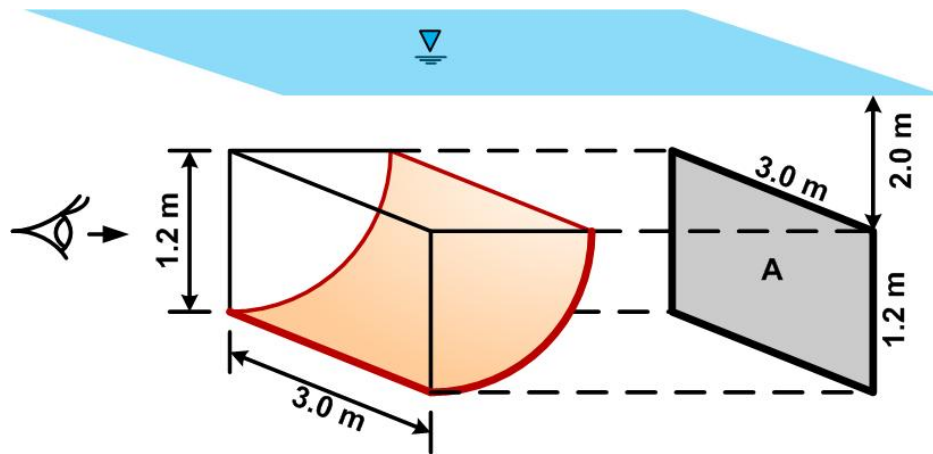
เมื่อ  $F_V$  คือแรงแนวตั้งที่กระทำกับผิวโค้ง AB (N)  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $N/m^3$ ) และ  $V$  คือปริมาตรกดทับพื้นที่ผิวโค้ง AB ( $m^3$ ) จากรูปคือปริมาตร ABfdghij และตำแหน่งแรงแนวตั้งกระทำกับผิวโค้ง AB อยู่ตรงตำแหน่งจุดเซนทรอยด์ (Centroid) ของปริมาตรกดทับพื้นที่ผิวโค้ง AB

ตัวอย่างที่ 2.5 ประตูน้ำโค้งบานหนึ่ง กว้าง 3 ม. มีรัศมีความโค้ง  $R=1.2$  ม. วางตัวในลักษณะดังรูปที่ Ex2.5 จงหาขนาดและตำแหน่งของแรงในแนวราบ ( $F_H$ ) และแนวตั้ง ( $F_V$ ) ที่น้ำกระทำกับประตูน้ำ และแรง  $P$  ที่น้อยที่สุดที่ยังทำให้ประตูน้ำปิดอยู่ได้ (ไม่คิดน้ำหนักของบานประตู)



รูปที่ Ex2.5-1 ประตูบานโค้ง

วิธีทำ จากรูปสามารถหาแรงแนวราบโดยการมองภาพฉายประตูผิวโค้งจะได้ดังรูปที่ Ex2.5-2



รูปที่ EX2.5-2 ภาพฉายสำหรับการมองในแนวราบ

จากรูปสามารถหาแรงแนวราบที่กระทำกับพื้นที่ภาพฉายได้จากสมการ

$$F_H = \gamma h_c A$$

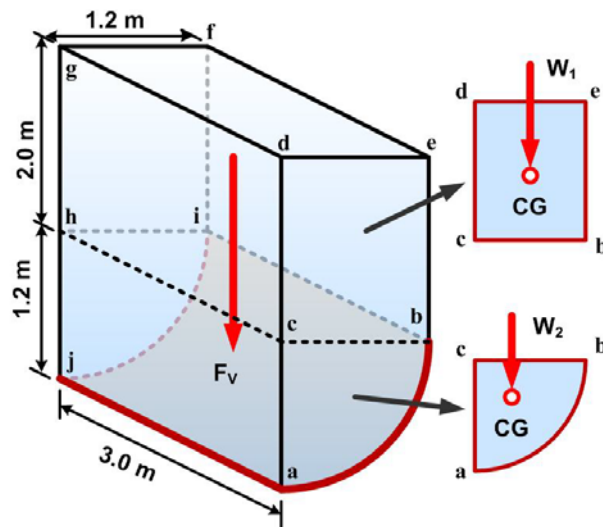
$$F_H = 9,810 \times \left( 2 + \frac{1.2}{2} \right) \times (3 \times 1.2) = 91,821.6 \text{ N} \quad \rightarrow$$

ตำแหน่งของแรงแนวราบที่กระทำกับผิวโค้งประตูน้ำคือ

$$h_p = h_c + \frac{I_c}{Ah_c}$$

$$h_p = 2.6 + \frac{\frac{1}{12} \times 3 \times 1.2^3}{(1.2 \times 3) \times 2.6} = 2.65 \text{ m (วัดจากผิวน้ำลงมาในแนวตั้ง)}$$

แรงแนวตั้งที่กระทำกับประตูน้ำสามารถหาได้จากน้ำหนักของน้ำที่กอดทับดังรูปที่ Ex2.5-3



รูปที่ Ex2.5-3 แรงกดทับในแนวตั้ง

จากรูปที่ Ex2.5-3 พบว่าน้ำหนักกดทับประตุน้ำสามารถหาได้จากน้ำหนัก  $W_1$  คือน้ำหนักที่เกิดจากปริมาตรน้ำ bcdefghi และ  $W_2$  คือน้ำหนักที่เกิดจากปริมาตรน้ำ abchij โดยสามารถหาได้ดังนี้

<p><math>F_{V1}=W_1=\gamma V_1=9,810 \times (3 \times 2 \times 1.2) = 70,632 \text{ N} \quad \downarrow</math></p> <p>ตำแหน่งของแรง <math>F_{V1}</math> ที่กระทำกับประตุน้ำ ab คือ ตำแหน่งที่กระทำผ่านจุดเซนทรอยด์ของปริมาตร bcdefghi หรือหาได้จากจุดเซนทรอยด์ของรูปสี่เหลี่ยม cbed ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.6 m วัดจากแนว cd ไปทางขวา</p>	
<p><math>F_{V2}=W_2=\gamma V_2=9,810 \times \left( \frac{\pi \times 1.2^2}{4} \right) \times 3 = 33,284.55 \text{ N} \quad \downarrow</math></p> <p>ตำแหน่งของแรง <math>F_{V2}</math> ที่กระทำกับประตุน้ำ ab คือ ตำแหน่งที่กระทำผ่านจุดเซนทรอยด์ของปริมาตร abchij หรือหาได้จากจุดเซนทรอยด์ของรูปสี่เหลี่ยมวงกลม abc ซึ่งมีค่าเท่ากับ</p> $\frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \times 1.2}{3 \times \pi} = 0.51 \text{ m}$ <p>วัดจากแนว ac ไปทางขวา</p>	

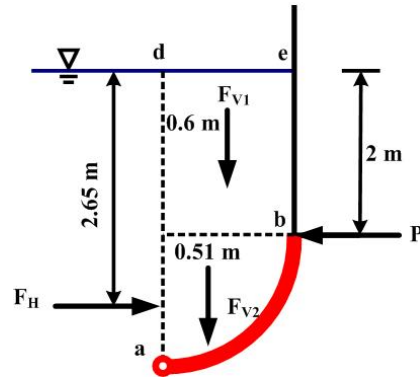
หาแรง P

สามารถเขียน Free body diagram

ทำการหาโมเมนต์รอบจุด a จะได้

$$\sum M_a = 0$$

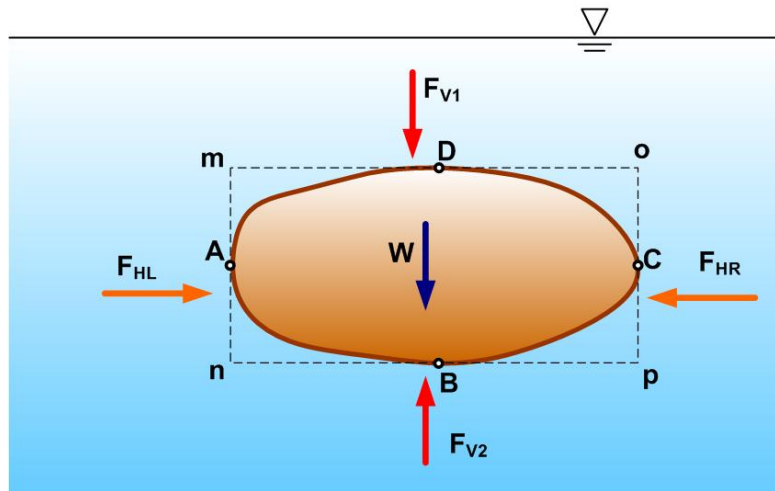
$$2 \times P = 2.67 \times F_H + 0.6 \times F_{V1} + 0.51 \times F_{V2}$$



$$P = \frac{2.67 \times 91,821.6 + 0.6 \times 70,632 + 0.51 \times 33,284.55}{2} = 152,259 \text{ N} \quad \leftarrow \quad \text{ตอบ}$$

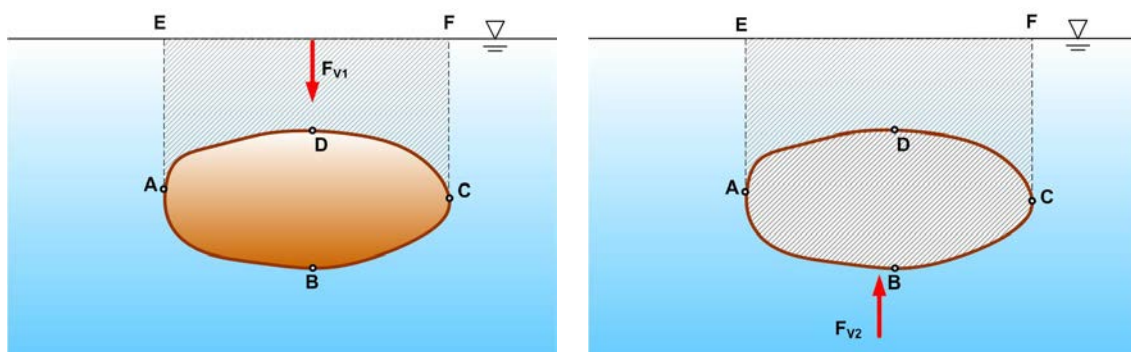
### แรงลอยตัว (Buoyancy Force)

หากพิจารณาแรงดันที่เกิดขึ้นกับวัตถุ ABCD ที่จมอยู่ในของไหลดังรูปที่ 2.22 ในกรณีที่ไม่มีการไหล หรือวัตถุไม่มีการเคลื่อนที่ ถ้ากำหนดให้แรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DAB เท่ากับ  $F_{HL}$  และแรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DCB เท่ากับ  $F_{HR}$  จะเห็นได้ว่า  $F_{HL}$  คือแรงดันบนพื้นผิวเรียบ MN และ  $F_{HR}$  คือแรงดันบนพื้นผิวเรียบ OP ซึ่งมีค่าเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม จึงทำให้แรงทั้งสองหักล้างกันหมด



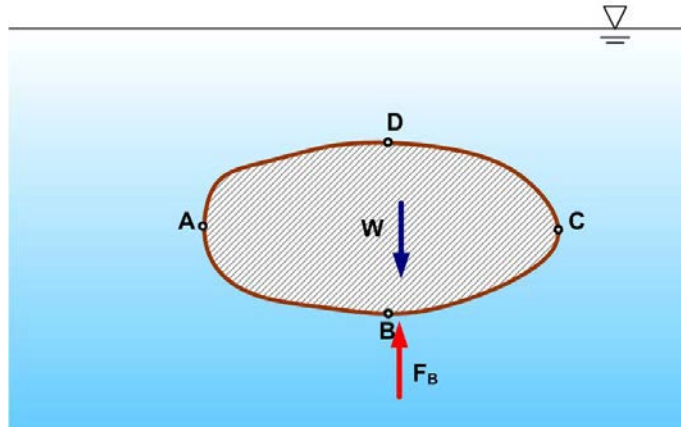
รูปที่ 2.22 แรงดันของของไหลที่กระทำกับวัตถุใดๆ

หากพิจารณาแรงในแนวตั้ง ที่กระทำกับผิวด้านบน ADC คือแรง  $F_{V1}$  ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักปริมาตรของไหล ADCFE กดทับ (รูปที่ 2.23a) และหากพิจารณาแรงในแนวตั้ง ที่กระทำกับผิวด้านบน ABC คือแรง  $F_{V2}$  ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักปริมาตรของไหล ABCFE ดันขึ้น (รูปที่ 2.23b)



รูปที่ 2.23 แรงดันของของไหลที่กระทำกับวัตถุใดๆในแนวตั้ง

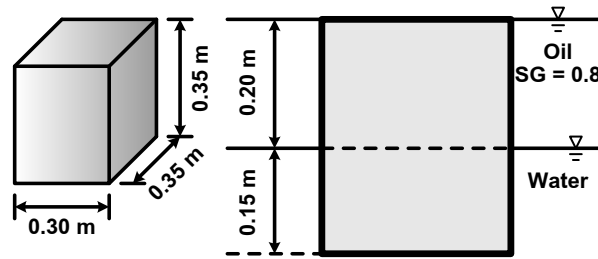
ผลจากความแตกต่างระหว่างแรงดันด้านล่างกับแรงดันด้านบนที่เกิดขึ้นกับวัตถุนี้ จะทำให้เกิดจะเห็นได้ว่าแรงแนวตั้งสุทธิมีค่าเท่ากับน้ำหนักปริมาตรของไหล ABCD มีทิศทางตั้งขึ้นดังรูปที่ 2.24 และเรียกว่า แรงลอยตัว ( $F_B$ )



รูปที่ 2.24 แรงลอยตัว

ดังนั้นจากที่กล่าวมาทั้งหมดจึงสามารถสรุปได้ว่า แรงลอยตัว จะเกิดขึ้นเมื่อมีส่วนใดส่วนหนึ่งของวัตถุจมอยู่ในของไหล ซึ่งแรงลอยตัวนี้จะมีทิศทางพุ่งขึ้นด้านบนเสมอ และจะมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุส่วนที่จม

ตัวอย่างที่ 2.7 จงหาค่าความหนาแน่นของวัตถุที่จมในของไหลในลักษณะดังรูป



วิธีทำ เนื่องจากวัตถุลอยอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้น

$$\sum F_y = 0$$

$$W = F_{B_{Oil}} + F_{B_W}$$

$$\nabla_{\text{วัตถุ}} \gamma_{\text{วัตถุ}} = \nabla_{\text{Oil}} \gamma_{\text{Oil}} + \nabla_W \gamma_W$$

$$= (\nabla_{\text{Oil}} (0.8) + \nabla_W) \gamma_W$$

$$\frac{\gamma_{\text{วัตถุ}}}{\gamma_W} = \frac{(\nabla_{\text{Oil}} (0.8) + \nabla_W)}{\nabla_{\text{วัตถุ}}}$$

$$SG_{\text{วัตถุ}} = \frac{((0.3 \times 0.35 \times 0.20)(0.8) + (0.3 \times 0.35 \times 0.15))}{(0.3 \times 0.35 \times 0.35)}$$

$$SG_{\text{วัตถุ}} = 0.886$$

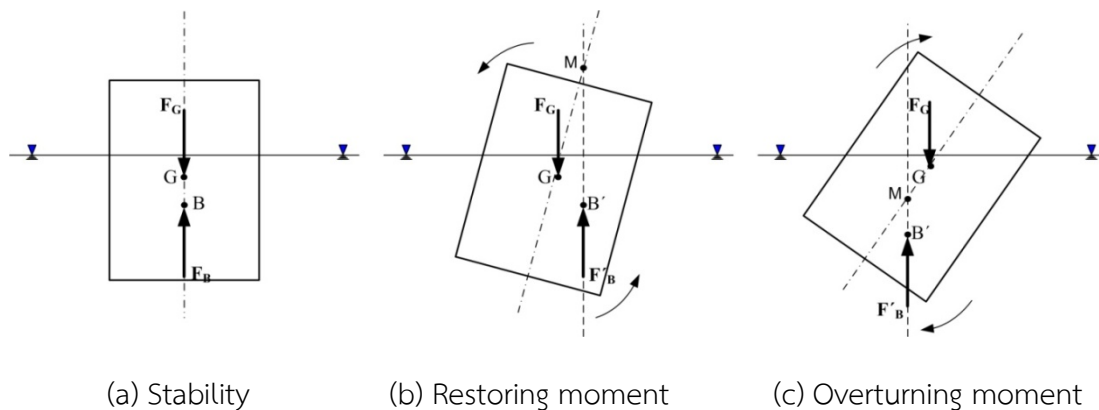
$$\rho_{\text{วัตถุ}} = SG_{\text{วัตถุ}} \times \rho_W$$

$$= 0.886 \times 1,000 = 886 \quad \text{kg/m}^3 \quad \text{ตอบ}$$



### เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของไหล (Stability of Floating and Submerged Bodies)

เมื่อวัตถุที่จมในของไหลทั้งหมด (เช่น เรือดำน้ำ บอลลูน) หรือจมบางส่วน (เช่น เรือ หรือ แพ) แรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุดังกล่าวนั้นถูกเรียกว่า แรงลอยตัว (Buoyant Force) ขนาดของแรงลอยตัวลอยมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลว ที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ และมีทิศทางขึ้นบนตั้งฉากกับผิวของเหลว นั้น ซึ่งเป็นไปตามหลักการของ อาร์คิมิดีส ดังนั้นแรงที่จะต้องพิจารณาในขณะที่วัตถุจมในของเหลวทั้งหมดหรือจมในของเหลวบางส่วนคือแรงที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก (น้ำหนักของวัตถุ) และแรงลอยตัว และพบว่าแรงที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลกจะกระทำผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (Center of Gravity) และแรงลอยตัวจะกระทำผ่านจุดศูนย์กลางของการลอยตัว (Center of Buoyancy) โดยที่แรงลอยตัว ( $F_B$ ) มีขนาดเท่ากับ น้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $\gamma$ ) คูณด้วยปริมาตรของวัตถุส่วนที่จมอยู่ในของไหล ( $\nabla$ )

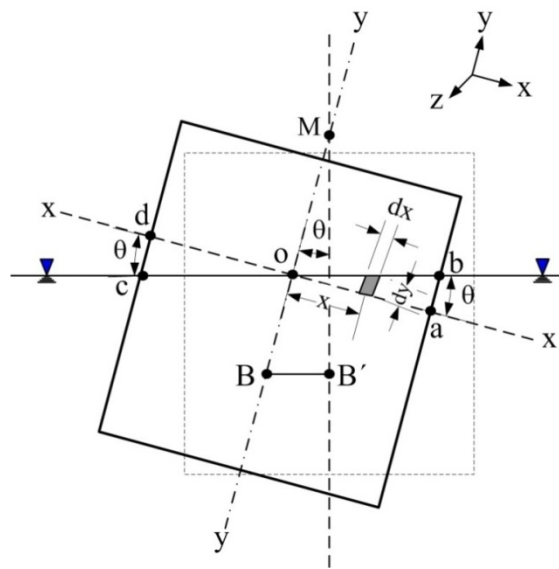


รูปที่ 2.25 การมีและไม่มีเสถียรภาพของการลอยตัวของวัตถุในของไหล

พิจารณารูปที่ 2.25 (a) พบว่าแรง  $F_G$  ที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก (แรง  $F_G$  กระทำผ่านจุด  $G$  ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ) และแรงลอยตัว  $F_B$  (แรง  $F_B$  กระทำผ่านจุด  $B$  ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัว) มีขนาดเท่ากันและมีทิศทางตรงกันข้าม ทำให้เรือลอยนิ่งและมีความเสถียรภาพ (ผลรวมของโมเมนต์ที่เกิดจากแรงทั้งสองมีค่าเท่ากับศูนย์) ในขณะที่รูป 2.23 (b) พบว่าเรือถูกทำให้เอียงในทิศทางตามเข็มนาฬิกาส่งผลให้ขนาดของแรงลอยตัวและจุดศูนย์กลางของการลอยตัวเปลี่ยนไป (จาก  $F_B$  เป็น  $F'_B$ ) เนื่องจากปริมาตรจมน้ำของเรือเปลี่ยนไป ในขณะที่น้ำหนักของวัตถุและตำแหน่งที่จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุนั้นยังไม่มีเปลี่ยนแปลง (ในความเป็นจริงจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย เช่น ในกรณีที่มีเรือมีถังน้ำมันอยู่ภายใน) ทำให้เกิดแรงคู่ควบ ( Couple force) ส่งผลให้เกิดโมเมนต์ต้านกลับ (Restoring moment) ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นในกรณีเช่นนี้เรือจะยังคงมีความเสถียรภาพของการลอยตัวและกลับมาตั้งตรงในลักษณะเหมือนตำแหน่งในรูป 2.23 (a) ส่วนในรูปที่ 2.23 (c) เรือถูกทำให้เอียงในทิศทางตามเข็มนาฬิกามากกว่าในรูป 2.23 (b) ส่งผลให้ขนาดของแรงลอยตัวและจุด

ศูนย์กลางของการลอยตัวเปลี่ยนไปทำให้เกิดแรงคู่ควบคล้ายกับรูป 2.23 (b) แต่โมเมนต์ที่เกิดจากแรงคู่ควบกลายเป็นโมเมนต์เสริม (Overturning moment) ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา ดังนั้นในกรณีเช่นนี้เรือจะไม่มีเสถียรภาพของการลอยตัวและทำให้เรือเกิดการพลิกคว่ำในที่สุด การที่จะทราบว่าเป็นเรือ (วัตถุ) ลอยอยู่ในน้ำ (ของเหลว) นั้นมีเสถียรภาพหรือไม่จะพิจารณาจากตำแหน่งของจุดศูนย์เสถียร (Metacenter, จุด M) กับ จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (จุด G) และระยะทางระหว่างจุด M กับ จุด G เรียกว่าความสูง เมตรเซนตริก (Metacentric height) หากเรือถูกทำให้เอียงและสามารถพิสูจน์ได้ว่า จุด M อยู่สูงกว่าจุด G (ระยะ GM มีค่ามากกว่าศูนย์) จะทำให้เรื่อนั้นมีเสถียรภาพและวัตถุนั้นจะกลับมาอยู่ในตำแหน่งเดิม หากจุด M อยู่ทับกับจุด G (ระยะ GM มีค่าเป็นศูนย์) วัตถุนั้นจะมีความเสถียรเป็นกลาง (Neutral equilibrium) เรือจะไม่พลิกคว่ำและไม่กลับมาอยู่ในตำแหน่งเดิม และถ้าจุด M อยู่ต่ำกว่าจุด G (ระยะ GM มีค่าน้อยกว่าศูนย์) วัตถุนั้นจะไม่มีเสถียรภาพและเกิดการพลิกคว่ำในที่สุด

#### การหาความสูงเมตรเซนตริกทางทฤษฎี



รูปที่ 2.26 ประกอบการหาความสูงเมตรเซนตริกของเรือที่ลอยอยู่ในน้ำ

พิจารณารูปตัดของเรือในรูปที่ 2.26 เมื่อเรือเอียงไปเป็นมุม  $\theta$  เล็ก ๆ ด้านตามเข็มนาฬิกา ทำให้มีพื้นที่  $ocd$  ของเรือทางด้านซ้ายลอยตัวสูงขึ้นเหนือหน้า ในทางกลับกันทำให้พื้นที่  $oab$  ของเรือทางด้านขวาจมลงในน้ำ พื้นที่สามเหลี่ยมทั้งสองจะมีขนาดเท่ากันเนื่องจากเรือมีความสมมาตรและเกิดขึ้นตลอดแนวความยาวของเรือ ดังนั้นเมื่อพิจารณาเรือทั้งลำก็จะเห็นปริมาตรที่เกิดจากพื้นที่  $ocd$  ลอยตัวสูงขึ้นเหนือหน้า และปริมาตรของเรือที่เกิดจากพื้นที่  $oab$  จมลงในน้ำ ดังนั้นแรงลอยตัวส่วนที่หายไป

เนื่องจากปริมาตรของเรือที่ลอยขึ้นเหนือน้ำจะถูกแทนที่ด้วยแรงลอยตัวเนื่องจากปริมาตรของเรือที่จมลงในน้ำ (พิจารณาได้เฉพาะในกรณีเรือหรือวัตถุที่มีความสมมาตร) หากพิจารณาหาโมเมนต์เนื่องจากแรงดังกล่าวรอบจุด  $o$  ในแนวแกน  $z$  (แกนที่ตั้งฉากกับกระดาษตามความยาวของลำเรือ) โดยสมมติว่าจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัวก่อนเรือเอียงอยู่ที่กึ่งกลางของหน้าตัดของเรือเฉพาะส่วนที่จมน้ำ (ตำแหน่งที่จุด  $B$ ) และเมื่อเรือเอียงไปเป็นมุม  $\theta$  จุดศูนย์กลางของแรงลอยตัวจะเคลื่อนไปที่จุด  $B'$  ดังนั้นพบว่า โมเมนต์ที่เกิดขึ้นเนื่องจากปริมาตรส่วนที่จม  $oab$  มีค่าเท่ากับ โมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงลอยตัวซึ่งย้ายตำแหน่งจากจุด  $B$  ไป  $B'$  โดยสามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังสมการ

$$M_{oab} = F_B \times \overline{BB'} \quad (2.38)$$

เมื่อ  $M_{oab}$  คือ ขนาดของโมเมนต์ของแรงที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงลอยตัวซึ่งย้ายตำแหน่งจากจุด  $B$  ไป  $B'$   $F_B$  คือแรงลอยตัว  $\overline{BB'}$  คือ ผลต่างของระยะจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัวก่อนและหลังที่เรือเอียงไปเป็นมุม  $\theta$  โมเมนต์  $M_{oab}$  มีค่าเท่ากับผลรวมโมเมนต์เล็ก ๆ ( $dM_{oab}$ ) ซึ่งเกิดจากแรง  $dF$  ที่ระยะ  $x$  ใด ๆ เมื่อ  $dF = \gamma dV$   $dV = dydA$  และ  $dy = x \tan \theta$  ดังนั้น  $dF = \gamma \times x \tan \theta \times dA$  และ  $dM_{oab} = dF \times x$  และสามารถหา  $dM_{oab}$  ได้ดังสมการ

$$dM_{oab} = \gamma \times x \tan \theta \times dA \times x \quad (2.39)$$

ทำการหาปริพันธ์สมการ 2.39 จะได้  $M_{oab}$

$$\iint dM_{oab} = \iint \gamma \times x^2 \tan \theta dA$$

หรือ 
$$\iint dM_{oab} = \gamma \tan \theta \iint x^2 dA$$

และ  $\iint x^2 dA$  มีค่าเท่ากับโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกน  $Z$  ( $I_z$ ) เพราะนั้น  $M_{oab} = \gamma \tan \theta \times I_z$  และนำค่าไปแทนในสมการ 2.38 จะได้

$$\gamma \tan \theta \times I_z = F_B \times \overline{BB'} \quad (2.40)$$

จากรูป 2.26 ระยะ  $\overline{BB'}$  มีค่าเท่ากับ  $\overline{BM} \tan \theta$  และ  $F_B$  คือ แรงลอยตัวมีขนาดเท่ากับ  $\gamma \times V$  ( $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหลและ  $V$  คือ ปริมาตรของวัตถุส่วนที่จมอยู่ในของไหล) สมการ 2.34 สามารถเขียนได้ใหม่ดังสมการ

$$\gamma \tan \theta \times I_z = (\gamma \times V) \times (\overline{BM} \tan \theta) \quad (2.41)$$

เมื่อ 
$$\overline{BM} = \frac{I_z}{\nabla}$$

โดยที่  $\overline{BM}$  คือ รัศมีเมตาเซนตริก (Metacentric Radius)

จากรูปที่ 2.26 สามารถหาระยะความสูงเมตรเซนตริก  $\overline{GM}$  ได้จากที่ระยะ  $\overline{BM}$  ลบด้วยระยะ  $\overline{BG}$  และเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$\overline{GM} = \overline{BM} - \overline{BG} \quad (2.41)$$

หรือ 
$$\overline{GM} = \frac{I_z}{\nabla} - \overline{BG} \quad (2.42)$$

เมื่อ  $\overline{GM}$  คือระยะความสูงเมตรเซนตริกจากทฤษฎี (m)  $I_z$  คือโมเมนต์อินเนอร์เซียร์ของพื้นที่รูปตัดเรือตามความยาวของลำเรือ ( $m^4$ )  $\nabla$  คือ ปริมาตรของเรือเฉพาะในส่วนที่จมอยู่ใต้น้ำ ( $m^3$ )  $\overline{BM}$  คือระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัวไปยังจุดเมตร (m)  $\overline{BG}$  คือระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัวไปยังจุดศูนย์กลางถ่วงของเรือ (m)

ตัวอย่างที่ 2.8 ท่อนไม้ขนาด กว้าง 30 cm ยาว 60 cm และสูง 30 cm น้ำหนัก 318 N จงตรวจสอบเสถียรภาพของท่อนไม้ เมื่อลอยอยู่ในน้ำ

วิธีทำ วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้นผลรวมของแรงในแนวดิ่งจะเท่ากับ 0 ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} W &= F_B \\ &= \nabla \gamma_w \\ 318 &= (0.3 \times 0.6 \times d) \gamma_w \\ d &= 0.18 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{จุดศูนย์กลางของวัตถุ (G) อยู่สูง } \frac{0.3}{2} = 0.15 \text{ m}$$

$$\text{จุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (GB) อยู่สูง } \frac{0.18}{2} = 0.09 \text{ m}$$

$$\text{ดังนั้น } CG = 0.15 - 0.09 = 0.06 \text{ m}$$

$$\text{ปริมาตรส่วนที่จม } \nabla = (0.3 \times 0.6 \times 0.18) = 0.0324 \text{ m}^3$$

เนื่องจากวัตถุสามารถเอียงได้ทั้งรอบแกน Y และแกน X ดังนั้นจึงต้องตรวจสอบทั้งสองแกน

จาก  $MB = \frac{I}{\nabla}$  จะเห็นได้ว่า MB จะขึ้นอยู่กับ I ดังนั้นการที่วัตถุพลิก จะเกิดขึ้นรอบแกนที่มีค่า I น้อยกว่า

$$I_x = \frac{(0.3 \times 0.6^3)}{12} = 0.0054 \text{ m}^4 \quad I_y = \frac{(0.3^3 \times 0.6)}{12} = 0.00135 \text{ m}^4$$

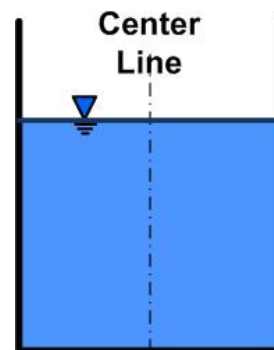
$$\text{แสดงว่าวัตถุจะเริ่มพลิกรอบแกน Y ก่อน } \therefore MB = \frac{0.00135}{0.0324} = 0.042 \text{ m}$$

$$\text{จาก } MG = MB - GB = 0.042 - 0.09 = -0.048 \text{ m}$$

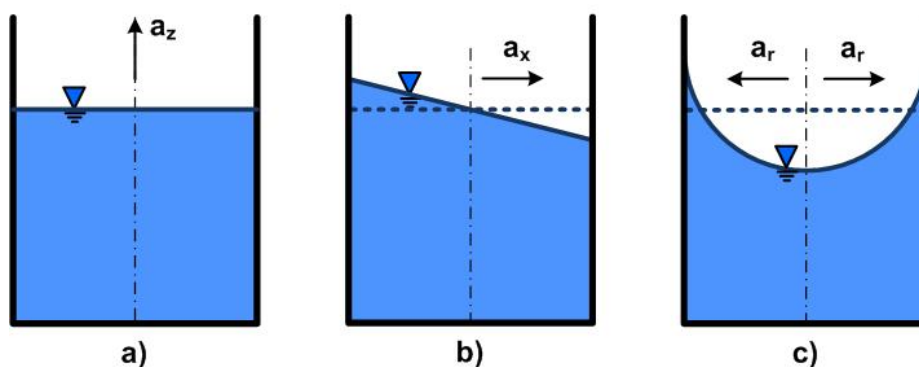
GM ที่ได้มีค่าเป็น ลบ (-) ดังนั้นวัตถุจึงไม่มีเสถียรภาพ ตอบ

## การไหลวนแบบบังคับ (Forced Vortex)

ของเหลวต่างๆ ที่อยู่นิ่งกับที่จะมีผิวอิสระ (Free Surface) เรียบในแนวราบ (Horizontal Plane) และมีการกระจายตัวของความดันตามสถิตยศาสตร์ของของไหล (Hydrostatics) เสมอ ดังรูปที่ 2.27 เมื่อของเหลวนั้นได้รับการกระตุ้นจากภายนอก ส่งผลให้เกิดอัตราเร่ง (Acceleration) ไม่ว่าจะในแนวราบ แนวตั้ง แนวเอียง หรือแนวรัศมีเข้าสู่ศูนย์กลางก็ตาม จะมีผลทำให้ลักษณะการผิวอิสระ และ/หรือ การกระจายตัวของความดัน เปลี่ยนแปลงไป ดังรูปที่ 2.28



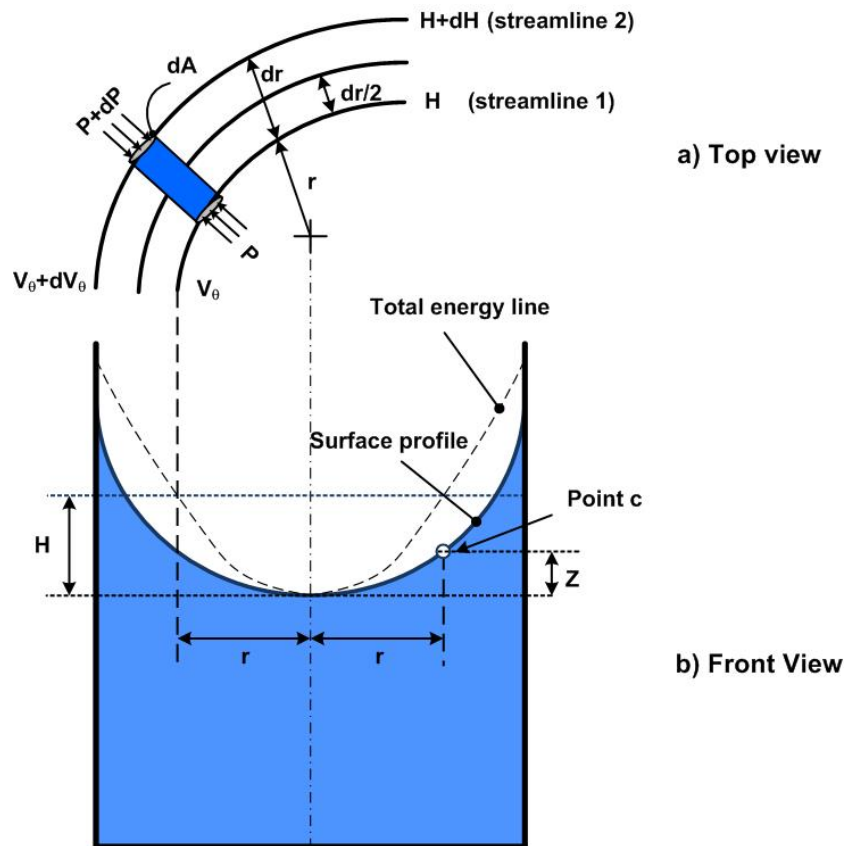
รูปที่ 2.27 ของเหลวอยู่นิ่งกับที่



รูปที่ 2.28 ของเหลวเมื่อมีอัตราเร่งในลักษณะต่างๆ

ของเหลวดังรูป 2.28a ได้รับอัตราเร่งในแนวตั้ง  $a_z$  ถึงแม้ว่าผิวอิสระจะไม่เปลี่ยนแปลงไปจากกรณีอยู่นิ่งกับที่ก็ตาม แต่การกระจายของความดันจะมีการเปลี่ยนแปลง ของเหลวดังรูป 2.28b ซึ่งได้รับอัตราเร่งในแนวราบ  $a_x$  มีผลทำให้ผิวอิสระเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ชัด สำหรับของเหลวดังรูป 2.28c ซึ่งได้รับอัตราเร่งเชิงมุม  $a_r$  มีผลทำให้ผิวอิสระเปลี่ยนแปลงไปเป็น Vertical Surface of Revolution หรือเกิดลักษณะการไหลวนแบบบังคับ (Forced Vortex) ซึ่งหมายถึง การที่ของเหลวไหลวนรอบแกนหมุนในแนวตั้ง โดยมีแรงบังคับให้การไหลวนนั้นสม่ำเสมออยู่ตลอดเวลา ทำให้ผิวอิสระของของไหลมีลักษณะเป็นรูปพาราโบลา ซึ่งในการไหลวนแบบบังคับนี้ อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมเดียวกัน ในขณะที่ความเร็วเชิงเส้นจะมีค่ามากขึ้นตามระยะห่างจากจุดศูนย์กลางแกนหมุน

การกระจายของความดัน



รูปที่ 3 รูปตัดของการไหลวนแบบบังคับ

จากรูปที่ 3 a แสดงการไหลในแนวราบ (Top View) ณ รัศมีของจุดต่ำสุดของผิวอิสระ (จุดศูนย์กลางแกนหมุน) ของการไหลวนแบบบังคับ ที่ Streamline 1 และ Streamline 2 เมื่อพิจารณาตามกฎของที่ 2 ของ N จะพบว่า

$$F_c = \frac{mV_\theta^2}{r} = \frac{\rho \cdot dA \cdot dr \cdot \left( V_\theta + \frac{dV_\theta}{2} \right)^2}{\left( r + \frac{dr}{2} \right)} \tag{2.43}$$

ในขณะเดียวกัน เมื่อพิจารณาจากความสัมพันธ์ระหว่างความดันและแรงกระทำต่อพื้นที่  $dA$  ระหว่าง Streamline 1 และ Streamline 2 เราสามารถแสดงแรงลัพธ์ได้ดังนี้

$$F_c = (p + dp)dA - pdA = dp \cdot dA \tag{2.44}$$

เมื่อรวมสมการที่ 1 และ 2 เข้าด้วยกัน จะได้

$$dp = \frac{\rho \cdot dr \cdot \left( V_0 + \frac{dV_0}{2} \right)^2}{\left( r + \frac{dr}{2} \right)} \quad (2.45)$$

ในกรณีที่  $V$  และ  $r$  มีค่ามากกว่า  $dV$  และ  $dr$  มากๆ สมการที่ 2.45 สามารถลดรูปได้เป็น

$$dp = \frac{\rho \cdot V_0^2}{r} \cdot dr \quad (2.46)$$

เนื่องจาก  $V_0 = \omega \cdot r$  ดังนั้นเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 2.46 และทำการ ปริพันธ์ ตลอดสมการ โดยจำกัดขอบเขตระหว่างจุดต่ำสุดของผิวหน้า (จุดศูนย์กลางแกนหมุน) กับจุดที่ระยะ  $r$  ใดๆ จะได้

$$\int_{p_0}^p dp = \int_0^r \rho \cdot \omega^2 \cdot r \, dr$$

$$p - p_0 = \frac{\rho \cdot \omega^2 \cdot r^2}{2} \quad (2.47)$$

จะสังเกตได้ว่า  $p_0$  คือความดันที่ผิวอิสระ ณ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางแกนหมุนซึ่งมีค่าเท่ากับความดันบรรยากาศ และถ้าถือเอาความดันบรรยากาศเป็นระดับความดันเกจศูนย์ ( $p_0 = 0$ ) และหารสมการตลอดด้วยค่า  $\gamma$  เราจะสามารถแสดงหัวพลังงานความดัน (Pressure Head) ได้ดังสมการที่ 2.48

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.48)$$

### การกระจายของพลังงานรวม

จากรูปที่ 3 a เมื่อพิจารณาพลังงานรวมของ Streamline 1 และ Streamline 2 พบว่า

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} \quad (2.49)$$

$$H + dH = z + \frac{p + dp}{\gamma} + \frac{(V_0 + dV_0)^2}{2g} \quad (2.50)$$

ดังนั้นเมื่อนำสมการที่ 2.49 ลบออกจากสมการ 2.50 ผลต่างของพลังงานรวมทั้งสอง คือ

$$dH = \frac{dp}{\gamma} + \frac{dV_0^2}{2g} + \frac{V_0 \cdot dV_0}{g}$$

เนื่องจากค่า  $dV_0$  มีค่าน้อยมาก ดังนั้น  $dV_0^2$  จึงมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ และเมื่อนำ



dr หารตลอดสมการ จะได้

$$\frac{dH}{dr} = \frac{V_0^2}{gr} + \frac{V_0}{gr} \frac{dV_0}{dr} = \frac{V_0}{g} \left( \frac{V_0}{r} + \frac{dV_0}{dr} \right) \quad (2.51)$$

เมื่อแทนค่า dp จากสมการที่ 2.46 ลงในสมการที่ 2.51 จะได้

$$\frac{dH}{dr} = \frac{V_0^2}{gr} + \frac{V_0}{g} \frac{dV_0}{dr} = \frac{V_0}{g} \left( \frac{V_0}{r} + \frac{dV_0}{dr} \right)$$

เนื่องจาก  $V_0 = \omega \cdot r$  และ  $\frac{dV_0}{dr} = \omega$  ดังนั้น

$$\frac{dH}{dr} = \frac{2\omega^2 r}{g}$$

หรือ 
$$dH = \frac{2\omega^2 r}{g}$$

เมื่อทำการปริพันธ์ตลอดสมการ โดยจำกัดขอบเขตระหว่างจุดต่ำสุดของผิวน้ำ (จุดศูนย์กลางแกนหมุน) กับจุดที่ระยะ r ใดๆ จะได้

$$\int_0^H dH = \frac{2\omega^2}{g} \int_0^r r \cdot dr$$

$$H = \frac{\omega^2 r^2}{g} \quad (2.52)$$

### รูปร่างของผิวอิสระ

จากรูปที่ 3b เมื่อพิจารณาที่จุด C ซึ่งอยู่ห่างจากจุดต่ำสุดของส่วนโค้งในแนวราบเท่ากับ  $r$  บนผิวอิสระ เราสามารถเขียนสมการ Bernoulli เพื่อแสดงค่าพลังงานที่จุด C ได้ดังนี้

$$H = z + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.53)$$

เนื่องจากจุด C มีความดันเท่ากับความดันบรรยากาศ จึงถือว่า  $p_c = 0$  และถ้าแทนค่าสมการที่ 9 ลงใน 10 จะได้ สมการของผิวอิสระ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

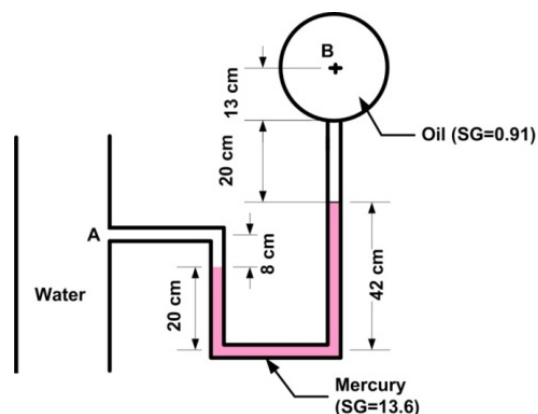
$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (2.54)$$

จากสมการที่ 2.54 จะสังเกตได้ว่า รูปร่างของผิวอิสระของการไหลวนบังคับ มีลักษณะเป็นส่วนโค้งพาราโบลา ซึ่งมีจุดยอดที่จุดต่ำสุดของส่วนโค้ง และจากสมการที่ 2.53 เมื่อพิจารณาให้ระนาบราบที่ผ่านจุดต่ำสุดของส่วนโค้งเป็นระดับอ้างอิง (Datum) ที่ระยะ  $r$  ใดๆ ค่าพลังงานรวม ( $H$ ) จะมีค่าเป็นสองเท่าของระดับผิวอิสระ  $z$

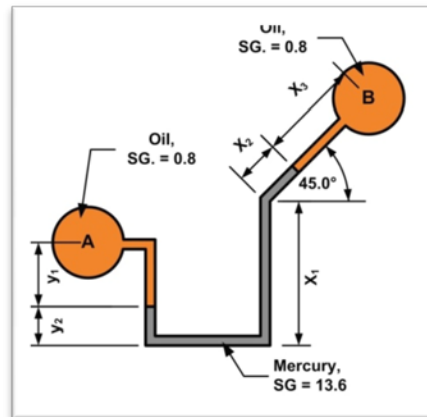
### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ที่ความลึก 3 m จากผิวของของเหลวมีความดันเป็น  $12 \text{ N/cm}^2$  จงหาค่าความหนาแน่นและความถ่วงจำเพาะของของเหลว
2. ถ้าความดันที่จุดหนึ่งในมหาสมุทรเป็น  $120 \text{ N/cm}^2$  จงหาความดันที่ต่ำกว่าจุดนี้ 10 m กำหนดความหนาแน่นของน้ำทะเลเท่ากับ  $1100 \text{ kg/m}^3$
3. ภาชนะใบหนึ่งบรรจุคาร์บอนเตตระคลอไรด์ซึ่งเป็นของเหลวใส S.G. 1.59 สูง 2 m อยู่ส่วนตอนบนเป็นน้ำสูง 1 m จงหาความดันที่ก้นภาชนะแบบเกจและสัมบูรณ์ (ให้  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )
4. เกจอันหนึ่งวัดความดันเป็นสุญญากาศได้  $30 \text{ cm-Hg}$  เมื่อบาร์อมิเตอร์อ่านได้  $1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  จงหาความดันแบบสัมบูรณ์ (Absolute Pressure) ของเกจดังกล่าว
5. เมื่อใช้แอนนิรอยด์บาร์อมิเตอร์วัดความดันบรรยากาศได้  $10.13 \text{ N/cm}^2$  และใช้เกจวัดความดันในถังในบริเวณนั้นได้  $14.43 \text{ N/cm}^2$  จงหาความดันสัมบูรณ์ภายในถัง
6. บาร์อมิเตอร์อ่านค่าความดันบรรยากาศได้  $76 \text{ cm-Hg}$  จงหา Absolute Pressure ของความดัน ณ ที่หนึ่งซึ่งมีค่าของความดันเป็นสุญญากาศเท่ากับ  $36 \text{ cm-Hg}$
7. เรือเดินทะเลยาว 200 กว้าง 25 m แทนที่น้ำ  $50 \times 10^6 \text{ N}$  กำหนดโมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่ผิวระดับน้ำรอบแกนผ่านหัวเรือและท้ายเรือเป็น 60% ของพื้นที่สี่เหลี่ยมที่ล้อมรอบ และตำแหน่งจุดศูนย์กลางของแรงพยุงอยู่ต่ำกว่าระดับผิวน้ำ 2.5 m จงหาตำแหน่งของ Metacenter
8. ในบรรยากาศที่ระดับความสูง 2500 m เหนือระดับน้ำทะเลนั้นอากาศมีความดันสัมบูรณ์และความหนาแน่นเท่าใด กำหนดให้ที่ระดับน้ำทะเลนั้นอากาศมีความดัน  $p_0 = 101.33 \text{ kPa (abs)}$  และความหนาแน่น  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$  และสมมติว่าอากาศในบรรยากาศมีอุณหภูมิคงตัว
9. กำหนดให้บรรยากาศมีอุณหภูมิคงตัว (isothermal atmosphere) ที่  $20^\circ\text{C}$  อากาศที่ระดับความสูงหนึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับอีกระดับความสูงหนึ่ง พบว่าความหนาแน่นของบรรยากาศลดลง 20% จงคำนวณหาระดับความสูงแตกต่างกันระหว่าง 2 ตำแหน่งนี้

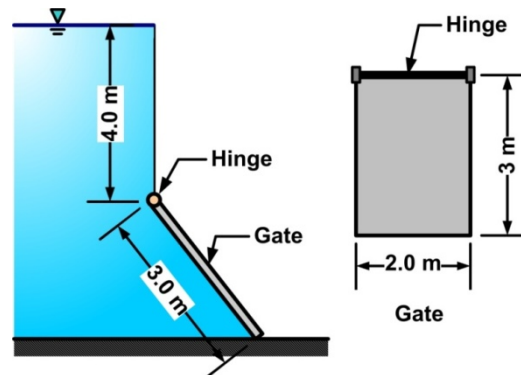
10. น้ำทะเลที่ระดับความลึก 2000 m จงหาความดันสัมบูรณ์ภายใต้เงื่อนไขดังนี้
- น้ำทะเลเป็นของไหลยุบตัวไม่ได้
  - น้ำทะเลเป็นของไหลยุบตัวได้ซึ่งกำหนดให้ที่ระดับผิวน้ำทะเลมีความหนาแน่น  $1,024 \text{ kg/m}^3$  และมีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $K = 2.07 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
11. เชือกกันน้ำมีน้ำด้านเหนือเชือกสูง 10 m และท้ายเชือกมีน้ำสูง 8 m แนวสันเชือกกว้างทั้งสิ้น 20 m จงคำนวณหา
- a. แรงดันลัพท์ของน้ำที่กระทำต่อเชือกในแนวระดับ
  - b. ตำแหน่งแรงดันน้ำด้านเหนือเชือกและท้ายเชือกนั้นอยู่ลึกจากระดับผิวน้ำอิสระเท่าใด
12. เรือในแม่น้ำเจ้าพระยาบรรทุกทรายมวล 2,000 metric-ton ตัวเรือเป็นรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ยาว 20 m กว้าง 10 m สูง 20 m และมีมวล 500 ton
- a. ขณะบรรทุกทรายเรือจะมีระยะกินน้ำลึกเท่าใด
  - b. ขณะเรือไม่ได้บรรทุกทรายจะต้องเติมน้ำเข้าภายในเรือเท่าใดเพื่อให้ตัวเรือกินน้ำลึก 10 m (ทั้งนี้ เพื่อให้เรือมีเสถียรภาพในการลอยตัวในน้ำ)
13. โป๊ะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 2.5 m ยาว 5 m และมีมวล 10 ton จะต้องออกแบบให้โป๊ะมีความสูงเท่าใดจึงทำให้สามารถลอยอยู่ในน้ำได้ในสภาวะของการลอยตัวแบบเสถียร
14. โป๊ะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 4 m ยาว 6 m และสูง 4 m กินน้ำลึก 1.5 m จงคำนวณหาเสถียรภาพของการลอยตัวของโป๊ะ ถ้าหากต้องการให้โป๊ะเข้าสู่การลอยตัวแบบเสถียร โป๊ะนี้จะต้องโคลงตัวเอียงเป็นมุมไม่เกินเท่าใด
15. จงหาค่าความดันที่จุด A ในท่อน้ำไหลด้วยมานอมิเตอร์ดังรูป ถ้าเกจความดันเกจที่จุด B มีค่าเท่ากับ 104 kPa



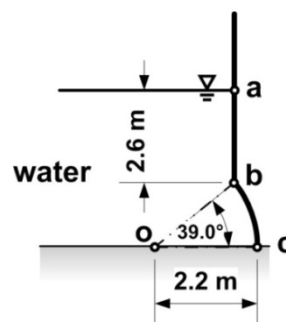
16. จากรูป จงหาผลต่างของความดันระหว่างจุด A กับจุด B



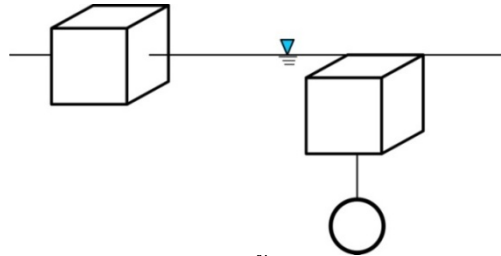
17. ประตุน้ำรูปสี่เหลี่ยมติดตั้งไว้ใต้น้ำดังรูป  
 ถูกรอกแบบให้มีระบบการเปิดปิดแบบ  
 อัตโนมัติ ถ้าต้องการควบคุมระดับน้ำ  
 สูงสุดในอ่างเก็บน้ำไว้ที่ 4 m วัดจากจุด  
 หมุน (hinge) ขึ้นไปในแนวตั้ง จะต้อง  
 ออกแบบให้ประตุน้ำหนักเท่าใด



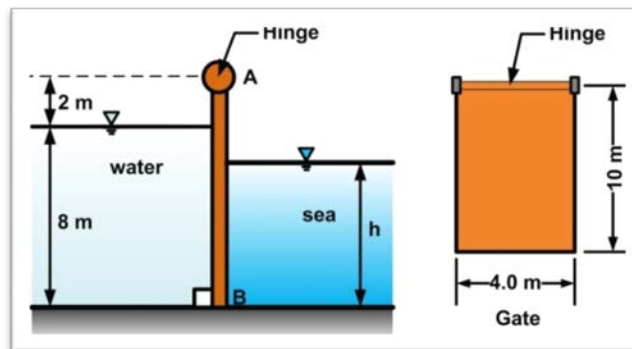
18. จงหาแรงในแนวราบพร้อมทิศทางและแรงในแนวตั้งพร้อมทิศทางที่กระทำกับผนัง abc เมื่อผนัง  
 กว้าง 1.5 m



19. ทุ่นลูกบาศก์ที่มีขนาดด้านละ 2.2 m เมื่อนำไปลอยในน้ำพบว่าทุ่นจมลงครึ่งหนึ่งพอดี ถ้าต้องการให้ทุ่นนี้จมลงใต้ผิวน้ำพอดี จะต้องนำตุ้มน้ำหนักที่มีน้ำหนักเท่าใดมาผูกไว้กับทุ่นลูกบาศก์ (เมื่อตุ้มน้ำหนักมี specific gravity = 10.4)

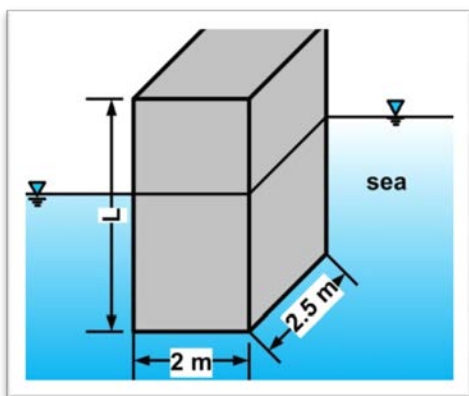
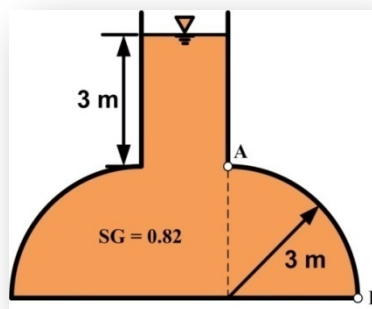


20. บานประตู AB ในรูป กว้าง 4 m จะเปิดให้น้ำสะอาดไหลออกได้ถ้าระดับน้ำทะเลลดลง จุดหมุน A อยู่สูงกว่าระดับผิวน้ำสะอาด 2 m จงหาความลึก (h) ของน้ำทะเลที่ทำให้ประตูเปิด (ความถ่วงจำเพาะของน้ำทะเลเท่ากับ 1.03 และไม่คิดน้ำหนักบานประตู)



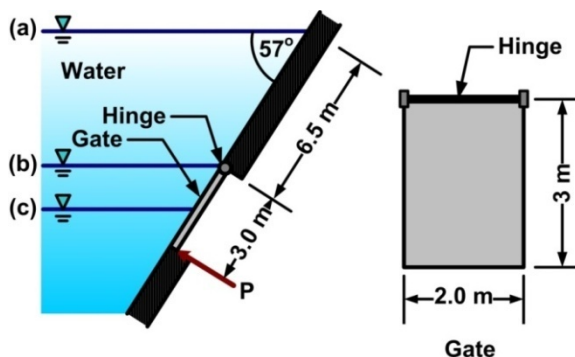
หากของไหลด้านซ้ายมือเปลี่ยนจากน้ำสะอาดเป็นน้ำเสียที่มีความหนาแน่นมากกว่าน้ำสะอาดแต่น้อยกว่าน้ำทะเลนิสิตคิดว่าค่าระดับ h ที่คำนวณได้จะมีค่ามากกว่า เท่ากับ หรือน้อยกว่าค่าที่คำนวณได้จากข้างต้น

21. ถังใส่น้ำมันรูปร่างดังรูป จงหาขนาดและตำแหน่งของแรงดันที่กระทำกับผิวโค้ง AB



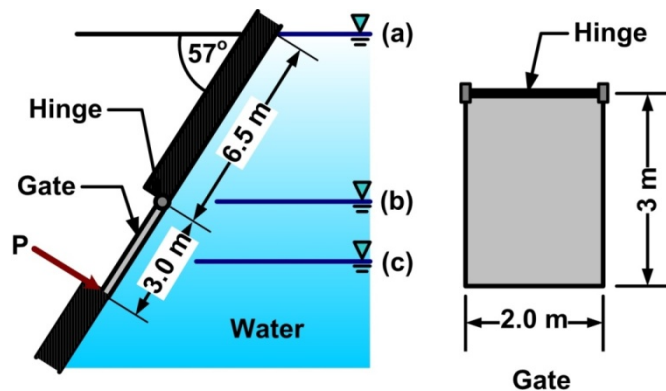
22. ต้องการออกแบบท่อนลอยน้ำ เพื่อใช้เป็นส่วนหนึ่งของสัญญาณเตือนภัยในทะเลดังรูป จงออกแบบประยะความสูง  $L$  ของท่อนที่มากที่สุดที่จะทำให้ท่อนลอยอยู่ในน้ำทะเลได้อย่างมีเสถียรภาพ หากท่อนมีความหนาแน่น (Density) เท่ากับ  $750 \text{ kg/m}^3$  และน้ำทะเลมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.03

23. ประตูน้ำรูปสี่เหลี่ยมติดตั้งไว้ใต้น้ำดังรูป จงหาขนาดและทิศทางของแรง  $P$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี ในกรณีดังต่อไปนี้



- เมื่อไม่คิดน้ำหนักของบานประตู
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (a)
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (b) ตรงจุดหมุน (hinge)
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (c) ตรงกึ่งกลางประตูน้ำ
- เมื่อน้ำหนักของบานประตูมีค่าเท่ากับ 250 kN
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (a)
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (b) ตรงจุดหมุน (hinge)
  - เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (c) ตรงกึ่งกลางประตูน้ำ

24. ประตูน้ำรูปสี่เหลี่ยมติดตั้งไว้ใต้น้ำดังรูปจงหาขนาดและทิศทางของแรง P ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี ในกรณีดังต่อไปนี้

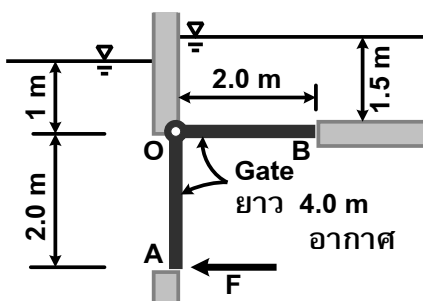


➤ เมื่อไม่คติน้ำหนักของบานประตู

- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (a)
- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (b) ตรงจุดหมุน (hinge)
- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (c) ตรงกึ่งกลางประตูน้ำ

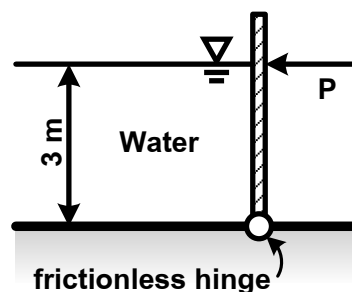
➤ เมื่อน้ำหนักของบานประตูมีค่าเท่ากับ 250 kN

- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (a)
- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (b) ตรงจุดหมุน (hinge)
- เมื่อระดับน้ำอยู่ที่ตำแหน่ง (c) ตรงกึ่งกลางประตูน้ำ



25. ประตู AOB กั้นระหว่างอากาศ กับของไหล ลักษณะดังรูป ถ้าของไหลทั้งสองส่วนคือน้ำ ประตู AOB มีความยาว 4.0 m จุด O คือจุดหมุนของประตู จงหาขนาดของแรง F ที่กระทำที่จุด A ซึ่งทำให้ประตูสามารถคงสภาพอยู่ได้โดยไม่เปิดเข้าหรือออก

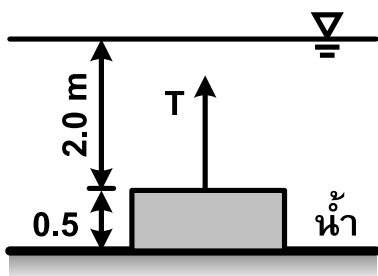
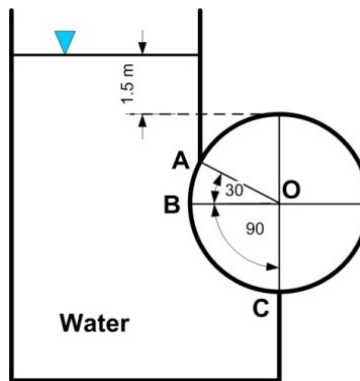
26. จงหาแรง P น้อยที่สุด ที่ทำให้ประตูขนาดความกว้าง 4 m ปิด ดังรูป





27. ทรงกระบอกตันวางนอนอยู่ในตำแหน่งดังรูปมีรัศมี 1.5 m กว้าง 3 m จงหา

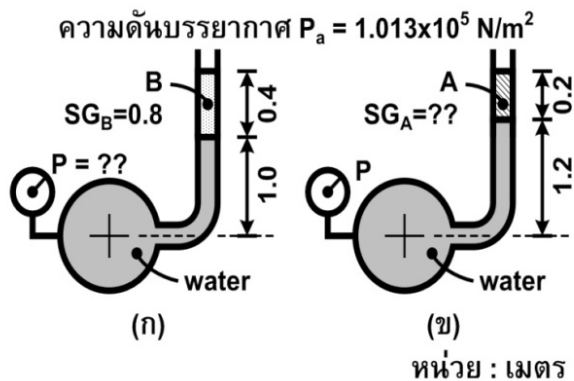
- แรงดันและทิศทางการกระทำในแนวราบบนโค้ง ABC
- แรงดันและทิศทางการกระทำในแนวตั้งบนโค้ง ABC



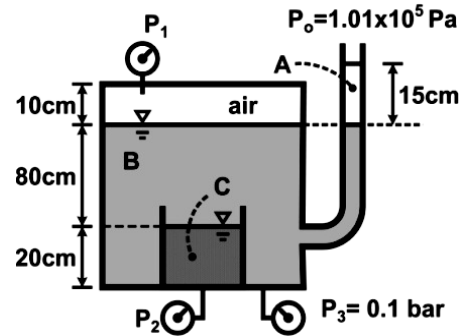
28. แท่งเหล็กขนาด  $1.5 \times 1.5 \times 0.75$  ลูกบาศก์ม มีน้ำหนัก 30 กิโลวางแนบสนิทอยู่บนพื้นกันแท่งค้ จงหาขนาดของแรง T เริ่มต้นที่ทำให้แท่งเหล็กลอยจากพื้นแท่งค้

29. จากรูป หลอดมาโนมิเตอร์เชื่อมต่อกับถังบรรจุน้ำ ส่วนอีกด้านของถังเชื่อมต่อกับมาตรวัดความดันสัมบูรณ์ P ในครั้งแรก ภายในหลอดมาโนมิเตอร์บรรจุของไหล B ที่มีความถ่วงจำเพาะ 0.8 ดังรูป

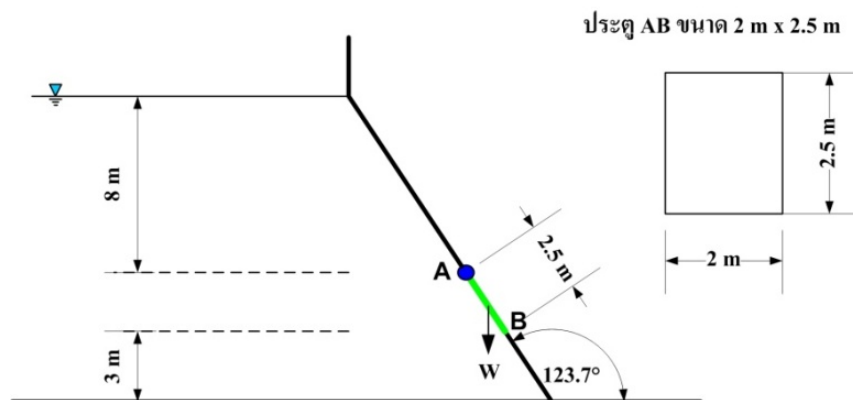
- a. อยากทราบว่ามาตรวัดความดันควรอ่านค่าได้เท่าไร ต่อมาได้เปลี่ยนจากของไหล B เป็นของไหล A จึงทำให้ระดับของไหลในหลอดมาโนมิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปจนมีลักษณะดังรูป
- b. โดยที่ความดันในถังน้ำยังเท่าเดิม จงหาค่าความถ่วงจำเพาะของของไหล A



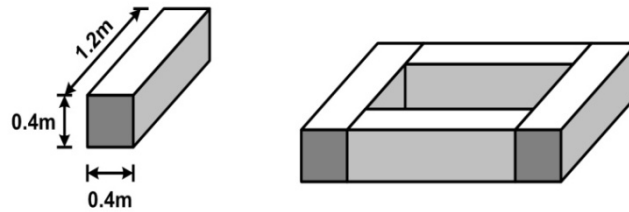
30. ถังบรรจุของไหลสามชนิดคือ A B และ C เชื่อมต่อกับ manometer ลักษณะดังรูป ความดันบรรยากาศภายนอกมีค่าเท่ากับ  $1.01 \times 10^5$  Pa มาตรวัดความดัน  $P_1$  และ  $P_2$  เป็นมาตรวัดความดันสัมบูรณ์ ส่วนมาตรวัด  $P_3$  เป็นมาตรวัดความดันเกจ เมื่อนำของไหล A และ C ไปทดสอบคุณสมบัติพบว่า ของไหล A ปริมาตร 0.4 ลิตร จะมีมวล 0.34 kg และของไหล C ปริมาตร 0.3 ลิตร จะมีมวล 0.345 kg ถ้ามาตรวัด  $P_3$  อ่านค่าได้ 0.1 bar จงหาค่า Specific weight ของของไหล C และค่าที่อ่านได้จากมาตรวัด  $P_1$  และ  $P_2$



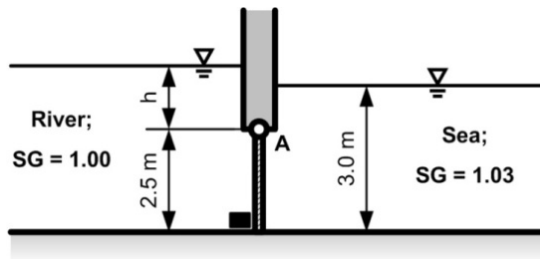
31. ประตูน้ำ AB ถูกออกแบบให้เริ่มเปิดน้ำเมื่อระดับน้ำอยู่สูงกว่าจุด A 8 ซม ดังรูป จงหาน้ำหนัก (W) ของประตู AB



32. จากรูปนำท่อนไม้ขนาด  
 $0.4 \times 0.4 \times 1.2 \text{ m}^3$  รวม 4  
 ท่อน มาประกอบเป็นแพ  
 ลักษณะดังรูป โดยแต่ละ



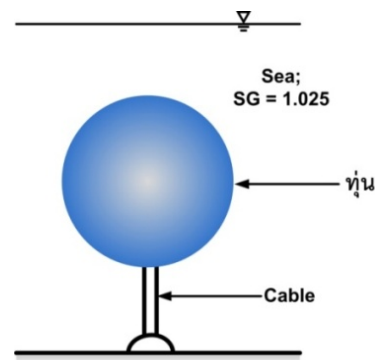
ท่อนหนัก 500 N เมื่อนำไปลอยในน้ำจะมีเสถียรภาพหรือไม่



33. ระบบป้องกันน้ำทะเลหนุนดังภาพ

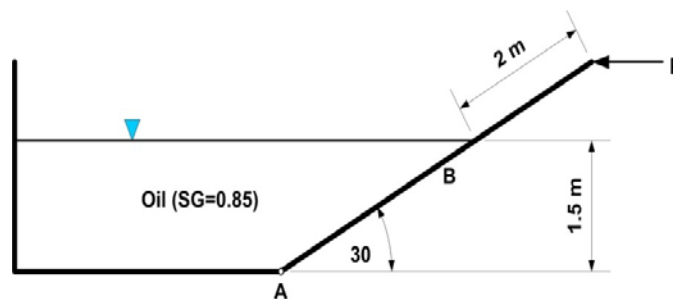
จงหาระดับน้ำในแม่น้ำเหนือจุดหมุน A (h) ที่  
 น้อยที่สุดที่จะทำให้ประตูน้ำเปิดออก (ไม่คิด  
 น้ำหนักของประตูน้ำ) กำหนดประตูกว้าง 2

34. ท่อนลูกหนึ่งมีขนาดรัศมีเท่ากับ 1.2 m ถูกยึดด้วยสาย  
 เคเบิลให้จมอยู่ในน้ำทะเลดังภาพ หากท่อนมีความ  
 ถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.82 จงหาแรงดึงของสายเคเบิล  
 (ไม่คติน้ำหนักของสายเคเบิล, ปริมาตรของทรงกลม =  
 $\pi D^3/6$ )



35. ผนังเอียงของแท็งก์มีจุด A เป็นจุดหมุน แท็งก์มีความกว้าง 2.5 m ด้านในมีน้ำมัน SG. เท่ากับ  
 0.85 จงหา

- แรงดันของน้ำมัน  
บนระนาบ AB
- จุดกระทำของแรง  
ดังกล่าวโดยวัด  
จากจุด A
- ขนาดของแรง P  
ที่ทำให้ประตูอยู่ในสภาวะสมดุล

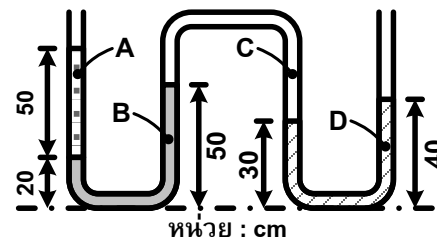


36. แท่งคอนกรีตรูปทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.3 m มีความถ่วงจำเพาะ 2.4 จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่จะทำให้คอนกรีตอยู่ในสภาวะสมดุลและจมในของไหลดังต่อไปนี้

- พรอท
- น้ำ

37. จากรูป หากค่าความถ่วงจำเพาะของของไหล

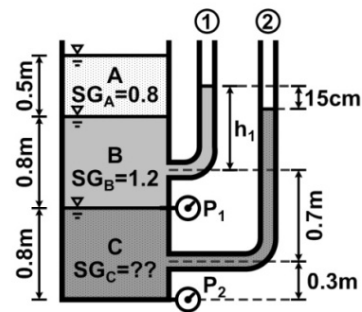
A , B และ D มีค่าเท่ากับ 0.9 , 1.3 และ 2.0 ตามลำดับ จงหาค่าความหนาแน่นของของไหล C



38. ถังบรรจุของไหลสามชนิดคือ A B และ C เชื่อมต่อกับ manometer ลักษณะดังรูป ความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับ  $1.01 \times 10^5$  Pa มาตรวัดความดัน  $P_1$  เป็นมาตรวัดความดันสัมบูรณ์ ส่วน

มาตรวัด  $P_2$  เป็นมาตรวัดความดันเกจ จงหาความดันที่อ่านค่าได้จากมาตรวัด  $P_1$  และค่าความสูงของระดับของไหลในหลอด manometer หลอดที่ 1 ( $h_1$ ) ถ้า

ผลต่างของระดับของไหลใน manometer ทั้งสอง ( $\Delta h$ ) มีค่าเท่ากับ 15cm จงหาค่าความถ่วงจำเพาะของของไหล C และค่าความดันที่อ่านได้จากมาตรวัด  $P_2$

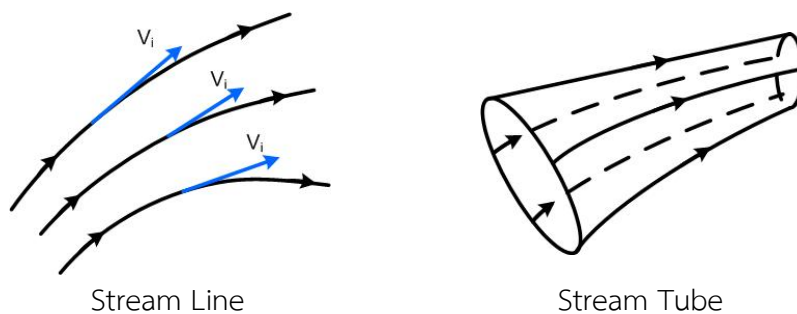


### บทที่ 3

## สมการควบคุมของการไหล (Governing Equation of Fluid Motion)

การศึกษาที่ผ่านมาได้กล่าวถึงของไหลที่หยุดนิ่งหรือของไหลที่ไม่มีการไหล อย่างไรก็ตาม หากพิจารณาอนุภาคของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามของการไหล ความดัน ความเร็วของอนุภาค รวมถึงแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้น จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ไปตามตำแหน่ง และเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ เราสามารถวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการจากสมการควบคุม (Governing Equation) สมการควบคุมที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อศึกษากลศาสตร์ของของไหล ได้ถูกสร้างขึ้นด้วยกฎต่าง ๆ ด้วยกันดังนี้คือ กฎอนุรักษ์มวลสาร (Conservation of Mass) กฎอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum) และกฎอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of Energy) การศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของของไหลจำเป็นต้องเข้าใจถึงกลศาสตร์ของไหล ซึ่งก็คือการศึกษาการเคลื่อนที่ของไหลโดยไม่พิจารณาถึงแรงกระทำที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ ซึ่งจำเป็นต้องทราบนิยาม คำศัพท์ และลักษณะการไหลซึ่งดังนี้

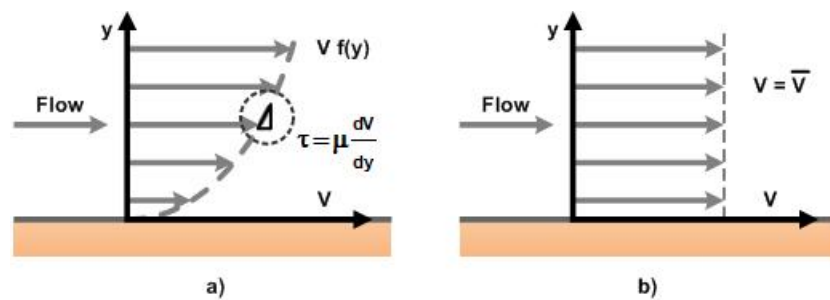
- เส้นสายธารการไหล (Stream Line) หมายถึงเส้นที่ลากสัมผัสกับความเร็วของการไหลทุกจุดตามการเคลื่อนที่ขณะใดขณะหนึ่งของกลุ่มอนุภาคของไหล เนื่องจากไม่มีความเร็วส่วนที่ตั้งฉากกับเส้นสายธารไหลจึงไม่มีการไหลข้ามเส้นสายธารการไหล ส่วนลำการไหล (Stream Tube) หมายถึงกลุ่มเส้นสายธารการไหลที่รวมกันมีลักษณะคล้ายท่อ



รูปที่ 3.1 เส้นสายธารการไหลและลำการไหล

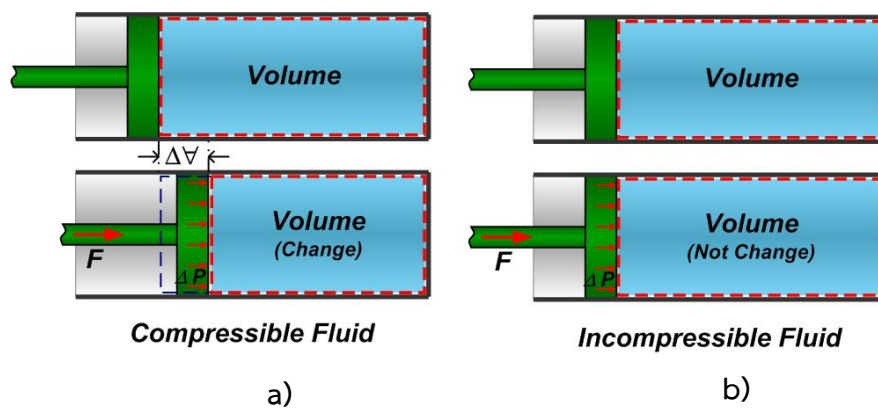
- เส้นทางการไหล (Path Line) หมายถึงแนวเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลเพียงอนุภาคเดียวในหนึ่งช่วงเวลา เส้นใยการไหล (Streak Line) หมายถึงภาพของกลุ่มอนุภาคของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามการไหล เช่น เมื่อฉีดสีลงในสนามการไหล เราจะเห็นภาพของเส้นสีที่เคลื่อนที่ไปในสนามการไหล หรือภาพของควันที่ลอยในอากาศ

- ของไหลจริงและของไหลสมมติ (Real Fluid and Ideal Fluid) การไหลของของไหลจริง (Real Fluid) จะพิจารณาผลกระทบจากความหนืด ซึ่งทำให้เกิด ความเค้นเฉือนขึ้นระหว่างอนุภาคของของไหลจนทำให้อนุภาคของไหลมีความเร็วแตกต่างกัน ดังรูปที่ 3.2 a ส่วนการไหลของของไหลสมมติ (Ideal Fluid) เป็นการไหลที่สมมุติให้ของไหลไม่มีผลกระทบเนื่องจากความหนืด ดังนั้นในสนามการไหลจะไม่เกิดความเค้นเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหล และความเร็วของอนุภาคของไหลจะเท่ากันตลอดการไหล ดังรูปที่ 3.2b



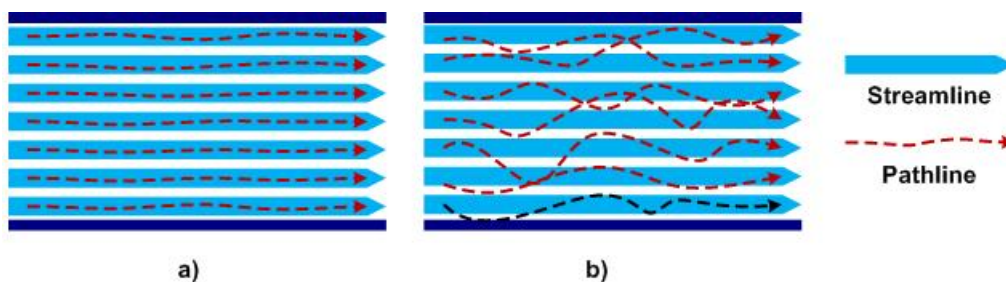
รูปที่ 3.2 ของไหลจริงและของไหลสมมติ

- ของไหลที่อัดตัวได้กับอัดตัวไม่ได้ (Compressible Fluid and Incompressible Fluid) ของไหลอัดตัวได้ (รูปที่ 3.3a) คือของไหลที่คุณสมบัติของไหลเปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของความดันในทางตรงกันข้ามของไหลอัดตัวไม่ได้ (รูปที่ 3.3 a) คือของไหลที่คุณสมบัติของไหลไม่เปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของความดัน โดยส่วนมากของไหลมีสถานะเป็นของเหลว จะถือว่าของไหลนั้นเป็น ของไหลที่อัดตัวไม่ได้



รูปที่ 3.3 ของไหลที่อัดตัวได้กับอัดตัวไม่ได้

- การไหลแบบคงตัวและไม่คงตัว ( Steady Flow and Unsteady Flow) เมื่อพิจารณาที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามการไหล หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ไม่มีการเปลี่ยนแปลง จะถือว่าการไหลนั้นไม่แปรเปลี่ยนตามเวลาเรียกว่า Steady Flow ในทางตรงกันข้าม หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ชัด จะถือว่าการไหลนั้นแปรเปลี่ยนตามเวลาเรียกว่า Unsteady Flow
- การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน ( Laminar Flow and Turbulent Flow) หากพิจารณาจากเส้นทางการเคลื่อนตัวของอนุภาคของไหลในสนามการไหล เราสามารถแบ่งประเภทการไหลได้เป็น 2 ลักษณะคือการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบ ไปตามเส้นทางที่แน่นอน (เคลื่อนที่ไปตาม Stream Line) สภาพการไหลไม่มีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดสูง หรือการไหลที่มีความเร็วต่ำมากๆ (รูปที่ 3.4a) ส่วนการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่อย่างไม่เป็นระเบียบ อนุภาคของของไหลมีเส้นทางการเคลื่อนที่ไม่แน่นอน สภาพการไหลในสนามการไหลมีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับการไหลที่มีความหนืดต่ำ หรือการไหลที่มีความเร็วสูง (รูปที่ 3.4b)



รูปที่ 3.4 การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน

- การไหลแบบหมุนและการไหลแบบไม่หมุน (Rotational Flow and Irrotational Flow) หากพิจารณาจากลักษณะของการเคลื่อนตัวของอนุภาคของของไหล สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ การไหลแบบหมุน (Rotational Flow) คือการไหลที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปพร้อมกับ การหมุน การไหลแบบไม่หมุน (Irrotational Flow) คือการไหลที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปแต่ไม่มีการหมุน

### สมการควบคุม (Governing Equation)

การสร้างสมการควบคุมสำหรับวิเคราะห์การไหลสามารถดำเนินการได้ 2 แบบคือ การติดตามอนุภาคของไหลที่เราสนใจ และ การเฝ้าดูการไหลจากกรอบที่กำหนดไว้ ซึ่งการสร้างสมการโดยการติดตามมวลหรือก้อนวัตถุที่เป็นของแข็งสามารถทำได้ง่าย แต่จะมีความยุ่งยากเมื่อนำมาใช้กับของไหลเนื่องจากของไหลไม่มีความคงตัวและมีการเปลี่ยนรูปร่างอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นจึงต้องอาศัยการกำหนดของเขตในบริเวณที่มีการไหลขึ้นมา เช่น การศึกษาลักษณะการไหลโดยการใช้สีฉีดเข้าไปในน้ำเพื่อดูพฤติกรรมของการไหลผ่านโครงสร้างทางชลศาสตร์ชนิดหนึ่ง การติดตามอนุภาคของสีนี้ว่าเคลื่อนที่อย่างไรมีความยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นแทนที่จะติดตามอนุภาคดังกล่าว สามารถเปลี่ยนเป็นการเฝ้าดูผ่านกรอบที่กำหนดไว้ โดยพิจารณาว่ามีการไหลเข้าและไหลออกจากกรอบดังกล่าวเท่าใด และพิจารณาว่ากรอบดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร จะเป็นการง่ายกว่าการติดตามอนุภาคของสีดังกล่าว ซึ่งกรอบดังกล่าวที่กำหนดขึ้นนั้นคือ ปริมาตรควบคุม (Control Volume) ดังนั้นการสร้างสมการควบคุมสำหรับการไหลในบทนี้จะวิเคราะห์การไหลนี้จะได้กำหนดขอบเขต (กรอบ) ของการไหล ซึ่งเรียกว่า วิธีปริมาตรควบคุม (Control Volume Approach) การวิเคราะห์ด้วยวิธีปริมาตรควบคุมมีศัพท์ทางเทคนิคที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ดังนี้

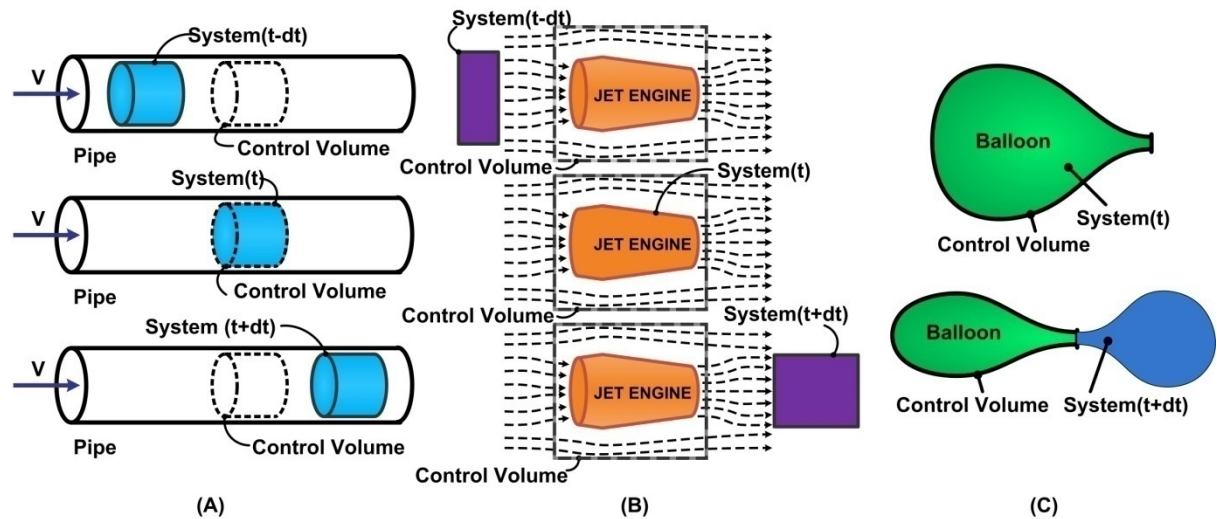
- ระบบ (System) หมายถึง กลุ่มของอนุภาคของไหลที่เลือกทำการศึกษา มีรูปพรรณ สัณฐานที่เฉพาะเจาะจง และสามารถเคลื่อนที่ไปตำแหน่งใดก็ได้
- สิ่งแวดล้อม (Surrounding) หมายถึง สิ่งต่างๆ ที่ล้อมรอบอยู่ภายนอกระบบ
- ปริมาตรควบคุม (Control Volume) หมายถึง ปริมาตรที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลเข้า และไหลออก ในบริเวณที่ทำการศึกษา
- ผิวของปริมาตรควบคุม (Control Surface) หมายถึง พื้นที่ผิวของขอบเขตที่ล้อมรอบปริมาตรควบคุม

### การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม (Boundary of Control Volume)

การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม สามารถทำได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับสภาพปัญหาและระบบที่ทำการวิเคราะห์ ในการกำหนดขอบเขตนั้น จะต้องมิตำแหน่งของของการไหลเข้าออกที่ชัดเจน และจะต้องตอบคำถามที่กำลังวิเคราะห์นั้นได้ ตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับการไหลในท่อ เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบอยู่นิ่งกับที่ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Fix Control Volume) เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของระบบที่ไหลผ่านท่อ ดังรูปที่ 3. 5A หากปัญหาเกี่ยวข้องกับวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเคลื่อนที่ ไม่มีการเปลี่ยนรูปร่าง (Moving Control Volume) เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของระบบรอบวัตถุในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ผ่านระบบนั้น ดังรูปที่ 3. 5B หรือถ้าหากต้องการศึกษาเกี่ยวกับของไหลที่อยู่ในสถานะที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้ เราจะกำหนด



ขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเปลี่ยนรูปร่างได้ (Deforming Control Volume) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างของภาชนะ กับการไหลเข้าและออกของระบบ ดังรูปที่ 3.5C

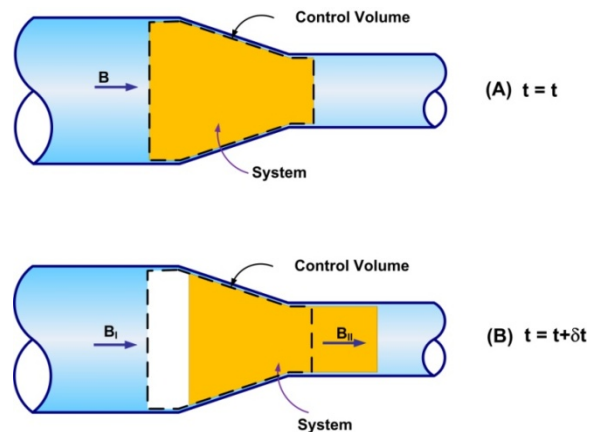


รูปที่ 3.5 การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม

ซึ่งศาสตราจารย์ Osborne Reynolds ได้บัญญัติกฎโดยกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างระบบกับปริมาตรควบคุม โดยใช้หลักการของวิธีปริมาตรควบคุมเรียกว่า ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem) เพื่อใช้สร้างสมการสำหรับการวิเคราะห์การไหล

### ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem)

ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ เป็นทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของของไหล ที่มีการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติใดๆ อย่างต่อเนื่อง ซึ่งบางครั้งทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ นี้ถูกเรียกว่า สมการของการอนุรักษ์ทั่วไป (General Conservation Equation) หากพิจารณาการไหลทางเดียวผ่านปริมาตรควบคุมที่อยู่กับที่ (Fixed Control Volume) ของข้อลัด (การเปลี่ยนแปลงหน้าตัดท่อ) ดังรูปที่ 3.6 โดยกำหนดให้แนวเส้นประคือ ขอบเขตของปริมาตรควบคุม และแนวเส้นทึบคือขอบเขตของระบบและ  $B$  คือ ปริมาณทางฟิสิกส์ใดๆ (เช่น มวล โมเมนตัม ความเร็ว ความเร่ง) ในระบบที่เคลื่อนตัวผ่านปริมาตรควบคุม และ  $b$  คือตัวแปรทางฟิสิกส์นั้นต่อหนึ่งหน่วยมวล ดังนั้น  $B = bm$  เมื่อ  $m$  คือมวลของการไหล ตัวอย่างเช่น ถ้า  $B$  คือมวล,  $B=m$  ดังนั้น  $b$  จะมีค่าเท่ากับ 1 หรือ ถ้า  $B$  คือพลังงานจลน์  $B = mV^2/2$  ดังนั้น  $b$  จะมีค่าเท่ากับ  $V^2/2$  เป็นต้น



รูปที่ 3.6 การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลทิศทางเดียว

จากรูปที่ 3.6A เมื่อเวลา  $t = t$  ปริมาณใดๆ ที่มีอยู่ในระบบ  $B_{\text{SYS}}(t)$  จะเท่ากับปริมาณใดๆ ที่อยู่ในปริมาตรควบคุม  $B_{\text{CV}}(t)$  เขียนเป็นสมการได้แก่

$$B_{\text{sys}}(t) = B_{\text{CV}}(t) \quad (3.1)$$

แต่เมื่อเวลาผ่านไป  $\delta t$  หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในระบบ กับปริมาณในปริมาตรควบคุม (รูปที่ 3.5B) จะได้ว่าปริมาณ  $B$  ของระบบ ( $B_{\text{sys}}$ ) ณ เวลา  $t + \delta t$  มีค่าเท่ากับ ปริมาณ  $B$  ในปริมาตรควบคุม ( $B_{\text{CV}}$ ) ณ เวลา  $t + \delta t$  ลบด้วยปริมาณ  $B$  ที่ไหลเข้าปริมาตรควบคุม ( $B_{\text{in}}$ ) ณ เวลา  $t + \delta t$  บวกด้วยปริมาณ  $B$  ที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุม ( $B_{\text{out}}$ ) ณ เวลา  $t + \delta t$  สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$B_{\text{sys}}(t + \delta t) = B_{\text{CV}}(t + \delta t) - B_{\text{in}}(t + \delta t) + B_{\text{out}}(t + \delta t) \quad (3.2)$$

และสามารถพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ  $B$  ในระบบเมื่อเทียบกับเวลา ( $\delta B_{\text{sys}}/\delta t$ ) จะสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\frac{\delta B_{\text{sys}}}{\delta t} = \frac{B_{\text{sys}}(t + \delta t) - B_{\text{sys}}(t)}{\delta t} \quad (3.3)$$

แทนค่าสมการที่ 3.1 และ 3.2 ในสมการที่ 3.3

$$\frac{\delta B_{\text{sys}}}{\delta t} = \frac{B_{\text{CV}}(t + \delta t) - B_{\text{in}}(t + \delta t) + B_{\text{out}}(t + \delta t) - B_{\text{CV}}(t)}{\delta t}$$

$$\frac{\delta B_{sys}}{\delta t} = \frac{B_{CV}(t+\delta t) - B_{CV}(t)}{\delta t} - \frac{B_{in}(t+\delta t)}{\delta t} + \frac{B_{out}(t+\delta t)}{\delta t} \quad (3.4)$$

เมื่อกำหนดลิมิตของสมการ 3.4 โดยพิจารณา  $\delta t$  มีค่าน้อยมากจนเกือบเป็น 0 จะได้

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta B_{sys}}{\delta t} = \frac{DB_{sys}}{Dt} \quad (3.5)$$

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{B_{CV}(t+\delta t) - B_{CV}(t)}{\delta t} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} = \frac{\partial \int (\rho b dV)}{\partial t} \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\frac{\partial B_{CV}}{\partial t}$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ  $B$  ในปริมาตรควบคุม ,

$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{B_{in}(t+\delta t)}{\delta t} = \dot{B}_{in}$  เมื่อ  $\dot{B}_{in}$  คืออัตราการไหลเข้าของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม และ

$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{B_{out}(t+\delta t)}{\delta t} = \dot{B}_{out}$  เมื่อ  $\dot{B}_{out}$  คืออัตราการไหลออกของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม ดังนั้น

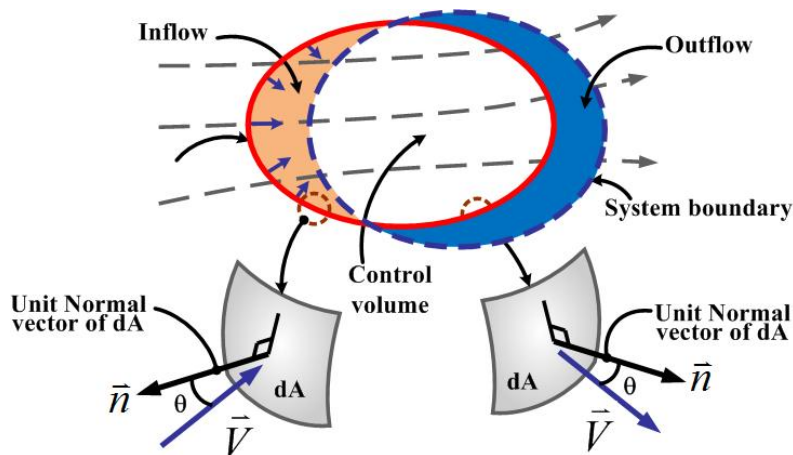
สมการที่ 3.4 สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \dot{B}_{in} + \dot{B}_{out} \quad (3.7)$$

และถ้าหากมีการไหลเข้าหรือไหลออกผ่านผิวควบคุมหลายหลายทาง สมการที่ 3.7 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{in} + \sum \dot{B}_{out} \quad (3.8)$$

เมื่อ  $\sum \dot{B}_{in}$  คือผลรวมของ อัตราการไหลเข้าของปริมาณ  $B$  ผ่านผิวปริมาตรควบคุม และ  $\sum \dot{B}_{out}$  คือผลรวมของอัตราการไหลออกของปริมาณ  $B$  ผ่านผิวปริมาตรควบคุม ซึ่งเราจะเรียกสมการที่ 3.8 ว่า สมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem) ซึ่งเป็นสมการที่การไหลเข้าและไหลออกตั้งฉากกับผิวควบคุม อย่างไรก็ตามหากปริมาตรควบคุมและระบบมีรูปทรงอิสระ การไหลเข้าหรือไหลออกจากปริมาตรควบคุมผ่านผิวควบคุมจะไม่ตั้งฉากกับผิวควบคุม ดังรูปที่ 3.7 ในกรณีนี้จะต้องหาค่า  $\sum \dot{B}_{in}$  และ  $\sum \dot{B}_{out}$  โดยทำการปริพันธ์สมการที่ 3.8



รูปที่ 3.7 การไหลเข้าหรือไหลออกจากปริมาตรควบคุมที่ไม่ตั้งฉากกับผิวควบคุม

พิจารณาการไหลออกจากปริมาตรควบคุมผ่านพื้นผิวควบคุม (Control surface, CS) ดังรูปที่ 3.7 โดยกำหนดให้  $CS_{out}$  เป็นพื้นผิวควบคุมที่มีการไหลออก โดยสามารถหาปริมาตรที่ไหลออก ( $\delta V$ ) ผ่านพื้นที่เล็ก ๆ ( $\delta A$ ) บนผิวควบคุม  $CS_{out}$  ดังนี้

$$\delta V = \delta l_n \delta A \quad (3.9)$$

เมื่อ  $\delta l_n = \delta l \cos \theta$  คือระยะในแนวตั้งฉากกับ  $\delta A$  เนื่องจาก  $\delta l = V \delta t$  ดังนั้น  $\delta V = V \delta t \cos \theta \delta A$  และจากรูปจะได้  $V \cos \theta = V \cdot \hat{n}$  เมื่อ  $\hat{n}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับผิวควบคุมโดยมีทิศชี้ออกจากปริมาตรควบคุม ดังนั้นสมการที่ 3.9 เขียนได้เป็น

$$\delta V = V \cdot \hat{n} \delta t \delta A \quad (3.10)$$

ปริมาณ  $B$  ที่ไหลออกผ่าน  $\delta A$  ในช่วงเวลา  $\delta t$  จะมีค่าเท่ากับ  $\delta B_{out} = b \rho \delta V = b \rho (V \cdot \hat{n} \delta t \delta A)$  ดังนั้นอัตราการไหลออกของ  $B$  ผ่าน  $\delta A$  ในช่วงเวลา  $\delta t$

$$\delta \dot{B}_{out} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{b \rho \delta V}{\delta t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{(b \rho V \cdot \hat{n} \delta t \delta A)}{\delta t} = \rho b V \cdot \hat{n} \delta A \quad (3.11)$$

ทำการปริพันธ์สมการที่ 3.11 ตลอดพื้นผิว  $CS_{out}$  จะได้

$$\dot{B}_{out} = \int_{CS_{out}} d\dot{B}_{out} = \int_{CS_{out}} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.12)$$

ในการทำงานเดียวกันสำหรับอัตราการไหลเข้าผ่านผิวควบคุมจะได้

$$\dot{B}_{in} = - \int_{CS_m} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.13)$$

และอัตราที่ B ไหลเข้าและออกผ่านผิวควบคุมทั้งหมด

$$\dot{B}_{out} - \dot{B}_{in} = \int_{CS} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.14)$$

เมื่อนำค่าในสมการที่ 3.6 และ 3.14 แทนค่าลงในสมการ 3.4 จะได้

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho b dV + \int_{CS} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.15)$$

สมการที่ 3.15 เป็นสมการรูปแบบทั่วไปของทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ สำหรับปริมาตรควบคุมที่อยู่กับที่และมีขนาดคงที่ โดยที่  $V \cdot \hat{n}$  สามารถแบ่งได้เป็น

- $V \cdot \hat{n} > 0$  ไหลออกจากปริมาตรควบคุม  $-90^\circ < \theta < 90^\circ$
- $V \cdot \hat{n} < 0$  ไหลออกจากปริมาตรควบคุม  $90^\circ < \theta < 270^\circ$
- $V \cdot \hat{n} = 0$  ไม่มีการไหลเข้าและไหลออกผ่านปริมาตรควบคุม แบ่งออกได้ 2 กรณีคือ  
ความเร็ว  $V=0$  หรือ  $\cos \theta = 0$  เนื่องจากของไหลไหลไปกับผิวควบคุมไม่ได้ไหลเข้าและไหลออกผ่านผิวควบคุม

### สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation)

หลักการของสมการควบคุมมวลของของไหล มาจากการประยุกต์ใช้กฎการอนุรักษ์มวลหรือกฎทรงมวล (Conservation of Mass) หากพิจารณาจากรูปแบบอย่างง่าย โดยให้ปริมาณ  $B$  ที่พิจารณาคือมวล  $M$  จากสมการที่ 3.4 จะได้ว่า

$$\frac{DM_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{\text{In}} + \sum \dot{M}_{\text{Out}} \quad (3.16)$$

แต่เนื่องจากมวลไม่มีวันสูญสลายซึ่งนั่นหมายความว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงต้องเท่ากับศูนย์  $\frac{DM_{\text{sys}}}{Dt} = 0$  ดังนั้น

$$0 = \frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{\text{In}} + \sum \dot{M}_{\text{Out}} \quad \text{หรือ}$$

$$\frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{\text{In}} - \sum \dot{M}_{\text{Out}} \quad (3.17)$$

สมการที่ 3.17 คือ สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation) หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) จะเห็นได้ว่า  $\frac{DM_{\text{sys}}}{Dt} = 0$  แต่ค่า  $\frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t}$  นั้นไม่เท่ากับศูนย์ และสามารถเป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบทั้งนี้ขึ้นอยู่กับอัตราการไหลเข้าและไหลออกปริมาตรควบคุม ซึ่งเป็นสมการที่ใช้กับการไหลได้ทั้งแบบคงที่และแบบไม่คงที่ อย่างไรก็ตามหากพิจารณาการไหลเป็นแบบคงที่ จะทำให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในปริมาณควบคุม ส่งผลให้  $\frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} = 0$  เราจะได้สมการกฎอนุรักษ์มวลสำหรับการไหลแบบคงที่ดังนี้

$$\sum \dot{M}_{\text{In}} = \sum \dot{M}_{\text{Out}} \quad (3.18)$$

เมื่อ  $\dot{M}$  คือ  $\int_A \rho \mathbf{V} \cdot \hat{n} dA$  หากของไหลเป็นของไหลที่ไม่สามารถอัดตัวได้จะทำให้ความหนาแน่น ( $\rho$ ) ไม่เปลี่ยนแปลงจะได้  $\dot{M} = \rho \int_A \mathbf{V} \cdot \hat{n} dA$  หากการไหลไหลตั้งฉากกับผิวควบคุมแต่มีความเร็วไม่คงที่ จะทำให้  $\dot{M} = \rho \int_A V dA = \rho \bar{V} A$  เมื่อ  $\bar{V}$  คือความเร็วเฉลี่ยที่ไหลตั้งฉากกับผิวควบคุมพื้นที่  $A$  และสามารถหาความเร็วเฉลี่ยของการไหลได้ดังนี้  $\bar{V} = \rho \int_A \vec{V} \cdot \vec{n} dA / \rho A$  และหากการไหลไหลตั้งฉากกับผิวควบคุมพื้นที่  $A$  จะทำให้  $\dot{M} = \dot{M} = \rho V \int_A dA = \rho V A$  สำหรับการไหลของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ ความเร็วการ

ไหลมีค่าคงที่และการไหลมีทิศตั้งฉากกับผิวควบคุมจากสมการที่ 3.18 สามารถสรุปได้ดังนี้

$$\sum (\rho Q)_{in} = \sum (\rho Q)_{out}$$

เอาความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงคูณเข้าทั้งสองด้านจะได้

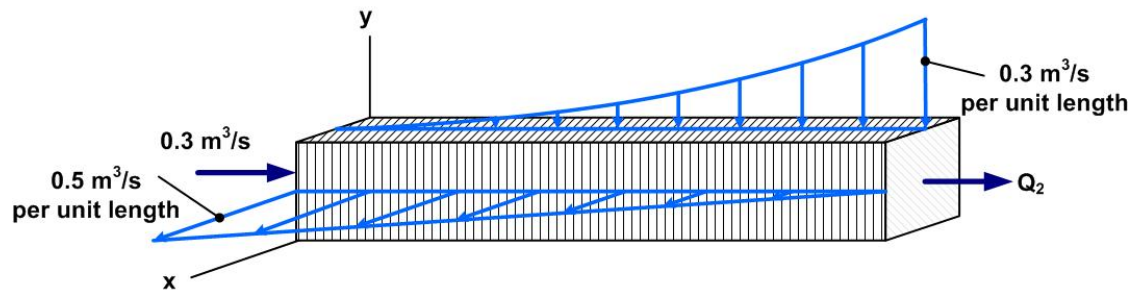
$$\sum (\gamma Q)_{in} = \sum (\gamma Q)_{out}$$

และเมื่อของไหลมีความหนาแน่นคงที่ใช่

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out} \quad (3.19)$$

โดยที่  $Q$  คือ อัตราการไหล ( $m^3/s$ )  $V$  คือความเร็วการไหล ( $m/s$ )  $\rho$  คือความหนาแน่นของของไหล ( $kg/m^3$ ) และ  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของของไหล ( $N/m^3$ ) และเมื่อถึงอัตราการไหลในรูปแบบต่าง ๆ จะได้  $\dot{M} = \rho Q$  คืออัตราการไหลโดยมวล ( $kg/s$ )  $\dot{W} = \gamma Q$  คืออัตราการไหลโดยน้ำหนัก ( $N/s$ ) และ  $\dot{V} = Q$  คืออัตราการไหลโดยปริมาตร ( $m^3/s$ ) หรือเรียกสั้น ๆ ว่าอัตราการไหล

ตัวอย่างที่ 3.1 น้ำไหลเข้าท่อสี่เหลี่ยมด้วยอัตราการไหล  $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$  ด้านบนและด้านข้างของท่อมีลักษณะเป็นรูปทรงแปดเหลี่ยมโดยด้านบนมีอัตราการไหลเข้าด้วยด้วยสมการพาราโบลาส่วนด้านข้างมีอัตราการไหลออกด้วยสมการเส้นตรง ตั้งแต่ต้นทางจนถึงปลายทางสำหรับอัตราการไหลเข้ามากที่สุดด้านบนเท่ากับ  $0.3 \text{ m}^3/\text{s}$  ต่อเมตรที่ปลายทาง และด้านข้างมีอัตราการไหลออกมากที่สุด  $0.5 \text{ m}^3/\text{s}$  ต่อเมตรที่ต้นทาง จงหาความเร็วเฉลี่ยทางด้านปลายทางของท่อเมื่อกำหนดให้ท่อมีความยาว  $0.3 \text{ m}$  และหน้าตัดของท่อเท่ากับ  $0.01 \text{ m}^2$  เมื่อสภาวะการไหลเป็นแบบคงที่



รูปที่ Ex3.1 การไหลของน้ำไหลเข้าท่อสี่เหลี่ยม

### วิธีทำ

- หาสมการอัตราการไหลเข้าท่อด้านบน ( $q_U$ )

พิจารณาทางด้านบนท่อเมื่ออัตราการไหลเข้า เป็นฟังก์ชันของสมการพาราโบลา จะได้

$$q_U = ay^2 + by + c \quad (\text{Ex3.1-1})$$

จากสมการที่ Ex3.1-1 และรูปที่ Ex3.1 พบว่า

$$\text{เมื่อ } y = 0 ; q_U = 0 \text{ จะได้ } c = 0 \text{ และ}$$

$$\text{เมื่อ } y = 0.3 \text{ m} ; q_U = 0.3 \text{ m}^2/\text{s} \text{ จะได้ } 0.3a + b = 1 \text{ และ}$$

$$\text{เมื่อ } y = 0 ; \frac{dq_U}{dy} = 2ay + b = 0 \text{ จะได้ } b = 0 \text{ จากเงื่อนไขทั้งสามจะได้ } a = 10/3 \text{ แทน}$$

ค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex3.1-1 จะได้ สมการสำหรับอัตราการไหลเข้าด้านบนดังนี้

$$q_U = \frac{10}{3} y^2 \quad (\text{Ex3.1-2})$$



- หาสมการอัตราการไหลออกด้านข้าง ( $q_f$ )

พิจารณาทางด้านข้างท่อเมื่ออัตราการไหลออก เป็นฟังก์ชันของเส้นตรง จะได้

$$q_f = my + c \quad (\text{Ex.3.1-3})$$

จากสมการที่ Ex3.1-3 และรูปที่ Ex3.1 พบว่า

เมื่อ  $y = 0$  ;  $q_U = 0.5 \text{ m}^2/\text{s}$  จะได้  $c = 0.5$  และ

เมื่อ  $y = 0.3 \text{ m}$  ;  $q_U = 0 \text{ m}^2/\text{s}$  จะได้  $0 = 0.3m + 0.5$  จะได้  $m = -5/3$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex3.1-3 จะได้ สมการสำหรับอัตราการไหลออกด้านข้างดังนี้

$$q_f = 0.5 - \frac{5}{3}y \quad (\text{Ex3.1-4})$$

จากสมการความต่อเนื่อง สมการ

$$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{In} - \sum \dot{M}_{Out} \quad (\text{Ex3.1-5})$$

เมื่ออัตราการไหลเป็นแบบคงที่ (Steady flow)  $\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = 0$

$$\sum \dot{M}_{In} - \sum \dot{M}_{Out} = 0 \quad (\text{Ex3.1-6})$$

ของไหลเป็นน้ำทำให้ความหนาแน่นคงที่สมการที่ Ex3.1-6 จะเป็น

$$\sum Q_{In} - \sum Q_{Out} = 0 \quad (\text{Ex3.1-7})$$

แทนค่าลงในสมการ Ex3.1-7 จะได้

$$0.3 + \int_0^{0.3} \frac{10}{3} y^2 dy - \int_0^{0.3} \left( 0.5 - \frac{5}{3}y \right) dy - 0.01 \times V_2 = 0$$

$$V_2 = \frac{1}{0.01} \left[ 0.3 + \frac{10}{3} \left[ \frac{y^3}{3} \right]_0^{0.3} - \left[ 0.5y - \frac{5}{3} \frac{y^2}{2} \right]_0^{0.3} \right]$$

$$V_2 = \frac{1}{0.01} \left[ 0.3 + \frac{10}{3} \times \frac{0.3^3}{3} - 0.5 \times 0.3 + \frac{5}{3} \times \frac{0.3^2}{2} \right] = 25.5 \text{ m/s}$$

ความเร็วที่ไหลออกทางด้านปลายท่อสี่เหลี่ยมเท่ากับ 25 m/s

ตอบ

**ตัวอย่างที่ 3.2** จากตัวอย่างที่ 3.1 จงหาตำแหน่งของการไหลในท่อที่มีความเร็วการไหลมากที่สุด

**วิธีทำ** จากหลักการเดียวกันในตัวอย่างที่ 3.1 จะได้สมการความเร็วที่แปรผันตามระยะความยาวต่อไปนี้

$$V_L = \frac{1}{0.01} \left[ 0.3 + \int_0^L \frac{10}{3} y^2 dy - \int_0^L \left( 0.5 - \frac{5}{3} y \right) dy \right]$$

$$V_L = \frac{1}{0.01} \left[ 0.3 + \frac{10}{3} \left[ \frac{y^3}{3} \right]_0^L - \left[ 0.5y - \frac{5}{3} \frac{y^2}{2} \right]_0^L \right]$$

$$V_L = \frac{1}{0.01} \left[ 0.3 + \frac{10}{3} \frac{L^3}{3} + \frac{5}{3} \frac{L^2}{2} - 0.5L \right]$$

ตำแหน่งที่ความเร็วมีค่ามากที่สุดคือตำแหน่งที่  $\frac{dV_L}{dL} = 0$

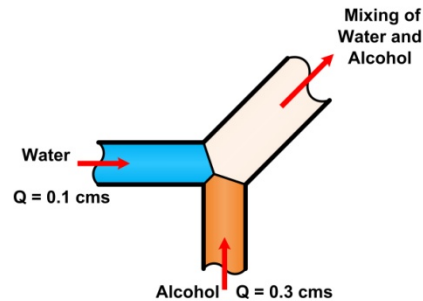
$$\frac{dV_L}{dL} = \frac{1}{0.01} \left[ \frac{10}{3} L^2 + \frac{5}{3} L - 0.5 \right] = 0$$

แก้สมการหาค่า L จะได้

$$L = \frac{(-5/3) \pm \sqrt{(5/3)^2 + 4 \times (10/3) \times 0.5}}{2 \times (10/3)} = 0.211 \text{ m}$$

ตำแหน่งความเร็วการไหลมากที่สุดในท่อสี่เหลี่ยมเกิดตรงความยาวที่ห่างออกมาจากด้านเข้าเท่ากับ 0.211 m ตอบ

ตัวอย่างที่ 3.3 ของไหล A มีความถ่วงจำเพาะ 0.9 และของไหล B มีน้ำหนักจำเพาะ  $12,500 \text{ N/m}^3$  ไหลมาผสมกันในท่อรูปตัว Y ดังรูป เมื่ออัตราการไหลโดยมวลของของไหล A  $90 \text{ kg}^3/\text{s}$  และอัตราการไหลของของไหล B เท่ากับ  $0.24 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาความหนาแน่นของของไหลที่ทางออก เมื่อสภาวะการไหลเป็นแบบคงที่



วิธีทำ เมื่อการไหลเป็นแบบคงที่จากสมการความต่อเนื่องจะได้

$$\sum \dot{M}_{\text{In}} - \sum \dot{M}_{\text{Out}} = 0 \quad (\text{Ex3.3-1})$$

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{\text{In}} &= \dot{M}_A + \rho_B Q_B \\ &= 90 + \left( \frac{12,500}{9.81} \right) \times 0.24 \end{aligned}$$

พิจารณาการไหลออก

$$\sum \dot{M}_{\text{Out}} = \rho_{\text{Mix}} Q_{\text{Mix}}$$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ จะได้

$$90 + \left( \frac{12,500}{9.81} \right) \times 0.24 - \rho_{\text{MIX}} Q_{\text{MIX}} = 0 \quad (\text{Ex3.3-2})$$

เนื่องจากระบบเป็นของเหลวอัดตัวได้น้อยมาก ประกอบกับปริมาตรควบคุมเป็นแบบคงตัว ไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตร และการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

$$\begin{aligned} \therefore Q_A + Q_B &= Q_{\text{mix}} \\ \frac{90}{0.9 \times 1000} + 0.24 &= 0.34 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

แทนค่าใน (Ex3-2) จะได้

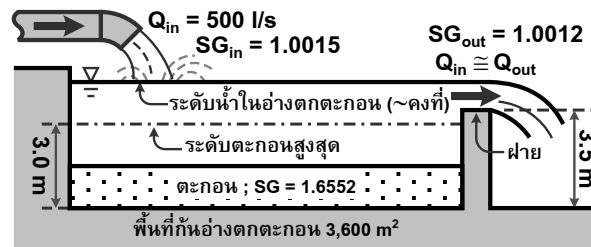
$$90 + \left( \frac{12,500}{9.81} \right) \times 0.24 - \rho_{\text{MIX}} \times 0.34 = 0$$

$$\begin{aligned} \rho_{\text{Mix}} &= \left( \frac{90 + (305.81)}{0.34} \right) \\ &= 1164.15 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

ความหนาแน่นของของไหลที่ทางออกเท่ากับ  $1164.15 \text{ kg/m}^3$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3.4 โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการบำบัดน้ำผ่านอ่างตกตะกอน โดยน้ำเสียที่ต้องการบำบัดที่จะไหลเข้าสู่อ่างตกตะกอน มีปริมาณ 500 ลิตร/วินาที ค่าความถ่วงจำเพาะ 1.0015 หลังจากผ่านการตกตะกอนน้ำเสียมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.0012 ซึ่งจะไหลออกผ่านฝายน้ำล้นที่ทางออก เนื่องจากระดับน้ำภายในอ่างค่อนข้างคงที่จึงประมาณได้ว่าอัตราการไหลออกจากอ่างค่อนข้างคงที่ จากการตรวจวัดตะกอนที่ก้นอ่าง ค่าความถ่วงจำเพาะมีค่าเท่ากับ 1.6552 จะต้องใช้เวลานานเท่าไรกว่าที่ตะกอนจะเต็มอ่างพอดี (ปริมาณตะกอนถึงระดับสูงสุด)



รูปที่ Ex3.4

วิธีทำ พิจารณาจากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial B_{\text{cv}}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{\text{in}} + \sum \dot{B}_{\text{out}}$$

กำหนดให้ระบบคือ ของไหล และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{\text{cv}}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{\text{in}} - \sum \dot{M}_{\text{out}}$$

พิจารณาการไหลเข้า

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{\text{in}} &= \rho_{\text{in}} Q_{\text{in}} \\ &= 1.0015 \rho_w (1.0) \end{aligned}$$

พิจารณาการไหลออก

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{\text{out}} &= \rho_{\text{out}} Q_{\text{out}} \\ &= 1.0012 \rho_w (1.0) \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาที่  $t = 0$  มวลใน Control Volume คือมวลของน้ำส่วนที่ 1 และ 2 แต่เมื่อเวลาผ่านไป  $t = \Delta t$  มวลที่อยู่ใน Control volume คือ มวลของน้ำส่วนที่ 1 กับ มวลของตะกอนที่เข้ามาแทนที่ส่วนที่ 2 ดังนั้นในช่วงเวลาดังกล่าวมีมวลแตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned}\Delta M_{cv} &= (m_1 + m_{\text{ตะกอน}}) - (m_1 + m_2) \\ &= m_{\text{ตะกอน}} - m_2 \\ &= \rho_{\text{ตะกอน}} \nabla_{\text{ตะกอน}} - \rho_2 \nabla_2 \\ &= \nabla (\rho_{\text{ตะกอน}} - \rho_2) \\ &= (3600 \times 3)(1.6552 - 1.0012)(1000)\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta M_{cv} = 7,063,200 \text{ kg} = 7,063.2 \text{ tons}$$

เมื่อพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลใน Control volume ต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะได้

$$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = \frac{\Delta M_{cv}}{\Delta t} = \frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t}$$

$$\text{นำ (2) (3) และ (4) แทนใน (1)} \quad \frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t} = (1.0015 - 1.0012)\rho_w$$

$$\Delta t = \frac{7,063.2}{(1.0015 - 1.0012)} = 47,088,000 \text{ s} = 545 \text{ days} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

### สมการโมเมนตัมเชิงเส้น (Linear Momentum Equation)

โมเมนตัมหมายถึงความสามารถในการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่าง มวลและความเร็วของวัตถุ โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ สำหรับสมการควบคุมโมเมนตัมเป็นการประยุกต์ใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สอง-โมเมนตัมเชิงเส้น ของนิวตัน (Newton's Second Law; The Linear Momentum) ซึ่งมีความหมายในเชิงของกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of Momentum) ว่าแรงลัพธ์รวมที่กระทำต่อปริมาตรควบคุม มีค่าเท่ากับ ผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุมและอัตราการไหลสุทธิของโมเมนตัมที่ไหลผ่านพื้นผิวควบคุม จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (สมการที่ 3.15) โดยให้ปริมาณ B ที่พิจารณาเป็นโมเมนตัม (mV) จะได้ว่าสมการ

$$\frac{D(mV)_{sys}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho b dV + \int_{CS} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.20)$$

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} = \frac{d(mV)}{dt} \\ \Sigma \vec{F}(dt) &= m(d\vec{V}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

ซึ่งสมการที่ 3.21 ก็คือ กฎของอินพัลส์โมเมนตัม (Impulse Momentum) โดยเราจะเรียกเทอมของ  $\Sigma \vec{F}(dt)$  ว่า อินพัลส์ (Impulse) ส่วนเทอมของ  $m(d\vec{V})$  คือ การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัม จากสมการที่ 3.21 เมื่อพิจารณา โมเมนตัม และแรงที่กระทำกับระบบจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_{sys}(dt) &= m_{sys}(d\vec{V}_{sys}) \\ \Sigma \vec{F}_{sys} &= \frac{D(mV)_{sys}}{Dt} \end{aligned} \quad (3.22)$$

ซึ่งความหมายของสมการที่ 3.22 ก็คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้นของระบบ จะมีค่าเท่ากับ ผลรวมของแรงภายนอกที่กระทำกับระบบ ( $\Sigma \vec{F}_{sys}$ ) เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 3.22 ในสมการที่ 3.20 จะได้ว่า

$$\Sigma F_{sys} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho b dV + \int_{CS} \rho b V \cdot \hat{n} dA \quad (3.23)$$

สมการที่ 3.23 เรียกว่าสมการโมเมนตัมเชิงเส้น (Linear Momentum Equation) ถ้าการไหลเป็นแบบ

คงที่ และเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) จะทำให้  $\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho \cdot V \cdot dV = 0$  ดังนั้น สมการที่ 3.23 จะเป็น

$$\sum F_{sys} = \int_{CS} \rho \cdot b \cdot (V \cdot \hat{n}) dA = \int_{out} \rho \cdot b \cdot (V \cdot \hat{n}) dA - \int_{in} \rho \cdot b \cdot (V \cdot \hat{n}) dA \quad (3.24)$$

เมื่อ  $b$  คือ โมเมนตัมต่อหน่วยมวล  $= \frac{mV}{m} = V$  ดังนั้นสมการที่ 3.24 จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\sum F_{sys} = \int_{out} \rho \cdot V \cdot (V \cdot \hat{n}) dA - \int_{in} \rho \cdot V \cdot (V \cdot \hat{n}) dA \quad (3.25)$$

เมื่อ  $V \cdot dA = dQ$  และ  $(V \cdot \hat{n})$  คือ ความเร็วการไหลในทิศทางที่พิจารณา ดังนั้นสมการสมการที่ 3.25 สามารถแยกพิจารณาได้ตามทิศทางการไหลได้ดังนี้

$$\text{แกน } x : \quad \sum F_x = \sum (\rho Q V_x)_{out} - \sum (\rho Q V_x)_{in} \quad (3.26)$$

$$\text{แกน } y : \quad \sum F_y = \sum (\rho Q V_y)_{out} - \sum (\rho Q V_y)_{in} \quad (3.27)$$

$$\text{แกน } z : \quad \sum F_z = \sum (\rho Q V_z)_{out} - \sum (\rho Q V_z)_{in} \quad (3.28)$$

โดยที่  $\rho Q V$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม (Momentum Flux) ซึ่งหมายถึงอัตราการขนส่งมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ต่อเวลามีหน่วยเป็นนิวตัน (N) ซึ่งเสมือนว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมคือแรงอย่างหนึ่งที่มีขนาด เท่ากับ ส. มการที่ 3.21 ถึง 3.23 ก็คือ สมการโมเมนตัม (Momentum Equation) ของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) ภายใต้การไหลแบบคงที่

## การหาแรงกระทำของน้ำบนแผ่นกั้น

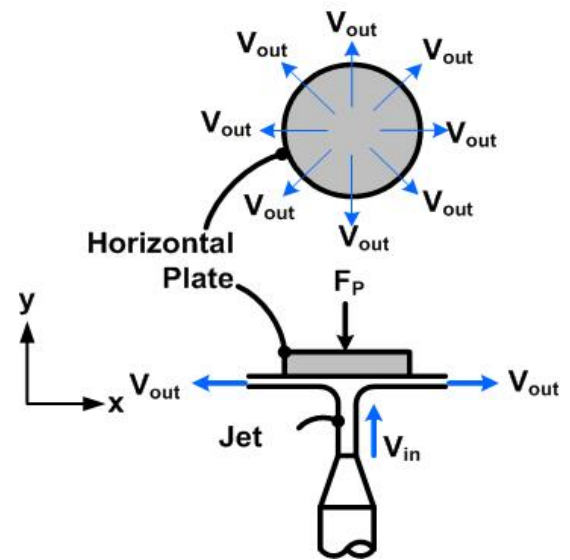
### แผ่นกั้นมีแบบแบน (Horizontal plate)

พิจารณารูปที่ 3.8 พบว่าเมื่อลำน้ำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่มากกระทำกับแผ่นกั้น หากไม่คิดแรงเสียดทานในขณะลำน้ำเคลื่อนที่ และไม่มีการสูญเสียพลังงานในขณะลำน้ำพุ่งชน ลำน้ำจะไหลไปตามพื้นผิวนั้น

จากสมการโมเมนตัมเชิงเส้นของของไหล

พิจารณาแกน  $y$ ;

$$\sum F_y = \sum (\rho Q V_y)_{out} - \sum (\rho Q V_y)_{in}$$



รูปที่ 3.8 การกระทำของลำน้ำบนแผ่นกั้นแบบแบน

เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน ( $\rho_{in} = \rho_{out}$ ) และอัตราการไหลออกเท่ากับอัตราการไหลเข้า ( $Q_{in} = Q_{out}$ )

$$\sum F_y = \rho Q [(v_y)_{out} - (v_y)_{in}] \quad (3.29)$$

เมื่อ  $F_y$  คือ ผลรวมของแรงในทิศทางแกน  $y$   $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล  $Q$  คือ อัตราการไหล  $V_{out}$  คือ ความเร็วของการไหลออกจากแผ่นเรียบในทิศทาง  $y$   $V_{in}$  คือ ความเร็วของการไหลที่กระทบ (เข้า) แผ่นเรียบในทิศทาง  $y$  เมื่อพิจารณารูปที่ 3.5 จะได้ แรงกระทำที่กระทำกับแผ่นกั้น ( $F_y$ ) เท่ากับแรงที่แผ่นกั้นต้านแรงกระทำ  $F_p$  แต่มีทิศตรงกันข้าม (แรงกระทำ  $F_y$  มีค่าเท่ากับแรงปฏิกิริยา  $F_p$ ) ความเร็วที่ไหลเข้าแกน  $y$   $(v_y)_{in}$  เท่ากับ  $V_{in}$  และความเร็วที่ไหลออกแกน  $y$   $(v_y)_{out}$  เท่ากับศูนย์ แทนค่าต่าง ๆ ในสมการที่ 3.29



แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ 3.29 จะได้

$$-F_p = -\rho Q V_{in}$$

หรือ

$$F_p = \rho Q V \quad (3.30)$$

เมื่อ  $F_p$  คือแรงต้านการกระแทกของลำน้ำ (N) ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระแทกของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $Q$  คือ อัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) และ  $V$  คือ ความเร็วของการไหล ( $\text{m/s}$ )

### แผ่นกั้นรูปกรวยมุม $120^\circ$

พิจารณารูปที่ 3.9 พบว่าเมื่อลำน้ำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่มากกระแทกกับแผ่นกั้น หากไม่คิดแรงเสียดทานในขณะลำน้ำเคลื่อนที่ และไม่มีการสูญเสียพลังงานในขณะลำน้ำพุ่งชน ลำน้ำจะไหลไปตามพื้นผิวผนังซึ่งทำมุม  $120^\circ$  (วัดตามแนวแกน  $y$ )

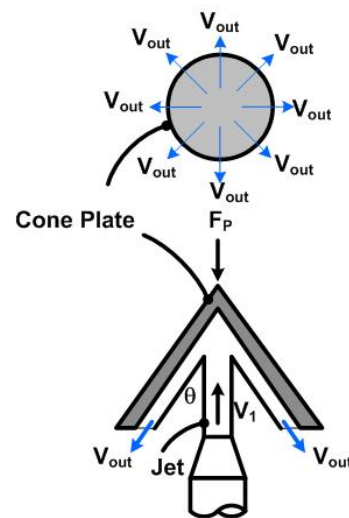
จากสมการโมเมนตัมเชิงเส้นของของไหล

พิจารณาแกน  $y$ ;

$$\sum F_y = \sum (\rho Q V_y)_{out} - \sum (\rho Q V_y)_{in}$$

เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน ( $\rho_{in} = \rho_{out}$ ) และอัตราการไหลออกเท่ากับอัตราการไหลเข้า ( $Q_{in} = Q_{out}$ )

$$\sum F_y = \rho Q [(v_y)_{out} - (v_y)_{in}] \quad (3.31)$$



รูปที่ 3.9 การกระแทกของลำน้ำบนแผ่นกั้นแบบกรวย

เมื่อพิจารณารูปที่ 3.8 จะได้ แรงกระแทกที่กระทำกับแผ่นกั้น ( $F_y$ ) เท่ากับแรงที่แผ่นกั้นต้านแรงกระแทก  $F_p$  แต่มีทิศตรงกันข้าม (แรงกระทำ  $F_y$  มีค่าเท่ากับแรงปฏิกิริยา  $F_p$ ) ความเร็วที่ไหลเข้าแกน  $y$  ( $(v_y)_{in}$ ) เท่ากับ  $V_{in}$  และความเร็วที่ไหลออกแกน  $y$  ( $(v_y)_{out}$ ) เท่ากับ  $-V_{in} \cos \theta$  เมื่อ  $\theta = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$  จะได้  $-V_{in} \cos 60 = -0.5V_{in}$  แทนค่าต่าง ๆ ในสมการที่ 3.31 จะได้

$$-F_p = \rho Q[-0.5V_{in} - V_{in}]$$

หรือ

$$F_p = 1.5\rho QV_{in} \quad (3.32)$$

เมื่อ  $F_p$  คือแรงต้านการกระแทกของลำน้ำ (N) ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระแทกของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $Q$  คือ อัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) และ  $V_{in}$  คือ ความเร็วของการไหล ( $\text{m/s}$ )

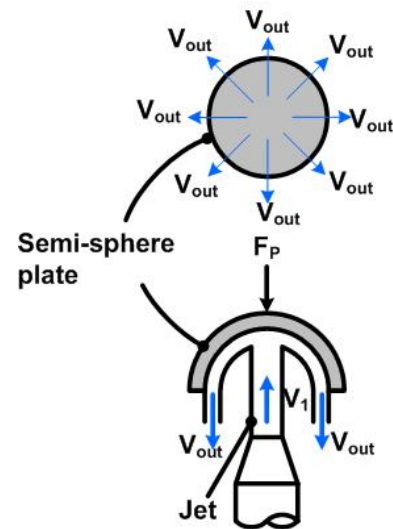
### แผ่นกั้นรูปกึ่งทรงกลม

พิจารณารูปที่ 3.10 พบว่าเมื่อลำน้ำเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่มากระแทกกับแผ่นกั้น หากไม่คิดแรงเสียดทาน ในขณะที่ลำน้ำเคลื่อนที่ และไม่มีการสูญเสียพลังงานในขณะที่ลำน้ำพุ่งชน ลำน้ำจะไหลไปตามพื้นผิวซึ่งทำมุม  $180^\circ$  (วัดตามแนวแกน  $y$ )

จากสมการโมเมนตัมเชิงเส้นของของไหล

พิจารณาแกน  $y$ ;

$$\sum F_y = \sum (\rho Q v_y)_{out} - \sum (\rho Q v_y)_{in}$$



รูปที่ 3.10 การกระแทกของลำน้ำบนแผ่นกั้นแบบกึ่งทรงกลม

เนื่องจากเป็นของไหลชนิดเดียวกัน ( $\rho_{in} = \rho_{out}$ ) และ อัตราการไหลออกเท่ากับอัตราการไหลเข้า

$$(Q_{in} = Q_{out})$$

$$\sum F_y = \rho Q[(v_y)_{out} - (v_y)_{in}] \quad (3.33)$$

เมื่อพิจารณารูปที่ 3.9 จะได้ แรงกระแทกที่กระทำกับแผ่นกั้น ( $F_y$ ) เท่ากับแรงที่แผ่นกั้นต้านแรงกระแทก  $F_p$  แต่มีทิศตรงกันข้าม (แรงกระทำ  $F_y$  มีค่าเท่ากับแรงปฏิกิริยา  $F_p$ ) ความเร็วที่ไหลเข้าแกน  $y$  ( $V_y$ )<sub>in</sub> เท่ากับ  $V_{in}$  และความเร็วที่ไหลออกแกน  $y$  ( $V_y$ )<sub>out</sub> เท่ากับ  $-V_{in} \cos \theta$  เมื่อ  $\theta = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$  จะได้  $-V_{in} \cos 90 = -V_{in}$  แทนค่าต่าง ๆ ในสมการที่ 3.26 จะได้

$$-F_p = \rho Q [-V_{in} - V_{in}]$$

หรือ

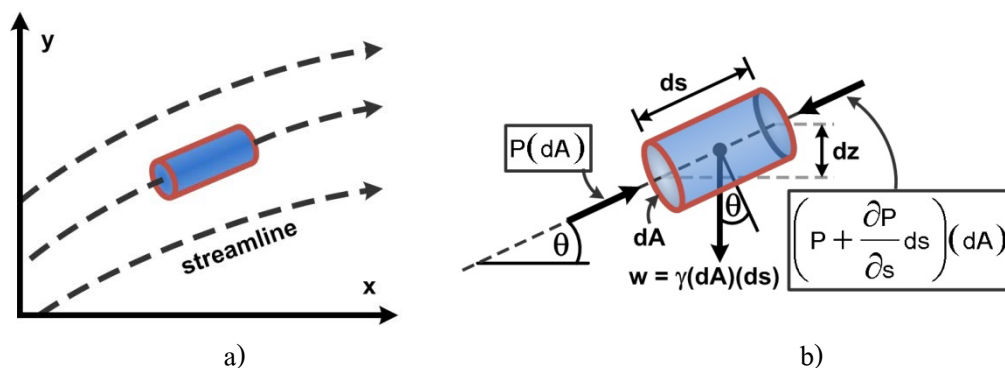
$$F_p = 2\rho Q V_{in} \quad (3.34)$$

เมื่อ  $F_p$  คือแรงต้านการกระแทกของลำน้ำ (N) ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระแทกของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $Q$  คืออัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) และ  $V_{in}$  คือความเร็วของการไหล ( $\text{m/s}$ )

จากการวิเคราะห์แรงกระแทกแผ่นกั้นพบว่า เมื่อรูปร่างแผ่นกั้นที่โดนน้ำพุ่งกระแทกแตกต่างกัน ส่งผลให้แรงกระแทกมีค่าแตกต่างกันออกไปด้วย ซึ่งจะมีประโยชน์ในการออกแบบรูปร่างของใบพัดและกังหันน้ำต่อไป

**สมการพลังงาน (Energy Equation)**

สมการพลังงานของการไหลชั้นต้นนั้นเกิดจากแนวคิดของ Leonhard Euler โดยพิจารณาการไหลสมมติที่เคลื่อนที่อนุภาคของไหลตามเส้นสายธารการไหล โดยกำหนดว่าการไหลดังกล่าวไม่มีความหนืดดังนั้นจึงไม่มีแรงเฉือนมากระทำทำให้ของไหลสมมติเคลื่อนที่ ดังนั้นแรงที่กระทำจึงของไหลจึงมีเพียงแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหล และแรงเนื่องจากความดันดังรูปที่ 3.11a



**รูปที่ 3.11** การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลตามแนวเส้นทางการไหล

พิจารณารูปที่ 3.11b อนุภาคของไหลรูปทรงกระบอกมวล  $m$  ซึ่งมีขนาดพื้นที่หน้าตัด  $dA$  และความยาว  $ds$  กำลังเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นสายธารการไหล ด้วยความเร่ง  $a_s$  ทำมุม  $\theta$  กับแนวระนาบ เมื่อพิจารณาแรงที่กระทำกับก้อนของไหลดังกล่าวจะพบว่ามี แรงดันกับน้ำหนักของก้อนของไหล และจากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\sum F_s = ma_s$$

$$F_{in} - F_{out} - dw \sin \theta = ma_s \tag{3.35}$$

เมื่อ  $F_{in} = PdA$ ,  $F_{out} = \left( P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) dA$ ,  $m = \rho \cdot ds \cdot dA$ ,  $\sin \theta = \frac{dz}{ds}$  และ  $dw = \gamma \cdot ds \cdot dA$

เนื่องจากความเร่ง  $a_s = \frac{dV}{dt}$  และ  $v = f(s, t)$  ดังนั้นจะได้

$$a_s = \frac{\partial V}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} = V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} \tag{3.36}$$

เมื่อการไหลมีสถานะคงที่ จะทำให้  $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$  สมการ 3.36 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$a_s = V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \quad (3.37)$$

โดยที่ เมื่อ  $P$  คือความดันที่หน้าตัดทางเข้า  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล และสามารถเขียนสมการ 3.37 ใหม่ได้เป็น

$$PdA - \left( P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) dA - (\gamma \cdot ds \cdot dA) \frac{dz}{ds} = (\rho \cdot ds \cdot dA) V \frac{\partial V}{\partial s} \quad (3.38)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial s} \cdot ds \cdot dA - (\gamma \cdot ds \cdot dA) \frac{dz}{ds} = (\rho \cdot ds \cdot dA) V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} \quad (3.39)$$

นำ  $\gamma \cdot ds \cdot dA$  หารตลอดสมการที่ 3.39 จะได้

$$\frac{dz}{ds} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial s} + \frac{1}{g} V \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \quad (3.40)$$

เนื่องจาก  $z$ ,  $P$  และ  $v$  มีความสัมพันธ์อยู่ในรูปของแกน  $s$  เพียงอย่างเดียว ดังนั้นสมการอนุพันธ์ย่อยสามารถเขียนใหม่ในรูปอนุพันธ์ธรรมดาได้เป็น

$$\frac{dz}{ds} + \frac{1}{\gamma} \frac{dP}{ds} + \frac{1}{g} V \frac{dV}{ds} = 0$$

เอา  $ds$  คูณตลอดจะได้

$$dz + \frac{1}{\gamma} dP + \frac{1}{g} V dV = 0$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dV}{g} = 0 \quad (3.41)$$

สมการที่ 3.41 คือสมการของออยเลอร์ (Leonhard Euler) สำหรับการเคลื่อนที่ตามแนวเส้นสายธารการไหล (Euler's equation for motion along a streamline)

## สมการของแบร์นูลลี (Bernoulli)

แบร์นูลลีได้ทำการปริพันธ์สมการพลังงานของ Leonhard Euler

$$\int dz + \int \frac{dP}{\gamma} + \int \left( \frac{V \cdot dV}{g} \right) = \int 0$$

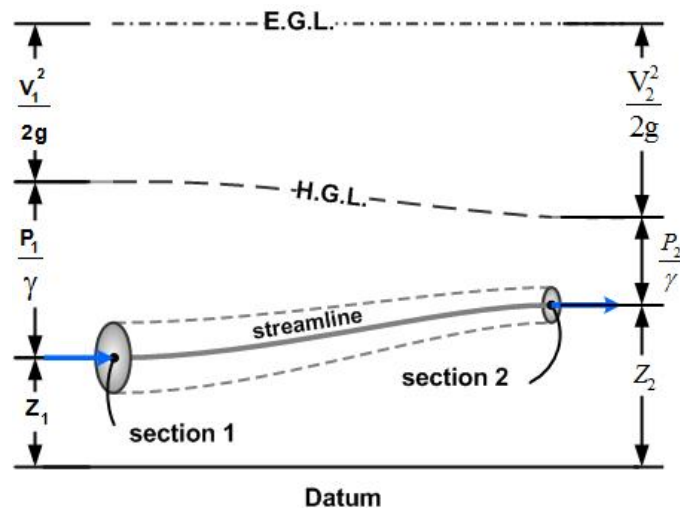
จากผลของการปริพันธ์จะได้

$$z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = C \quad (3.42)$$

สมการที่ 3.42 คือสมการของแบร์นูลลี เมื่อ C คือค่าคงที่ ซึ่งเรียกว่าค่าคงที่ของแบร์นูลลี ซึ่งหมายความว่าบนเส้นสายธารการไหลเดียวกันค่าคงที่ของแบร์นูลลีจะมีค่าเท่ากันตลอด อย่างไรก็ตามหากพิจารณาเทอมแต่ละเทอมในสมการของแบร์นูลลีจะพบว่าในแต่ละเทอมจะมีหน่วยเป็นความสูง ซึ่งก็คือพลังงานในแต่ละรูปแบบนั่นเอง โดย Z คือเฮดของพลังงานศักย์ ซึ่งก็คือความสูงจากระดับอ้างอิงถึงแนวเส้นทางการไหล หรือเรียกว่าเฮดระดับ (Potential Head or Elevation Head, m)  $\frac{P}{\gamma}$  คือเฮดของพลังงานอันเนื่องมาจากความดันสถิต หรือเรียกว่า เฮดความดัน (Pressure Head, m)  $\frac{V^2}{2g}$  คือเฮดของพลังงานจล หรือเรียกว่า เฮดความเร็ว (Velocity Head, m)

### การประยุกต์ใช้สมการของแบร์นูลลี

พิจารณารูปที่ 3.12 เป็นการไหลภายในท่อจากหน้าตัดการไหลที่ 1 ไปหน้าตัดการไหลที่ 2



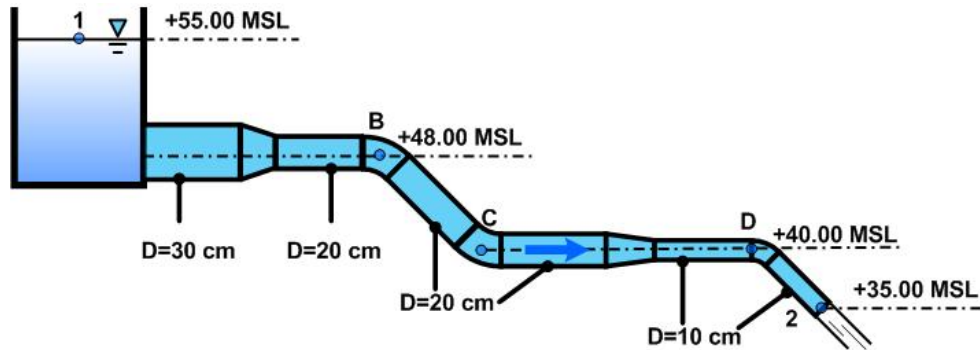
รูปที่ 3.12 พลังงานการไหล เส้นลาดชลศาสตร์และเส้นลาดพลังงาน

จากรูปที่ 3.12 แสดงตัวแปรต่าง ๆ ของสมการแบร์นูลลี โดยพิจารณาภายใต้เงื่อนไข การไหลแบบคงที่ แรงที่เกี่ยวข้องมีเพียงแรงโน้มถ่วงกับแรงเนื่องมาจากความดัน ของไหลเป็นของไหลสมมติ และเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ เมื่ออนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปตามเส้นสายธารการไหลโดยไม่มีผลจากพลังงานภายนอกและไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากสมการของแบร์นูลลีกล่าวว่า “ผลรวมของพลังงานที่จุดใดจุดหนึ่งจะเท่ากับผลรวมของเฮดอีกจุดหนึ่งเสมอ” ดังนั้นพลังงานรวมจะคงที่ตลอดความยาวของเส้นสายธารการไหล ทำให้พลังงานการไหลจากหน้าตัดที่ 1 และหน้าตัดที่ 2 มีค่าเท่ากันดังรูปที่ 3.12 สามารถเขียนในรูปของสมการได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (3.43)$$

ระดับของพลังงานรวมนั้นเราจะเรียกว่า เส้นระดับพลังงาน (Energy Grade Line, E.G.L.) และเส้นที่บอกถึงระดับผลรวมของเฮดระดับกับเฮดความดัน จะเรียกว่า ระดับชลศาสตร์ (Hydraulic Grade Line, H.G.L.) โดยผลรวมของเฮดระดับกับเฮดความดันเรียกว่าเฮดสถิต เรียกว่า พิโซมิเตอร์เฮด (Piezometric head)

ตัวอย่างที่ 3.4 จงคำนวณหาความเร็วและอัตราการไหลที่น้ำพุ่งออกจากท่อที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm ดังรูปที่ Ex3.4-1 สมมติว่าเป็นการไหลแบบคงที่ และไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการไหล



รูปที่ Ex3.4-1 การไหลออกของน้ำจากถังเก็บน้ำขนาดใหญ่มาก

วิธีทำ จากสมการของแบร์นูลลี

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (\text{Ex3.4-1})$$

จากรูปที่ Ex3.4-1  $z_1 = 55 \text{ m}$ ,  $z_2 = 35 \text{ m}$ ,  $P_1 = P_2 =$  ความดันบรรยากาศ และ  $V_1 \approx 0$  เนื่องจากถังน้ำมีขนาดใหญ่การไหลออกที่ตำแหน่งที่ 2 ทำให้ระดับน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 มีการลดระดับน้อยมาก ดังนั้นความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 เท่ากับศูนย์ แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.4-1 จะได้

$$(55 - 35) + \left( \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) + 0 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 20} = 19.81 \text{ m/s}$$

$$\text{อัตราการไหล; } Q = AV = \frac{\pi \cdot 0.1^2}{4} \times 19.81 = 0.15565 \text{ m}^3/\text{s}$$

ดังนั้นความเร็วและอัตราการไหลที่น้ำพุ่งออกจากท่อมีค่าเท่ากับ 19.81 m/s และ 0.16 m<sup>3</sup>/s ตามลำดับ ตอบ



ตัวอย่างที่ 3.5 จงหาเฮดระดับ เฮดความดัน เฮดความเร็ว และ เฮดรวมของการไหลจากตำแหน่งที่ 1 ไปตำแหน่งที่ 2 ของการไหลในตัวอย่างที่ 3.4

### วิธีทำ

ผลการคำนวณ

1) ตำแหน่ง	2) ขนาดเส้นผ่าน ศูนย์กลาง, D (m)	3) พื้นที่ หน้าตัด, A (m <sup>2</sup> /s)	4) ความเร็ว, V (m/s)	5) เฮดระดับ, Z (m)	6) เฮดความเร็ว, V <sup>2</sup> /2g (m)
1	-	-	0.00	55	0.0
B	0.2	0.0314	4.95	48	1.2
C	0.2	0.0314	4.95	40	1.2
D	0.1	0.0079	19.81	40	20.0
2	0.1	0.0079	19.81	35	20.0

ผลการคำนวณ (ต่อ)

ตำแหน่ง	7) ความดัน, P (N/m <sup>2</sup> )	8) เฮดความดัน, P/γ (m)	9) เฮดรวม, H (m)	10) เส้นระดับ H.G.L. (m)	11) เส้นระดับ E.G.L. (m)
1	-	0.0	55.0	55.0	55.0
B	56,418.75	5.75	55.0	53.7	55.0
C	134,898.75	13.75	55.0	53.7	55.0
D	- 49,068.05	-5.0	55.0	35.0	55.0
2	-	0.0	55.0	35.0	55.0

### วิธีการคำนวณ

1) ตำแหน่ง (จากข้อมูล) 2) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง, D<sub>i</sub> m (จากข้อมูล)

3) พื้นที่หน้าตัด  $A_i = \frac{\pi D_i^2}{4}$  m<sup>2</sup> 4) ความเร็ว  $V_i = \frac{Q}{A_i} = \frac{0.15565}{A_i}$  m/s

5) เฮดระดับ, Z<sub>i</sub> m (จากข้อมูล) 6) เฮดความเร็ว,  $\frac{V_i^2}{2g}$

7) ความดัน, P<sub>i</sub> จากสมการของแบร์นูลลี พิจารณาระหว่างตำแหน่ง 1 กับตำแหน่งที่พิจารณา (ตำแหน่ง

i)

$$P_i = \left( 55 - Z_i - \frac{V_i^2}{2g} \right) \text{ เช่น ระหว่างตำแหน่ง 1 กับ B จะได้}$$

$$P_B = \left( 55 - 48 - \frac{4.95^2}{2g} \right) \cdot \gamma_w = 56,418.75 \text{ N/m}^2$$

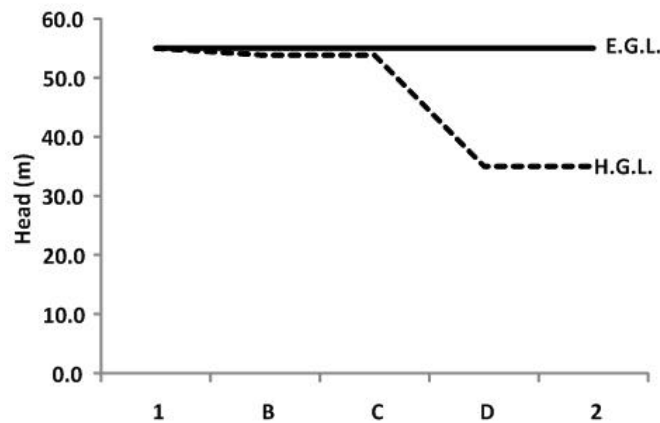
8) เสดความดัน,  $\frac{P_i}{\gamma}$

9) เสดรวม  $H = z_i + \frac{P_i}{\gamma_w} + \frac{V_i^2}{2g}$

10) เส้นลาดชลศาสตร์,  $H.G.L. = z_i + \frac{P_i}{\gamma_w}$

11) เส้นลาดพลังงาน,  $E.G.L. = z_i + \frac{P_i}{\gamma_w} + \frac{V_i^2}{2g}$

สามารถเขียนเส้นลาดชลศาสตร์ (H.G.L.) และ เส้นลาดพลังงาน (E.G.L.) ได้ดังรูป



รูปที่ Ex3.5-1 เส้นลาดชลศาสตร์ (H.G.L.) และ เส้นลาดพลังงาน (E.G.L.)

ตัวอย่างการไหลตัวอย่างที่ 3.4 และตัวอย่างที่ 3.5 เป็นการไหลสมมติโดยไม่คิดการสูญเสียพลังงาน อย่างไรก็ตามการไหลที่เกิดขึ้นจริงจะต้องมีการสูญเสียพลังงานเสมอ เช่นการไหลจากหน้าตัดที่ 1 ไปหน้าตัดที่ 2 ดังรูปที่ 3.13 สมการพลังงานสามารถคือ

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (3.44)$$

เมื่อ  $H_L$  คือการสูญเสียพลังงานจากการไหลที่หน้าตัดที่ 1 ไปหน้าตัดที่ 2

**ตัวอย่างที่ 3.6** จากตัวอย่างที่ 3.4 จงหาความเร็วและอัตราการไหลของ ท่อการไหลจากตำแหน่งที่ 1 ไปตำแหน่งที่ 2 มีการสูญเสียพลังงานดังกรณีต่อไปนี้

a) มีการสูญเสียพลังงาน 2 m

b) มีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 2 เท่าของเฮดความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2

**วิธีทำ** จากสมการของแบร์นูลลี

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex3.6-1})$$

จากรูปที่ Ex3.4-1  $z_1 = 55 \text{ m}$ ,  $z_2 = 35 \text{ m}$ ,  $P_1 = P_2 =$  ความดันบรรยากาศ และ  $V_1 \approx 0$  เนื่องจากถึงน้ำมีขนาดใหญ่การไหลออกที่ตำแหน่งที่ 2 ทำให้ระดับน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 มีการลดระดับน้อยมาก ดังนั้นความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 เท่ากับศูนย์

a) มีการสูญเสียพลังงาน 2 m แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.6-1 จะได้

$$(55 - 35) + \left( \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) + 0 - 2 = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot 18} = 18.79 \text{ m/s}$$

อัตราการไหล;  $Q = AV = \frac{\pi \cdot 0.1^2}{4} \times 18.79 = 0.148 \text{ m}^3/\text{s}$

b) มีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 2 เท่าของเฮดความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.6-1 จะได้

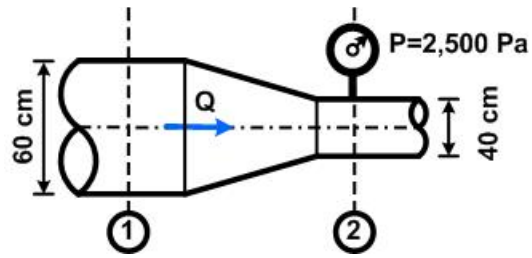
$$(55 - 35) + \left( \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) + 0 = 3 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot g \cdot 20} = 11.437 \text{ m/s}$$

อัตราการไหล;  $Q = AV = \frac{\pi \cdot 0.1^2}{4} \times 11.437 = 0.09 \text{ m}^3/\text{s}$

- ความเร็วและอัตราการไหลที่น้ำพุ่งออกจากท่อกรณีมีการสูญเสียพลังงาน 2 m มีค่าเท่ากับ 18.79 m/s และ 0.148 m<sup>3</sup>/s ตามลำดับ
- ความเร็วและอัตราการไหลที่น้ำพุ่งออกจากท่อกรณีมีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 2 เท่าของเฮดความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 มีค่าเท่ากับ 11.437 m/s และ 0.09 m<sup>3</sup>/s ตามลำดับ

**ตัวอย่างที่ 3.7** น้ำไหลผ่านข้อต่อลดขนาดด้วย อัตราการไหล 80 liter/s ทำการวัดความดันที่ ตำแหน่งที่ 2 พบว่ามีค่าเท่ากับ 2,500 Pa จงหา ขนาดและทิศทางของแรงกระทำของน้ำที่กระทำ กับข้อต่อลดขนาด (กำหนด: การไหลเป็นแบบคงที่ และไม่มีการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล)

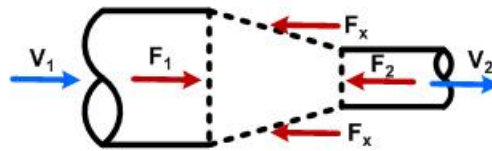


รูปที่ Ex3.7-1 การไหลผ่านข้อลด

**วิธีทำ** การหาแรงกระทำต้องใช้สมการโมเมนตัม กรณีการไหลเป็นแบบคงที่จะได้

$$\text{พิจารณาแกน } x : \quad \sum F_x = \sum (\rho Q V_x)_{out} - \sum (\rho Q V_x)_{in} \quad (\text{Ex3.7-1})$$

พิจารณาแรงที่กระทำกับข้อต่อลดขนาด จะได้ดังรูป



รูปที่ Ex3.7-2 แรงที่กระทำกับข้อลดและทิศทางความเร็วของน้ำ

จากรูปแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex7-1 จะได้

$$F_1 - F_2 - F_x = (\rho Q V_x)_{out} - (\rho Q V_x)_{in} \quad (\text{Ex3.7-2})$$

เมื่อ

$F_1$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อลดขนาด, เส้นประ) ทางด้านเข้า มีค่าเท่ากับ  $P_1 A_1$

$F_2$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อลดขนาด, เส้นประ) ทางด้านออก มีค่าเท่ากับ  $P_2 A_2$

$F_x$  คือ แรงต้านทานการกระทำของน้ำซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระทำของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม

$(V_x)_{in}$  คือ ความเร็วทางด้านเข้าของท่อตามทิศทางแกน  $x = V_1$

$(V_x)_{out}$  คือ ความเร็วทางด้านออกของท่อตามทิศทางแกน  $x = V_2$

$\rho_{in} = \rho_{out} = \rho_w$  คือความหนาแน่นของน้ำ (ของไหลอัดตัวไม่ได้)

$Q_{in} = Q_{out} = Q$  คืออัตราการไหล (สมการความต่อเนื่อง) นำค่าต่าง ๆ แทนลงในสมการ Ex3.7-2 จะได้

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 - F_x = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (\text{Ex3.7-2})$$

จากสมการที่ Ex3.7-2 ต้องการทราบค่า  $F_x$  ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ตัวแปรที่เหลือสามารถหาได้ดังนี้

$$A_1 = \frac{\pi \times 0.6^2}{4} = 0.283 \text{ m}^2, \quad A_2 = \frac{\pi \times 0.4^2}{4} = 0.126 \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{(80/1,000)}{0.283} = 0.283 \text{ m/s}, \quad V_2 = \frac{(80/1,000)}{0.126} = 0.635 \text{ m/s}$$

$$P_2 = 250 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \text{ และ } P_1 \text{ หาได้จากสมการพลังงานดังนี้}$$

$$P_1 = \gamma_w \cdot \left[ (z_2 - z_1) + \frac{P_2}{\gamma} + \left( \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right) \right] \quad (\text{Ex3.7-3})$$

จากรูปที่ Ex7-1  $z_1 = z_2$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex.7-2 จะได้

$$P_1 = 9,810 \times \left[ 0 + \frac{2,500}{9,810} + \left( \frac{0.635^2}{2g} - \frac{0.283^2}{2g} \right) \right] = 2,661.57 \text{ N/m}^2$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.7-2 จะได้

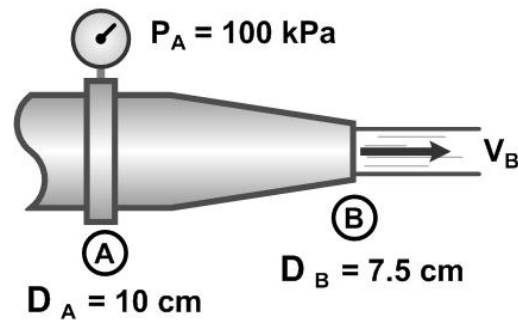
$$2,661.57 \times 0.283 - 2,500 \times 0.126 - F_x = 1,000 \times 0.08 \times (0.635 - 0.283)$$

$$F_x = 410.06 \text{ N} \quad \leftarrow$$

ดังนั้นแรงที่น้ำกระทำกับข้อต่อลตมีค่าเท่ากับ 410.06 N  $\rightarrow$

ตอบ

**ตัวอย่างที่ 3.8** จงหาแรงกระทำของน้ำที่กระทำกับหัวฉีดดับเพลิงดังรูป น้ำไหลผ่านหัวฉีดด้วยอัตราการไหล 40 liter/s ทำการวัดความดันที่ตำแหน่งที่ 1 พบว่ามีค่าเท่ากับ 100 kPa จงหาการสูญเสียพลังงานที่เกิดขึ้น และขนาดและทิศทางของแรงกระทำของน้ำที่กระทำกับหัวฉีด (กำหนด: การไหลเป็นแบบคงที่)

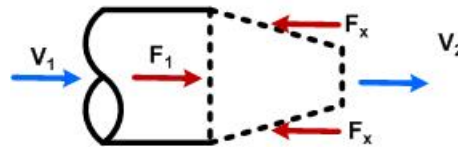


รูปที่ Ex3.8-1 การไหลผ่านข้อลด

**วิธีทำ** การหาแรงกระทำต้องใช้สมการโมเมนตัม กรณีการไหลเป็นแบบคงที่จะได้

$$\text{พิจารณาแกน } x : \quad \sum F_x = \sum (\rho Q V_x)_{out} - \sum (\rho Q V_x)_{in} \quad (\text{Ex3.8-1})$$

พิจารณาแรงที่กระทำกับข้อลดต่อลดขนาด จะได้ดังรูป



รูปที่ Ex3.8-2 แรงที่กระทำกับข้อลดและทิศทางความเร็วของน้ำ

จากรูปแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex8-1 จะได้

$$F_1 - F_2 - F_x = (\rho Q V_x)_{out} - (\rho Q V_x)_{in} \quad (\text{Ex3.8-2})$$

เมื่อ

$F_1$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อลดขนาด, เส้นประ) ทางด้านเข้า มีค่าเท่ากับ  $P_1 A_1$

$F_2$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อลดขนาด, เส้นประ) ทางด้านออก มีค่าเท่ากับ  $P_2 A_2$

$F_x$  คือ แรงต้านทานการกระทำของน้ำซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระทำของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม

$(V_x)_{in}$  คือ ความเร็วทางด้านเข้าของท่อตามทิศทางแกน  $x = V_1$

$(V_x)_{out}$  คือ ความเร็วทางด้านออกของท่อตามทิศทางแกน  $x = V_2$

$\rho_{in} = \rho_{out} = \rho_w$  คือความหนาแน่นของน้ำ (ของไหลอัดตัวไม่ได้)

$Q_{in} = Q_{out} = Q$  คืออัตราการไหล (สมการความต่อเนื่อง) นำค่าต่าง ๆ แทนลงในสมการ Ex3.8-2 จะได้

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 - F_x = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (\text{Ex3.8-3})$$

จากสมการที่ Ex3.8-3 ต้องการทราบค่า  $F_x$  ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ตัวแปรที่เหลือสามารถหาได้ดังนี้

$$A_1 = \frac{\pi \times 0.1^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \quad A_2 = \frac{\pi \times 0.075^2}{4} = 4.418 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_1 = \frac{(40/1,000)}{7.854 \times 10^{-3}} = 5.093 \text{ m/s}, \quad V_2 = \frac{(40/1,000)}{4.418 \times 10^{-3}} = 9.054 \text{ m/s}$$

$$P_1 = 100 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \text{ และ } P_2 = 0 \text{ N/m}^2 \text{ เนื่องจากปลายหัวฉีดสัมผัสกับอากาศ}$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.8-3 จะได้

$$100 \times 10^3 \times 7.854 \times 10^{-3} - 0 - F_x = 1,000 \times 0.04 \times (9.054 - 5.093)$$

$$F_x = 626.96 \text{ N} \quad \leftarrow$$

ดังนั้นแรงที่น้ำกระทำกับข้อต่อลตมีค่าเท่ากับ 626.96 N  $\rightarrow$

สำหรับการสูญเสียพลังงานหาได้ดังนี้

$$H_L = (z_1 - z_2) + \left( \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex3.8-4})$$

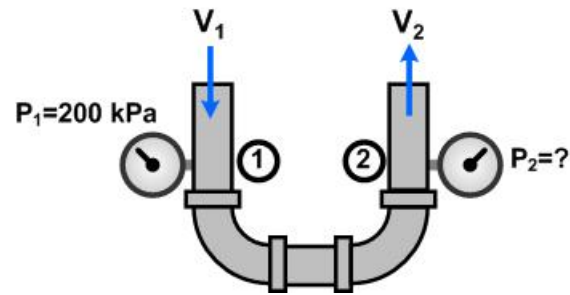
จากรูปที่ Ex3.8-1  $z_1 = z_2$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.8-4 จะได้

$$H_L = 0 + \left( \frac{100 \times 10^3}{9810} - 0 \right) + \left( \frac{5.093^2}{2g} - \frac{9.054^2}{2g} \right) = 7.33 \text{ m} \quad (\text{Ex3.8-5})$$

แรงที่น้ำกระทำกับข้อต่อลตมีค่าเท่ากับ 626.96 N ทิศจากซ้ายไปขวา ( $\rightarrow$ ) และมีการสูญเสียพลังงาน

7.33 m ตอบ

**ตัวอย่างที่ 3.9** น้ำไหลผ่านข้อต่อรูปตัว U ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 cm ด้วยความเร็วที่ทางเข้า (จุดที่ 1) ขนาด 2.5 m/s ดังรูป มีการสูญเสียพลังงานของการไหลจากจุดที่ 1 ไป จุดที่ 2 เท่ากับ 2.5 เท่าของเฮดความเร็วทางด้านออก (จุดที่ 2) จงหาความดันที่จุดที่ 2 และแรงกระทำของน้ำที่กระทำกับข้อต่อ (ข้อต่อวางอยู่ในแนวระนาบและการไหลเป็นแบบคงที่)



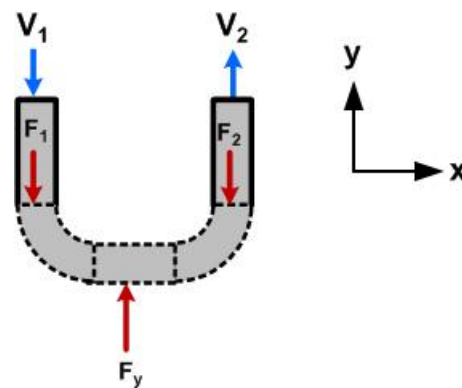
รูปที่ Ex3.9-1 การไหลผ่านข้อต่อรูปตัว U

วิธีทำ การหาแรงกระทำต้องใช้สมการโมเมนตัม กรณีการไหลเป็นแบบคงที่จะได้

พิจารณาแกน  $y$  :

$$\sum F_y = \sum (\rho Q V_y)_{out} - \sum (\rho Q V_y)_{in} \quad ( \quad \text{Ex3.9-1})$$

พิจารณาแรงที่กระทำกับข้อต่อตลอดขนาด จะได้ดังรูป



รูปที่ Ex3.9-2 แรงที่กระทำกับข้อต่อและทิศทางความเร็วของน้ำ

จากรูปแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex3.9-1 จะได้

$$-F_1 - F_2 + F_y = (\rho Q V_y)_{out} - (\rho Q V_y)_{in} \quad ( \quad \text{Ex3.9-2})$$

เมื่อ

$F_1$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อ, เส้นประ) ทางด้านเข้า มีค่าเท่ากับ  $P_1 A_1$

$F_2$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุม (ข้อต่อ, เส้นประ) ทางด้านออก มีค่าเท่ากับ  $P_2 A_2$

$F_y$  คือ แรงต้านทานการกระทำของน้ำซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระทำของน้ำแต่ทิศทางตรงกันข้าม



$(V_y)_{in}$  คือ ความเร็วทางด้านเข้าของท่อตามทิศทางแกน  $x = -V_1$

$(V_y)_{out}$  คือ ความเร็วทางด้านออกของท่อตามทิศทางแกน  $x = V_2$

$\rho_{in} = \rho_{out} = \rho_w$  คือความหนาแน่นของน้ำ (ของไหลอัดตัวไม่ได้)

$Q_{in} = Q_{out} = Q$  คืออัตราการไหล (สมการความต่อเนื่อง) นำค่าต่าง ๆ แทนลงในสมการ Ex3.9-2 จะได้

$$-P_1A_1 - P_2A_2 + F_y = \rho Q(V_2 - (-V_1)) \quad (\text{Ex3.9-3})$$

จากสมการที่ Ex3.9.3 ต้องการทราบค่า  $F_y$  ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ตัวแปรที่เหลือสามารถหาได้ดังนี้

$$A_1 = \frac{\pi \times 0.15^2}{4} = 0.0177 \text{ m}^2 = A_2, \quad V_1 = V_2 = 2.5 \text{ m/s},$$

$$Q = A_1 V_1 = 0.0177 \times 2.5 = 0.0442 \text{ m}^3/\text{s}$$

$P_1 = 200 \times 10^3 \text{ N/m}^2$  และ  $P_2$  หาได้จากสมการพลังงานดังนี้

$$P_2 = \gamma_w \cdot \left[ (z_1 - z_2) + \frac{P_1}{\gamma} + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) - 2.5 \frac{V_2^2}{2g} \right] \quad (\text{Ex3.9-4})$$

จากรูปที่ Ex3.9-1  $z_1 = z_2$  และ  $V_1 = V_2$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.9-4 จะได้

$$P_2 = 9,810 \times \left[ 0 + \frac{250 \times 10^3}{9,810} + 0 - 2.5 \times \frac{2.5^2}{2g} \right] = 242.19 \text{ kN/m}^2$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.9-2 จะได้

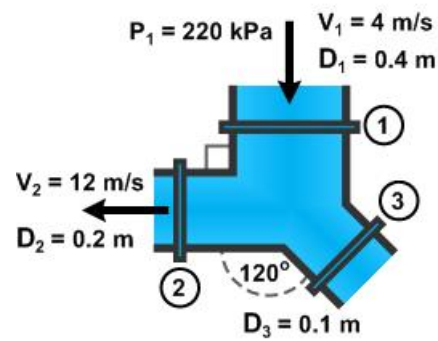
$$\left[ (-250 - 242.19) \times 10^3 \times 0.0177 \right] + F_y = 1,000 \times 0.0442 \times (0)$$

$$F_y = 8,711.76 \text{ N} \quad \uparrow$$

ดังนั้นแรงที่น้ำกระทำกับข้องอมีค่าเท่ากับ  $8,711.76 \text{ N} \quad \downarrow$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3.10 น้ำไหลผ่านข้อต่อสามทางดังรูป โดยไหลเข้าทางหน้าตัดที่ 1 และไหลออกทางหน้าตัดที่ 2 จงหาว่าน้ำจะไหลเข้าหรือไหลออกทางหน้าตัดที่ 3 และแรงกระทำของน้ำที่กระทำกับข้อต่อดังกล่าว (ข้อต่อสามทางวางอยู่ในแนวระนาบ ไม่มีการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหลและการไหลเป็นแบบคงที่)



รูปที่ Ex3.10-1 การไหลผ่านข้อต่อสามทาง

วิธีทำ จากสมการความต่อเนื่องจะได้

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out} \quad (\text{Ex3.10-1})$$

สมมติน้ำไหลออกทางหน้าตัดที่ 3 จะได้

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$\frac{\pi 0.4^2}{4} \times 4 = \frac{\pi 0.2^2}{4} \times 12 + Q_3$$

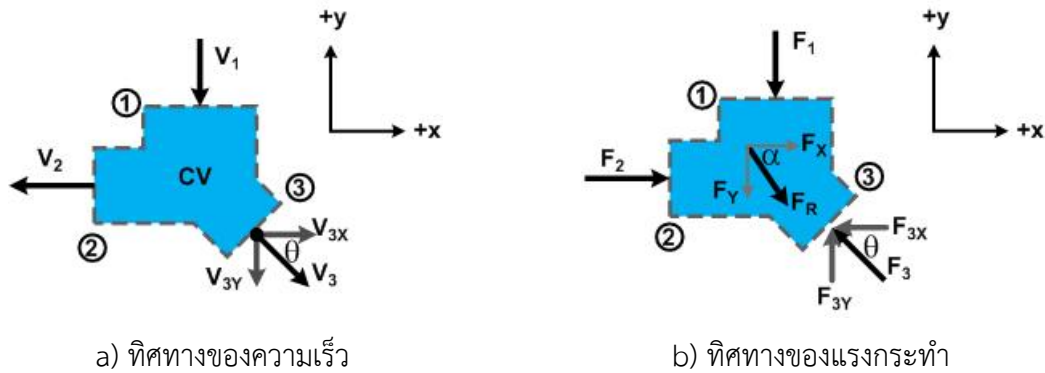
$$Q_3 = 0.1257 \text{ m}^3/\text{s}$$

ดังนั้นน้ำจะไหลออกทางหน้าตัดที่ 3 ด้วยอัตราการไหล 0.1257 m<sup>3</sup>/s

การหาแรงกระทำต้องใช้สมการโมเมนตัม กรณีการไหลเป็นแบบคงที่ จะได้

$$\text{พิจารณาแกน } x : \quad \sum F_x = \sum (\rho Q V_x)_{out} - \sum (\rho Q V_x)_{in} \quad (\text{Ex3.10-2})$$

พิจารณาแรงที่กระทำกับข้อต่อสามทางดังรูป



รูปที่ Ex3.10-2 ทิศทางความเร็วของน้ำแรงที่กระทำกับข้อสามทาง

จากรูปแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex3.10-2 เนื่องจากที่หน้าตัดที่ 1 ไม่มีแรงในแนวแกน X และ  $(V_x)_{in} = 0$  จะได้

$$F_2 - F_{3x} - F'_x = [(\rho Q V_x)_2 + (\rho Q V_x)_3]_{out} \quad ( \quad \text{Ex3.10-3})$$

เมื่อ

$F_1$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุมที่หน้าตัดที่ 1 (ด้านเข้า) มีค่าเท่ากับ  $P_1 A_1$

$F_2$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุมที่หน้าตัดที่ 2 (ด้านออก) มีค่าเท่ากับ  $P_2 A_2$

$F_{3x}$  คือแรงดันน้ำที่กระทำกับปริมาตรควบคุมที่หน้าตัดที่ 3 (ด้านออก) มีค่าเท่ากับ  $P_3 A_3 \cos \theta$

$F'_x$  คือ แรงต้านแรงกระทำของน้ำซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระทำของน้ำ ( $F_x$ ) แต่ทิศทางตรงกันข้าม

$(V_x)_2$  คือ ความเร็วทางด้านออกตามในแนวแกน  $x = -V_2$  (ทิศทางความเร็วตรงกันข้ามกับทิศ  $+x$ )

$(V_x)_3$  คือ ความเร็วทางด้านออกตามในแนวแกน  $x = +V_3 \cos \theta$  (ทิศทางของความเร็วมีทิศเดียว  $+x$ )

$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_w$  คือความหนาแน่นของน้ำ (ของไหลอัดตัวไม่ได้)

$$P_2 A_2 - P_3 A_3 \cos \theta - F'_x = \rho(Q_3 V_3 \cos \theta - V_2) \quad ( \quad \text{Ex3.10-4})$$

จากสมการที่ Ex3.10-4 ต้องการทราบค่า  $F'_x$  ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ตัวแปรที่เหลือสามารถหาได้ ดังนี้

$$A_1 = \frac{\pi \times 0.4^2}{4} = 0.1257 \text{ m}^2, A_2 = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} = 3.142 \times 10^{-2} \text{ m}^2,$$

$$A_3 = \frac{\pi \times 0.1^2}{4} = 7.85 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_1 = 4.0 \text{ m/s}, V_2 = 12.0 \text{ m/s}, V_3 = \frac{0.1257}{7.85 \times 10^{-3}} = 16.0 \text{ m/s}$$

$$Q_1 = 0.5027 \text{ m}^3/\text{s}, Q_2 = 0.377 \text{ m}^3/\text{s}, Q_3 = 0.1257 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_1 = 220 \times 10^3 \text{ N/m}^2 \text{ ดังนั้น } P_2 \text{ และ } P_3 \text{ หาได้จากสมการพลังงานดังนี้}$$

$$P_2 = \gamma_w \times \left[ (z_1 - z_2) + \frac{P_1}{\gamma} + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \right] \quad (\text{Ex3.10-5})$$

จากรูปที่ Ex3.10-1  $z_1 = z_2$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.10-5 จะได้

$$P_2 = 9,810 \times \left[ 0 + \frac{220 \times 10^3}{9,810} + \left( \frac{4^2}{2g} - \frac{12^2}{2g} \right) \right] = 156 \text{ kN/m}^2$$

เช่นเดียวกันสามารถหาค่า  $P_3$  ได้ดังนี้

$$P_3 = \gamma_w \times \left[ (z_1 - z_3) + \frac{P_1}{\gamma} + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} \right) \right] \quad (\text{Ex3.10-6})$$

จากรูปที่ Ex7-1  $z_1 = z_2$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.10-6 จะได้

$$P_3 = 9,810 \times \left[ 0 + \frac{220 \times 10^3}{9,810} + \left( \frac{4^2}{2g} - \frac{16^2}{2g} \right) \right] = 100 \text{ kN/m}^2$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex3.10-4 จะได้

$$P_2 A_2 - P_3 A_3 \cos \theta - F'_x = \rho (Q_3 V_3 \cos \theta - V_2)$$

$$156 \times 10^3 \times 3.142 \times 10^{-2} - 100 \times 10^3 \times 7.85 \times 10^{-3} - F'_x = 1,000 \times (0.1257 \times 16 \cos 60 - 0.377 \times 12)$$

$$F'_x = 7634.92 \text{ N} \quad \rightarrow$$

ดังนั้นแรงที่น้ำกระทำกับข้อต่อสามทางในแนวแกน x เท่ากับ 7634.92 N  $\rightarrow$

พิจารณาแกน  $y$  :  $\sum F_y = \sum (\rho Q V_y)_{out} - \sum (\rho Q V_y)_{in}$  (Ex3.10-7)

จากรูปแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex3.10-7 เนื่องจากที่หน้าตัดที่ 1 ไม่มีแรงในแนวแกน X และ  $(V_x)_{in} = 0$  จะได้ว่า

$$F_{3y} - F_1 - F'_y = (\rho Q V_y)_3 - (\rho Q V_y)_1 \quad (\text{Ex3.10-8})$$

$$F_3 \sin \theta - F_1 + F'_y = \rho \times (Q_3 \times (-V_3 \cos \theta) - Q_1 \times (-V)_1)$$

$$P_3 A_3 \sin \theta - P_1 A_1 + F'_y = \rho \times (Q_1 V_1 - Q_3 V_3 \sin \theta) \quad (\text{Ex3.10-9})$$

$F'_y$  คือ แรงต้านแรงกระแทกของน้ำซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกระแทกของน้ำ ( $F_y$ ) แต่ทิศทางตรงกันข้าม จากสมการที่ Ex.3.10-8 ต้องการทราบค่า  $F'_y$  ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ตัวแปรที่เหลือสามารถหาได้ดังนี้

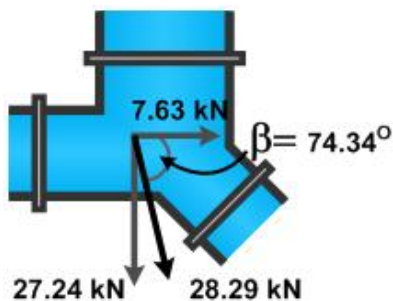
$$100 \times 10^3 \times 7.85 \times 10^{-3} \sin 60 - 220 \times 10^3 \times 0.1257 + F'_y = 1,000 \times (0.5027 \times 4 - 0.1257 \times 16 \sin 60)$$

$$F'_y = 27,243.22 \text{ N} \quad \downarrow$$

ดังนั้นแรงที่น้ำกระทำกับข้อต่อสามทางในแนวแกน x เท่ากับ 7634.92 N  $\downarrow$

$$\text{แรงลัพธ์ที่กระทำ } F_R = \sqrt{7634.92^2 + 27,243.22^2} = 28,292.84 \text{ N}$$

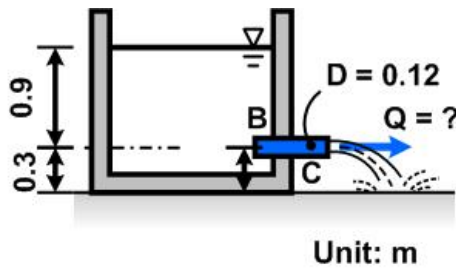
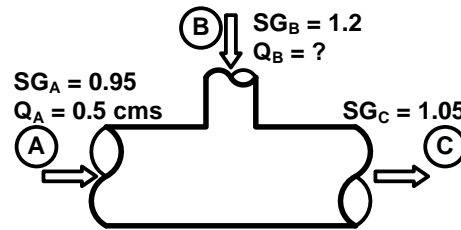
$$\text{ทิศทางที่แรงลัพธ์กระทำ } \beta = \tan^{-1} \frac{27243.22}{7634.92} = 74.34$$



สามารถเขียน free body diagram แสดงตำแหน่งของแรงกระแทกและมุมที่แรงกระทำต่อข้อต่อสามทางได้ดังนี้

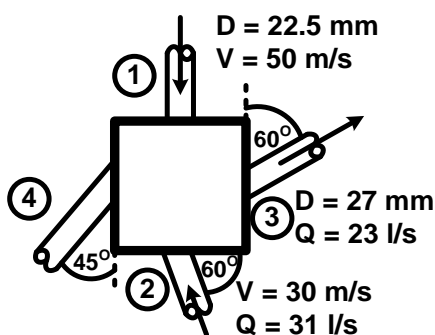
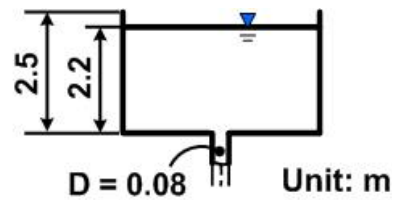
แบบฝึกหัดท้ายบท

1. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการผสมของเหลวสองชนิดคือ A กับ B ที่มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.95 และ 1.20 ตามลำดับ อัตราการไหลของสาร A ถูกควบคุมที่ 0.5 cms หากต้องการควบคุมความถ่วงจำเพาะของสารผสม ให้มีค่า 1.05 จงหาอัตราการไหลของสาร B (ของเหลวทั้งสองชนิดอัดตัวได้น้อยมาก)



2. ถังใบใหญ่ขนาดหนึ่งปล่อยน้ำออกที่ปลายท่อดังรูป ถ้าการไหลเป็นแบบคงที่และไม่มีการสูญเสียพลังงานจงหาอัตราการไหลที่ปลายท่อ

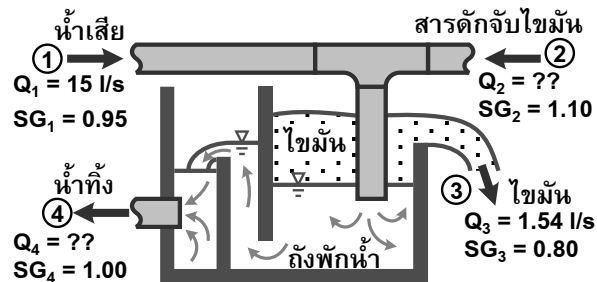
3. ถังสี่เหลี่ยมใบหนึ่งมีขนาด 1.5 m x 3.0 m และสูง 2.5 m บรรจุน้ำที่ระดับความสูง 2.2 m ดังรูป ถ้าหากน้ำไหลออกจากก้นถังผ่านท่อที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 cm จงหาเวลาที่น้ำไหลออกจากถังทั้งหมด



4. ถังใบหนึ่ง มีทางน้ำไหลเข้าออกในลักษณะดังรูป จงหาว่าน้ำไหลเข้าหรือไหลออกที่ท่อที่ 4 ด้วยความเร็วเท่าใด เมื่อท่อที่ 4 มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15 mm. และการไหลเป็นแบบคงที่

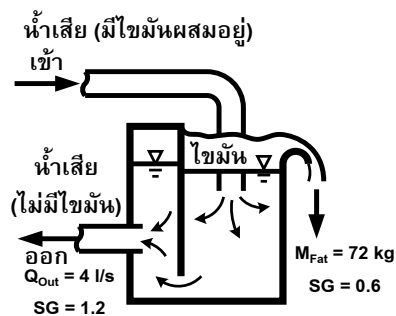
5. ในกระบวนการบำบัดน้ำเสียของร้านอาหารแห่งหนึ่งต้องการบำบัดน้ำเสียวันละ  $120 \text{ m}^3/\text{s}$  โดยการแยกไขมันออกจากน้ำเสียด้วยการผสมสารดักจับไขมันลงในน้ำเสีย จากนั้นปล่อยลงสู่ถังพักน้ำ ภายในถังพักน้ำมันจะลอยขึ้น

ด้านบน ส่วนน้ำเสียที่ปราศจากไขมันจะจมลงสู่ด้านล่างและถูกระบายทิ้งสู่แม่น้ำในลักษณะดังรูป ถ้าความถ่วงจำเพาะของน้ำเสีย สารดักจับไขมัน น้ำทิ้ง และไขมันที่ค่าเท่ากับ 0.95, 1.00,

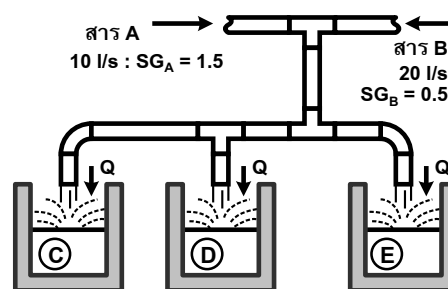


1.10 และ 0.80 ตามลำดับ ในการทดสอบหาปริมาณสารดักจับไขมันในห้องปฏิบัติการ พบว่าสารดักจับไขมันสามารถดักจับไขมันได้ 1.54 L/s ในปริมาณน้ำเสียที่เข้ามาในระบบ 15 L/s จงหาอัตราการเติมสารดักจับไขมันที่เหมาะสม และปริมาณน้ำเสียที่ระบายสู่ธรรมชาติมีปริมาณเท่าไรใน 1 วัน

6. โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการแยกไขมันออกจากน้ำเสียด้วยถังดักไขมัน หลังจากน้ำเสียไหลผ่านถังดักไขมัน ที่ทางออกสามารถวัดอัตราการไหลของน้ำเสียได้ 4 L/s ความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.2 และเมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที ปริมาณไขมันที่ดักได้เพิ่มขึ้น 72 Kg ความถ่วงจำเพาะของไขมันเท่ากับ 0.6 ถ้าอัตราการไหลของน้ำเสียที่ทางเข้ามีค่าคงที่ จงหาอัตราการไหลและความหนาแน่นของน้ำเสียก่อนเข้าถังดักไขมัน



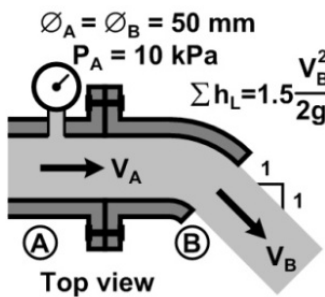
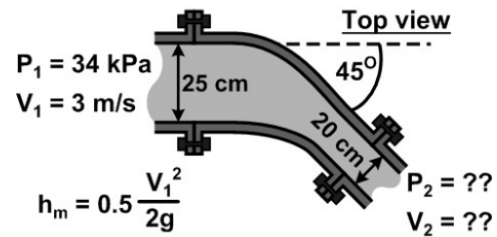
7. ทำการผสมสารเคมี A กับ B ในลักษณะดังรูป ต้องการปล่อยสารผสมออกสามทางด้วยอัตราการไหลเท่ากัน ถ้าสาร A มีความถ่วงจำเพาะ 1.5 อัตราการไหล 10 L/s ส่วนสาร B มีความถ่วงจำเพาะ 0.5 อัตราการไหล 20 L/s จงหาอัตราการไหลและน้ำหนักจำเพาะของสารผสมที่ทางออกแต่ละทาง (การไหลเป็นแบบคงที่และของไหลเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้)



8. เส้นผ่านศูนย์กลางของหัวฉีดเท่ากับ 15 mm ต่อกับท่อส่งน้ำ เส้นผ่านศูนย์กลาง 30 mm และรับอัตราการไหล 12 L/s จงหาขนาดของแรงที่น้อยที่สุดที่จะใช้ยึดหัวฉีดให้ยึดติดกับท่อ กำหนด  $\rho = 1,030 \text{ kg/m}^3$  และ  $g = 10 \text{ m/s}^2$
9. สายพานลำเลียงทรายกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 m/s เพื่อรับทรายจากถังทรายซึ่งตกลงมาตามแนวตั้งด้วยความเร็ว 1.5 m/s ด้วยอัตรา 5 kg/s (ความหนาแน่นของทรายประมาณ  $2,700 \text{ kg/m}^3$ ) ในตอนแรกสายพานว่างและเริ่มรับทรายที่ตกลงมา ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานของระบบและล้อ จงหาแรงดึงของสายพาน
10. แผ่นโค้งเรียบทำมุม  $60^\circ$  กับแนวระดับ กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $U = 10 \text{ m/s}$  และรับน้ำจากหัวฉีดซึ่งพุ่งจากหัวฉีดที่อยู่กับที่ด้วยความเร็ว  $V = 30 \text{ m/s}$  หัวฉีดมีพื้นที่หน้าตัด  $0.003 \text{ m}^2$  จงหาแรงดันของน้ำที่กระทำต่อแผ่นโค้งที่เคลื่อนที่
11. จงหาความเร็วของน้ำที่พุ่งจากหัวฉีดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 cm เมื่อหัวฉีดอยู่ต่ำจากระดับเก็บน้ำในถัง 4 m (ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน)
12. อากาศไหลผ่านท่อผนังพรุนด้วยความเร็วสม่ำเสมอ  $V = 10 \text{ m/s}$  ท่อพรุนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.3 m และความยาว 3 m ที่ผนังพรุนสมมติให้มีอากาศไหลเข้าด้วยความเร็วสม่ำเสมอ 0.25 m/s จงคำนวณหาความเร็วเฉลี่ยของอากาศตรงทางออกโดยสมมติให้อากาศมีความหนาแน่นคงตัว
13. อุปกรณ์มีน้ำไหลเข้าและออกภายใต้สภาวะคงตัว กำหนดพื้นที่หน้าตัดต่างๆดังต่อไปนี้  $A_1 = 0.15 \text{ m}^2$ ,  $A_2 = 0.4 \text{ m}^2$ ,  $A_3 = 0.3 \text{ m}^2$  และ  $A_4 = 0.5 \text{ m}^2$  มีน้ำไหลเข้าทางหน้าตัด  $A_1$  ด้วยความเร็วสม่ำเสมอ 2.5 m/s ไหลเข้าหน้าตัด  $A_2$  ด้วยอัตราการไหลโดยปริมาตรเท่ากับ  $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$  และไหลออกหน้าตัด  $A_3$  ด้วยอัตราการไหลโดยมวลเท่ากับ  $30 \text{ kg/s}$  จงหาว่าน้ำจะไหลเข้าหรือออกจากหน้าตัด  $A_4$  ด้วยความเร็วเท่าไร



14. ข้ออ 45 องศา ดังรูป เมื่อทำการวัดความดันและความเร็วที่ตำแหน่งที่ 1 พบว่ามีค่าเท่ากับ 34 kPa และ 3 m/s ตามลำดับ สมมติว่ามีกระสวยเสียดทานเนื่องจากการไหลเท่ากับ 0.5 เท่าของเฮดความเร็วที่ตำแหน่งที่ 1 จงคำนวณหาความดันและความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 และแรงกระทำของน้ำที่กระทำกับข้ออ



15. ปลายข้องอฉีดน้ำออกสู่อากาศ เส้นผ่าศูนย์กลาง 50 mm การไหลจากจุด A ถึงจุด B มีการสูญเสียพลังงานไป 1.5 เท่าของ Velocity head ที่จุด A วัดความดันได้ 10 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำกับข้ออ

## บทที่ 4

### การวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง (Dimensionless Analysis and Similitude)

งาน ด้านวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์ของไหลหลายปัญหาลักษณะการไหลมีความซับซ้อน เช่นการไหลผ่านอาคารระดับแบบขั้นบันได การไหลผ่านอาคารน้ำตก การไหลผ่านอาคารชลศาสตร์ที่มีความซับซ้อน หรือการออกแบบอาคารชลศาสตร์ที่ไม่เคยออกแบบใช้งานมาก่อน การวิเคราะห์หาลักษณะการไหลด้วยทฤษฎีบางครั้งไม่สามารถหาคำตอบได้ทั้งหมด ดังนั้นการหาคำตอบด้วยแบบจำลองกายภาพจึงเป็นแนวทางที่ช่วยแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และช่วยสนับสนุนการตัดสินใจให้กับผู้ออกแบบได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามการใช้แบบจำลองกายภาพจำเป็นต้องมีการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลและต้องทำการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาที่ถูกต้อง ดังนั้นหากไม่มีการวางแผนที่ดีจะให้มีค่าใช้จ่ายในการหาคำตอบค่อนข้างสูง และอาจต้องใช้เวลาอันยาวนานหากตัวแปรที่เกี่ยวข้องมีจำนวนมาก ในการหาคำตอบของปัญหาเหล่านั้นจำเป็นต้องจำลองโครงสร้างทางชลศาสตร์ และสถานการณ์ต่าง ๆ ลงมาทดลองในห้องปฏิบัติการซึ่งเรียกว่าแบบจำลอง (Model) โดยต้องจำลองให้สามารถเป็นตัวแทนของจริง (Prototype) ได้อย่างเหมาะสม ไม่เช่นนั้นจะได้คำตอบที่ผิดไปจากความเป็นจริง ปัญหาดังกล่าวสามารถทำได้โดยการใช้หลักความคล้ายคลึง (Similitude) และการวิเคราะห์มิติ (Dimensionless Analysis) มาช่วยวิเคราะห์เพื่อจัดกลุ่มของตัวแปรและวางแผนการทดลอง โดยการศึกษาพฤติกรรมและปรากฏการณ์ที่สนใจภายใต้สภาวะที่ควบคุมทั้งการไหลภายใต้แรงดันและการไหลในทางน้ำเปิด ซึ่งจะช่วยลดจำนวนการทดลองให้น้อยลง ทำให้ได้ผลการทดลอง (Empirical Formulation) ไปใช้ทำนายพฤติกรรมของระบบอื่นให้ได้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด

#### หน่วยและมิติ

##### หน่วย (Unit)

หน่วยคือลักษณะนามที่ใช้ระบุถึงปริมาณ ระบบหน่วยนั้นมีมาก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับภาษาและวัฒนธรรมของแต่ละประเทศ เช่นประเทศไทย ก็มีหน่วยของตนเอง เช่น ความยาววัดเป็น ศอก วา เป็นต้น ดังนั้นเพื่อให้เป็นสากลจึงมีระบบหน่วยที่นิยมใช้ มากที่สุดในปัจจุบันอยู่สอง ระบบ คือ System International Unit หรือที่เรียกว่า “ระบบ SI” ตัวย่อ SI และ British Gravitational System หรือที่เรียกว่า “ระบบอังกฤษ” ตัวย่อ BG โดยในตำราเล่มนี้จะได้ใช้ระบบหน่วย SI เป็นหลัก เนื่องจากเป็นระบบหน่วยที่นิยมใช้สำหรับประเทศไทย สำหรับวิชากลศาสตร์ของไหลนั้นหน่วยวัดปริมาณพื้นฐานมีอยู่ 4 ปริมาณคือ มวล ความยาว เวลา และแรง โดยมีหน่วยและสัญลักษณ์ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 หน่วยพื้นฐานของระบบ SI และ BG

ปริมาณ (quantity)	SI Unit		BG Unit	
	หน่วย (unit)	สัญลักษณ์ของหน่วย (symbol of unit )	หน่วย (unit)	สัญลักษณ์ของหน่วย (symbol of unit )
ความยาว (length)	เมตร (meter)	m	ฟุต (foot)	ft
มวล (mass)	กิโลกรัม (kilogram)	kg	Slugs	slugs
เวลา (time)	วินาที (second)	s	วินาที (second)	s
อุณหภูมิ (temperature)	เคลวิน (Kelvin)	K	Rankine	R

อย่างไรก็ตามหน่วยที่ใช้ไม่ตายตัวเสมอไป เช่น มวล อาจมีหน่วยเป็น กิโลกรัม กรัม หรือ ความยาวอาจมีหน่วยเป็น เมตร กิโลเมตร เซนติเมตร เป็นต้น ดังนั้นเพื่อให้หน่วยเหล่านี้อยู่ในรูปแบบเดียวกัน จึงได้กำหนดมิติขึ้นมาดังรายละเอียดดังนี้

### มิติ (Dimensions)

มิติ คือสัญลักษณ์ที่ใช้เป็นตัวแทนของหน่วย แบ่งได้สองประเภทคือ มิติปฐมภูมิ และมิติทุติยภูมิ

### มิติปฐมภูมิ หรือ มิติพื้นฐาน (Primary Dimensions or Basic Dimensions)

มิติปฐมภูมิ หมายถึง มิติของตัวแปรพื้นฐานที่ไม่สามารถแยกเป็นมิติอื่นได้อีก และไม่ขึ้นอยู่กับมิติอื่นๆ โดยได้เน้นใช้มิติพื้นฐาน 4 ตัว ซึ่งเป็นมิติพื้นฐานที่ใช้มากในงานด้านกลศาสตร์ของไหล ตามหน่วยพื้นฐานดังนี้

ตารางที่ 4.2 มิติปฐมภูมิของระบบ SI และ BG

ปริมาณ (quantity)	SI Unit		BG Unit	
	หน่วย (unit)	มิติ (dimension)	หน่วย (unit)	มิติ (dimension)
ความยาว (length)	เมตร (meter)	L	ฟุต (foot)	L
มวล (mass)	กิโลกรัม (kilogram)	M	Slugs	M
เวลา (time)	วินาที (second)	T	วินาที (second)	T
อุณหภูมิ (temperature)	เคลวิน (Kelvin)	$\theta$	Rankine	$\theta$

### มิติทุติยภูมิ (Secondary Dimensions)

มิติทุติยภูมิ คือมิติที่มีเทอมของมิติปฐมภูมิอย่างน้อยสองเทอมขึ้นไป เช่น พื้นที่เกิดจาก ความกว้าง (L) คูณความยาว (L) ดังนั้น พื้นที่ จึงมีมิติเป็น  $L^2$  หรือ ความเร็ว คือ ระยะทางที่เปลี่ยนไป (L) ต่อ

หนึ่งหน่วยเวลา (T) ดังนั้น ความเร็ว จึงมีมิติเป็น  $LT^{-1}$  เป็นต้น ตัวอย่างมิติฟิสิกส์แสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 มิติฟิสิกส์ของระบบ SI และ BG

ปริมาณ (quantity)	SI Unit		BG Unit	
	สัญลักษณ์ของหน่วย (symbol of unit)	มิติ (dimension)	สัญลักษณ์ของหน่วย (symbol of unit)	มิติ (dimension)
พื้นที่ (area)	$m^2, cm^2,$	$L^2$	$ft^2, inch^2$	$L^2$
ปริมาตร (volume)	$m^3, cm^3,$	$L^3$	$ft^3, inch^3$	$L^3$
ความหนาแน่น (density)	$kg/m^3, g/cm^3$	$ML^{-3}$	$slug/ft^3$	$ML^{-3}$
น้ำหนักจำเพาะ (specific weight)	$N/m^3$	$ML^{-2}T^{-2}$	$lb/ft^3$	$ML^{-2}T^{-2}$
ปริมาตรจำเพาะ (specific volume)	$m^3/kg, cm^3/g$	$L^3M^{-1}$	$slug/ft^3$	$L^3M^{-1}$
ความหนืดจลศาสตร์ (kinematics viscosity)	$m^2/s$	$L^2T^{-1}$	$ft^2/s$	$L^2T^{-1}$
ความหนืดดลัมบูร์น (dynamics viscosity)	$N \cdot s/m^2$	$ML^{-1}T^{-1}$	$lb \cdot s/ft^2$	$ML^{-1}T^{-1}$
ความเร็ว (velocity)	$m/s, km/hr, cm/min$	$LT^{-1}$	$ft/s, mi/hr,$ $inch/min$	$LT^{-1}$
ความเร่ง (acceleration)	$m/s^2$	$LT^{-2}$	$ft/s^2$	$LT^{-2}$
ความเร็วเชิงมุม (angular velocity)	rpm	$T^{-1}$	rpm	$T^{-1}$
ความเร่งเชิงมุม (angular velocity)	$round/s^2$	$T^{-2}$	$round/s^2$	$T^{-2}$
มุม (angle)	-	-	-	-
แรง (force)	N	$MLT^{-2}$	lb	$MLT^{-2}$
พลังงาน (energy)	N·m	$ML^2T^{-2}$	lb·ft	$ML^2T^{-2}$
กำลัง (power)	N·m/s	$ML^2T^{-3}$	lb·ft/s	$ML^2T^{-3}$
ความดัน (pressure)	$N/m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$	$lb/ft^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
ความเครียด (stress)	$N/m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$	$lb/ft^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
ความเค้น (strain)	-	-	-	-
ความตึงผิว (surface tension)	$N/m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$	$lb/ft^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
งาน (work)	N·m	$ML^2T^{-2}$	lb·ft	$ML^2T^{-2}$

โมเมนตัม (momentum)	kg·m/s	MLT <sup>-1</sup>	slug·ft/s	MLT <sup>-1</sup>
---------------------	--------	-------------------	-----------	-------------------

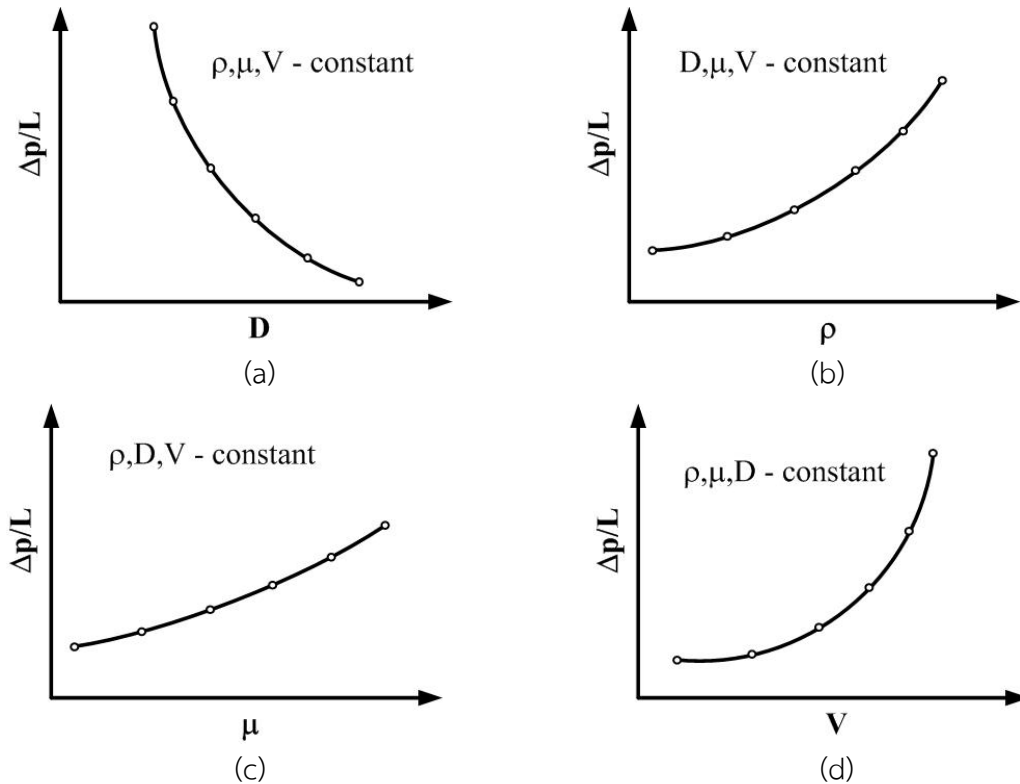
จากตารางที่ 4.2 และ ตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าไม่ว่าหน่วยจะอยู่ในระบบใดจะมีมิติที่เหมือนกัน ดังนั้นจึงทำให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายขึ้นและเป็นประโยชน์ในเรื่องการเรียนรู้เรื่องการวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง

### การวิเคราะห์มิติ (Dimensionless Analysis)

การวิเคราะห์มิติ เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ในการจัดกลุ่มตัวแปรเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องให้เป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติ ( Dimensionless Group) แล้วศึกษาความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติแทน ซึ่งจะช่วยจำนวนการทดลองลงได้มาก เช่น ต้องการศึกษาค่าความดันที่ลดลงของของไหลนิวโทเนียนชนิดอัดตัวไม่ได้ ( Incompressible Newtonian Fluid) ต่อหนึ่งหน่วยความยาวท่อ ( $\Delta p/L$ ) ในท่อกลมที่มีลักษณะตรงยาว ผนังเรียบ วางในแนวนอน ซึ่งได้พิจารณาแล้วตัวแปรสำคัญที่เกี่ยวข้องเพื่อหาคำตอบนี้ได้แก่ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (D) ความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) ความหนืดพลศาสตร์ของของไหล ( $\mu$ ) ความเร็วเฉลี่ยการไหล (V) โดยสามารถเขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\Delta p/L = f(D, \rho, \mu, V) \quad (4.1)$$

จากสมการที่ 4.1 ต้องทำการเปลี่ยนค่าตัวแปรที่ละตัวโดยควบคุมตัวแปรอื่นให้คงที่เพื่อให้ได้คำตอบว่าตัวแปรแต่ละตัวมีอิทธิพลต่อค่าความดันที่ลดลงต่อหนึ่งหน่วยความยาวท่ออย่างไร เช่น เมื่อต้องการทราบอิทธิพลของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ ต้องทำการเปลี่ยนเฉพาะค่า D และควบคุม  $\rho, \mu, V$  ให้คงที่ แล้ววัดดำเนินการวัดค่า  $\Delta p/L$  ซึ่งจะได้ผลดังรูปที่ 4.1a สำหรับตัวแปรอื่น ๆ ก็สามารรถทำได้ในลักษณะเดียวกันดังแสดงในรูปที่ 4.1b ถึง 4.1d

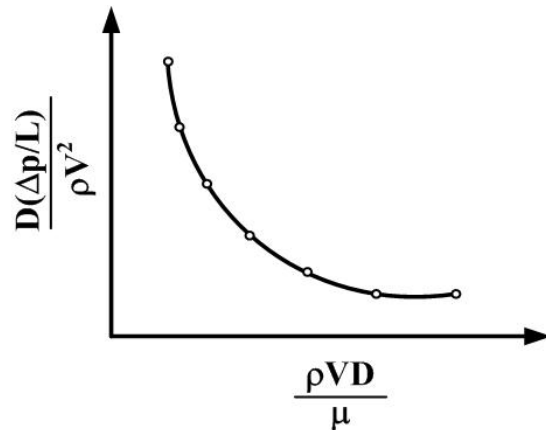


รูปที่ 4.1 อิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ต่อความดันที่ลดลงของการไหลภายในท่อ

รูปที่ 4.1 แสดงอิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ต่อความดันที่ลดลงของการไหลภายในท่อภายใต้สภาวะการไหลภายในท่อแรงดันซึ่งมีข้อดีที่สามารถแสดงถึงอิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ได้อย่างชัดเจน แต่ก็มีข้อเสียหลายประการเช่น จำเป็นต้องมีจำนวนการทดลองจำนวนมากทำให้สิ้นเปลืองงบประมาณและเวลาหรือการทดลองบางครั้งมีความยุ่งยากเช่น การแปรผันค่าความหนืดพลศาสตร์โดยให้ตัวแปรอื่นที่ตั้งในรูป 4.1 b ทำได้ยากเพราะถ้าความหนืดแปรเปลี่ยนจะทำให้ความหนาแน่นเปลี่ยนไปด้วย จึงอาจจำเป็นต้องใช้เครื่องมือในการควบคุมสภาวะการทดลองที่มีราคาแพง (การแก้ไขปัญหาดังกล่าวนี้สามารถทำได้โดยเปลี่ยนชนิดของ ๆ ไหลหลาย ๆ ชนิดในสภาวะอุณหภูมิห้อง) และที่สำคัญไม่สามารถแสดงอิทธิพลความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นความสัมพันธ์เดียวกัน เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ที่เป็นลักษณะทั่วไปและสามารถนำไปใช้กับระบบอื่น ๆ ที่มีความคล้ายคลึงกันได้ ดังนั้นเพื่อให้ลดความยุ่งยากจากปัญหาดังกล่าวข้างต้นสามารถทำได้โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจ ( $\Delta p/L$ ) กับตัวแปรอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ( $D, \rho, \mu, V$ ) โดยการจัดเป็นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (วิธีการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติจะได้กล่าวต่อไป) แล้วทำการศึกษาหาความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติเหล่านั้นแทน ดังนั้นแทนที่จะหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ดังสมการ 4.1 สามารถหาโดยใช้ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิตินี้

$$\frac{D(\Delta p/L)}{\rho V^2} = f\left(\frac{\rho VD}{\mu}\right) \quad (4.2)$$

จากความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติดังสมการที่ 4.2 สามารถลดตัวแปรจาก 5 ตัวแปรเหลือเพียง 2 กลุ่มตัวแปรและสามารถนำไปทำการทดลองโดยการแปรผันค่า  $\rho VD/\mu$  เพื่อหาค่าที่เปลี่ยนไปของกลุ่มตัวแปรไร้มิติ  $D\Delta p/\rho V^2 L$  ผลที่ได้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.2 ดังนั้นสามารถลดจำนวนการทดลอง ลดความยุ่งยากในการทดลอง ซึ่งการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ดังรูปที่ 4.2 สามารถทำได้ง่ายโดยใช้ท่อที่ทำได้โดยทั่วไป เลือกใช้ของไหลที่หาง่ายเช่น น้ำ น้ำมัน ซึ่งไม่จำเป็นต้องเปลี่ยนขนาดท่อแม้ว่าจะเปลี่ยนชนิดของ ๆ ไหล ผู้ทำการทดลองสามารถตัดสินใจเลือกการทดลองที่ให้สามารถใช้งบประมาณที่น้อยที่สุดและให้คำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติที่ใช้ในการศึกษาความดันที่ลดลงต่อหนึ่งหน่วยความยาวท่อ

พื้นฐานที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ให้ได้กลุ่มตัวแปรไร้มิตินี้ ต้องเข้าใจมิติของแต่ละตัวแปร (ดูบทที่ 1) ซึ่งสามารถแสดงในรูปของมิติพื้นฐานคือ (Basic Dimension) สองระบบคือ 1) ระบบ MLT ได้แก่ มวล (Mass) มิติคือ M ความยาว (Length) มิติ L และ เวลา มิติ คือ T และ 2) ระบบ FLT ได้แก่ แรง (Force) มิติคือ F ความยาว (Length) มิติ L และ เวลา มิติ คือ T มิติว่ามิติของตัวแปรได้จำเป็นต้องเข้าใจพื้นฐาน ดังนั้นมิติตัวแปรทั้งหมดที่เกี่ยวข้องของปัญหาดังกล่าวข้างต้นได้แก่ (พิจารณาในระบบ FLT)  $\Delta p/L$  คือ  $FL^{-3}$ ,  $D$  คือ  $L$ ,  $\rho$  คือ  $FL^{-4}T^{-2}$ ,  $\mu$  คือ  $FL^{-2}T$ ,  $V$  คือ  $LT^{-1}$  ซึ่งสามารถใช้ตรวจสอบกลุ่มตัวแปรไร้มิติของสมการที่ 4.2 ว่าเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือไม่ได้ดังนี้

$$\frac{D(\Delta p/L)}{\rho V^2} = \frac{L(FL^{-3})}{(FL^{-4}T^{-2})(LT^{-1})^2} = F^0 L^0 T^0 = 1 = \text{ไร้มิติ}$$

และ

$$\frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(FL^{-4}T^{-2})(LT^{-1})L}{(FL^{-2}T)} = F^0 L^0 T^0 = 1 = \text{ไร้มิติ}$$

ประโยชน์ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิตินอกจากสามารถลดจำนวนการทดลองลงได้แล้ว ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติจะไม่ขึ้นอยู่กับหน่วยที่ใช้ ดังนั้นสามารถใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ได้กับทุกระบบหน่วย ซึ่งการวิเคราะห์ปัญหาด้วยวิธีการจัดกลุ่มตัวแปรให้เป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติเรียกว่า การวิเคราะห์มิติ ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์มิติของ วิธีของเรย์ไลท์ (Rayleigh Method) และวิธีของ บัคกิงแฮมไพน์ (Buckingham - $\Pi$ )

### วิธีของเรย์ไลท์ (Rayleigh's method)

วิธีการของเรย์ไลท์ เป็นวิธีการการวิเคราะห์โดยทำให้ตัวแปรอยู่ในรูปความสัมพันธ์ยกกำลัง โดยกำหนดให้  $\phi$  เป็นฟังก์ชันใด ๆ ซึ่งแปรผันตามฟังก์ชัน  $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n$  ซึ่งสามารถเขียนในความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\phi = f(\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n) \quad (4.3)$$

ซึ่งในการทดลองใด ๆ นั้นมักจะมีค่าคงที่ไร้มิติ  $C$  ซึ่งเป็น เสมือนตัวปรับแก้ค่าจากการทดลอง และดำเนินการใส่ค่ายกกำลังให้กับตัวแปรต่าง ๆ และสามารถจัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$\phi = C(\phi_1^a, \phi_2^b, \phi_3^c, \dots, \phi_n^n) \quad (4.4)$$

จากนั้นดำเนินการหาค่าเลขยกกำลัง  $a, b, c, \dots, n$  เพื่อหาคำตอบของสมการดังตัวอย่าง



**ตัวอย่างที่ 4.1** ต้องการทราบแรงที่กระทำต่อใบพัด (F) ของเครื่องสูบน้ำชนิดหนึ่งซึ่งแรงกระทำดังกล่าวขึ้นอยู่กับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) ของเครื่องสูบน้ำ และความเร็ว รอบการหมุนของใบพัด (N) ความเร็วการไหลของของไหล (V) ความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) และความหนืดพลศาสตร์ของของไหล ( $\mu$ )

**วิธีทำ** วิธีการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติตามวิธีการของเรย์ไลท์ทำได้ดังนี้

เขียนฟังก์ชันของสมการ

$$F = C(D^a, N^b, V^c, \rho^d, \mu^e) \quad (E4.1-1)$$

โดยตัวแปรแต่ละตัวมีมิติดังตาราง (วิเคราะห์ระบบ MLT)

F	D	N	V	$\rho$	$\mu$
$MLT^{-2}$	L	$T^{-1}$	$LT^{-1}$	$ML^{-3}$	$ML^{-1}T^{-1}$

นำมิติของตัวแปรต่าง ๆ มาเขียนสมการให้อยู่ในระบบเลขยกกำลัง

$$MLT^{-2} = C \left[ L^a \times (T^{-1})^b \times (LT^{-1})^c \times (ML^{-3})^d \times (ML^{-1}T^{-1})^e \right]$$

แก้สมการหาค่าเลขยกกำลัง โดยการแยกพิจารณา M L และ T

$$M; \quad 1 = d+e \quad (E4.1-2)$$

$$L; \quad 1 = a+c-3d-e \quad (E4.1-3)$$

$$T; \quad -2 = -b-c-e \quad (E4.1-4)$$

ทำการแก้สมการที่ E4.1-2 ถึง E4.1-4 ซึ่งมี 3 สมการ 5 ตัวแปร การหาคำตอบที่แน่นอนไม่สามารถทำได้ อย่างไรก็ตามสามารถแทน a, c, d ในรูป b และ e ได้

$$d = 1 - e$$

$$c = 2 - b - e$$

$$a = 1 - c + 3d + e = 2 + b - e$$

นำค่าต่าง ๆ มาแทนค่าในสมการที่ E4.1-1

$$F = C(D^{(2+b-e)}, N^b, V^{(2-b-e)}, \rho^{(1-e)}, \mu^e) \quad (E4.1-5)$$

จัดรูปสมการ E4.1-5 ได้เป็น

$$F = C\rho D^2 V^2 \left(\frac{DN}{V}\right)^b \left(\frac{\mu}{\rho DV}\right)^e$$

หรือ 
$$\left(\frac{F}{\rho D^2 V^2}\right) = C \left(\frac{DN}{V}\right)^b \left(\frac{\mu}{\rho DV}\right)^e \quad (E4.1-6)$$

สมการที่ E4.1-6 ต้องทำการตรวจสอบว่ากลุ่มตัวแปรไร้มิติที่สร้างขึ้นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือไม่

โดยเลขยกกำลัง 
$$\frac{F}{\rho D^2 V^2} = \frac{MLT^{-2}}{(ML^{-3})(L)^2(LT^{-1})^2} = M^0 L^0 T^0 = 1 = \text{ไร้มิติ}$$

$$\frac{DN}{V} = \frac{(L)(T^{-1})}{LT^{-1}} = L^0 T^0 = 1 = \text{ไร้มิติ}$$

$$\frac{\mu}{\rho DV} = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{(ML^{-3})(LT^{-1})(L)} = M^0 L^0 T^0 = 1 = \text{ไร้มิติ}$$

b และ e สามารถเป็นเลขจำนวนนับใด ๆ ก็ได้ เช่น

ถ้า b = 1 จะได้ DN/V แต่ถ้า b = -1 จะได้ V/DN สมการที่ 4.1-6 จะกลายเป็น

$$\left(\frac{F}{\rho D^2 V^2}\right) = C \left(\frac{DN}{V}\right) \left(\frac{\mu}{\rho DV}\right) \quad (E4.1-7)$$

ถ้า e = 1 จะได้  $\mu/\rho DV$  แต่ถ้า b = -1 จะได้  $\rho DV/\mu$

$$\left(\frac{F}{\rho D^2 V^2}\right) = C \left(\frac{V}{DN}\right) \left(\frac{\rho DV}{\mu}\right) \quad (E4.1-8)$$

เมื่อ C คือสัมประสิทธิ์ใด ๆ อย่างไรก็ตามหาก ตัวแปรต้นมีจำนวนมาก วิธีของเลขยกกำลังจะมีความยุ่งยากในการหาคำตอบมาก ดังนั้นวิธีของบักกิงแฮมไพน์จึงเป็นที่นิยมโดยมีรายละเอียดดังนี้

### ทฤษฎีของบัคกิงแฮมไพน์ (Buckingham Pi Theorem)

ทฤษฎีของบัคกิงแฮมไพน์ เป็นทฤษฎีที่นิยมในการนำมาใช้วิเคราะห์กลุ่มตัวแปรไร้มิติ โดยทฤษฎีนี้จะพิจารณาจำนวนตัวแปรทั้งหมด  $k$  ตัวที่เป็นสมการเอกพันธ์ทางมิติ (Dimensionally Homogeneous) และแทนด้วยสมการความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless Groups) จำนวน  $k-r$  กลุ่ม เมื่อ  $r$  จำนวนของมิติอ้างอิง (Reference Dimensions) ได้แก่จำนวนมิติพื้นฐานของตัวแปรที่สนใจ กลุ่มตัวแปรไร้มิตินี้นิยมเรียกว่า เทอมไพน์ (Pi Term) สัญลักษณ์ที่ใช้ได้แก่  $\Pi$  การหาจำนวนเทอมไพน์หรือการสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติจะอาศัยหลักการของ สมการเอกพันธ์ทางมิติ โดยพิจารณาสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งหมดจำนวน  $k$  ตัวโดยที่  $k_1$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปร  $k_2, k_3, k_4, \dots, k_n$  ดังสมการ

$$k_1 = f(k_2, k_3, k_4, \dots, k_n) \quad (4.5)$$

จากหลักการความเป็นเอกพันธ์ทางมิติ เมื่อพิจารณาสมการที่ 4.5 จะทำให้ทราบว่ามิติของตัวแปรทางด้านซ้ายต้องเท่ากับมิติของแต่ละพจน์ทางด้านขวา ดังนั้นสามารถจัดรูปสมการให้อยู่ในกลุ่มของตัวแปรไร้มิติ (ไพเทอม) ได้ดังสมการ

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_{k-r}) \quad (4.6)$$

เมื่อ  $\phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_{k-r})$  คือฟังก์ชันของ  $\Pi_2$  ถึง  $\Pi_n$

### การสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (Determination of Dimensionless groups)

การสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือจำนวนเทอมไพน์ นิยมใช้วิธีตัวแปรซ้ำ (Method of Repeating Variables) ซึ่งเป็นวิธีการที่สามารถสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้อย่างเป็นระบบ โดยที่มั่นใจได้ว่ากลุ่มตัวแปรไร้มิติทุกกลุ่มจะไม่มีมิติและเป็นอิสระต่อกันโดยมีวิธีการดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการทดลองซึ่งเป็นขั้นตอนการกำหนดตัวแปรสำหรับนำมาวิเคราะห์ตัวแปรไร้มิตินั้นเป็นขั้นตอนที่ยาก ซึ่งผู้ทำการทดลองจำเป็นต้องกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหมดให้ครบถ้วนซึ่งต้องมีจำนวนมากพอที่จะสามารถหาคำตอบได้ หากกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องน้อยเกินไปไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้หรือความถูกต้องลดลง หากกำหนดตัวแปรมากเกินไปกลุ่มตัวแปรไร้มิติที่สร้างขึ้นก็จะมากขึ้นไปด้วย ทำให้เสียงบประมาณและเวลาในการทดลองเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามการกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องควรจะพิจารณาตัวแปรแต่ละตัวต้องเป็นอิสระต่อกัน เช่น ถ้าความหนาแน่น ( $\rho$ ) และน้ำหนักจำเพาะ ( $\gamma$ ) เป็นตัวแปรที่สำคัญ เราสามารถกำหนด  $\rho$  กับ  $\gamma$  หรือ  $\rho$  กับ  $g$  ก็ได้ แต่ไม่ควรเลือกทั้ง  $\rho, \gamma, g$  เข้ามาทั้งสามตัวแปรเนื่องจากทั้งสามตัวแปรไม่เป็นอิสระต่อกัน ( $\gamma = \rho g$ )

ขั้นตอนที่ 1 สมมติตัวแปรที่สำคัญจำนวน  $k$  ตัว:  $k_1, k_2, k_3, k_4, \dots, k_n$  และเขียนฟังก์ชันความสัมพันธ์ดังสมการ

$$k_1 = f(k_2, k_3, k_4, \dots, k_n) \quad (4.7)$$

ขั้นตอนที่ 2 แสดงมิติของตัวแปรและเลือกระบบมิติพื้นฐานที่จะใช้ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (ระบบ MLT หรือระบบ FLT โดยที่  $M$  มีมิติที่สัมพันธ์กับ  $F$  ดังนี้  $F = MLT^{-2}$ )

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดจำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

จำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติ = จำนวนตัวแปรทั้งหมดที่เกี่ยวข้อง ( $k$ ) - จำนวนมิติอ้างอิงพื้นฐาน ( $r$ )

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตัวแปรซ้ำ การกำหนดตัวแปรซ้ำมีหลักการดังนี้

- ตัวแปรซ้ำควรเลือกจากกลุ่มตัวแทนสามกลุ่มดังนี้
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านกายภาพ เช่น ขนาด, พื้นที่
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านคุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนาแน่น, ความหนืดพลศาสตร์
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านจลนศาสตร์ เช่น ความเร็ว, ความเร่ง เป็นต้น
- จำนวนตัวแปรซ้ำจะต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง (เท่ากับ  $r$ )
- ไม่ควรเลือกตัวแปรตาม (ตัวแปรที่เราสนใจหาคำตอบเช่น แรงที่กระทำต่อใบพัด,  $F$  ในตัวอย่างที่ 4.1)
- ตัวแปรซ้ำที่ต้องมีมิติที่เป็นอิสระต่อกัน (dimensionally independent) หมายความว่าตัวแปรซ้ำต้องไม่สามารถรวมกันเองเป็นตัวแปรไร้มิติได้
- ตัวแปรซ้ำที่เลือกไม่ควรเป็นตัวแปรไร้มิติ (ตัวแปรที่ไม่มีหน่วย) อยู่แล้ว เช่น ค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ความลาดชัน

ขั้นตอนที่ 5 สร้างกลุ่มตัวแปรमितิกกลุ่มที่หนึ่ง มีวิธีการดังนี้

เลือกตัวแปรที่ไม่ใช่ตัวแปรซ้ำ ( Non-Repeating Variable) มาหนึ่งตัว (ปกติจะเลือกตัวแปรตามหรือตัวแปรที่สนใจในการหาคำตอบ) นำมาคูณกับผลคูณของตัวแปรซ้ำทั้งหมดที่เลือกในข้อ 4 โดยตัวแปรซ้ำทุกตัวต้องใส่เลขยกกำลัง จากนั้นดำเนินการหาค่าเลขยกกำลังของตัวแปรซ้ำทั้งหมด (รายละเอียดการคำนวณดูในตัวอย่างที่ 4.2) ก็สามารถสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติกกลุ่มที่หนึ่งได้ ( $\Pi_1$ )

ขั้นตอนที่ 6 สร้างกลุ่มตัวแปรमितิกกลุ่มอื่น ๆ ดำเนินการตามข้อ 5 ก็จะสามารถสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติกกลุ่มอื่นได้ได้  $\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_{k-r}$

ขั้นตอนที่ 7 ตรวจสอบกลุ่มตัวแปรไร้มิติต่อแต่ละกลุ่มว่าเป็นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิตีหรือไม่

ขั้นตอนที่ 8 เขียนสมการสร้างความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของเทอมไพน์ที่สร้างขึ้นดังสมการ

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_{k-r}) \quad (4.8)$$

เมื่อ  $\Pi$  เป็นเทอมไพน์ที่ประกอบด้วยตัวแปรตามหรือตัวแปรที่เราสนใจศึกษา โดยความสัมพันธ์ของแต่ละเทอมไพน์สามารถหาได้จากการทดลอง

**ตัวอย่างที่ 4.2** จากตัวอย่างที่ 4.1 จงใช้ทฤษฎีของ Buckingham Pi ในการหากลุ่มตัวแปรไร้มิติ

### วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการทดลอง ในโจทย์ข้อ 4.1 มีตัวแปรที่เกี่ยวข้องทั้งหมด 6 ตัว ( $k=6$ ) ได้แก่ แรงที่กระทำต่อใบพัด ( $F$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $D$ ) ของเครื่องสูบน้ำ ความเร็วรอบการหมุนของใบพัด ( $N$ ) ความเร็วการไหลของของไหล ( $V$ ) ความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) และความหนืดพลศาสตร์ของของไหล ( $\mu$ )

ขั้นตอนที่ 2 แสดงมิติของตัวแปรและเลือกระบบมิติ พื้นฐานที่จะใช้ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติวิธีการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติครั้งนี้เลือกใช้ระบบ MLT ในการวิเคราะห์

F	D	N	V	$\rho$	$\mu$
$MLT^{-2}$	L	$T^{-1}$	$LT^{-1}$	$ML^{-3}$	$ML^{-1}T^{-1}$

จำนวนมิติอ้างอิงพื้นฐาน ( $r$ ) เท่ากับ 3 คือ M L และ T (ข้อสังเกตจำนวนมิติพื้นฐานหากตัวแปรที่เราสนใจเหลือ 4 ตัวโดยตัด  $\rho$  กับ  $\mu$  ออกไป จะทำให้เหลือมิติพื้นฐานอ้างอิง 2 ตัวคือ L และ T)

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดจำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

จำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติเท่ากับ 3 เทอม ( $6-3$ )

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตัวแปรซ้ำ ตัวแปรซ้ำจะมีทั้งหมด 3 ตัว

- ตัวแปรซ้ำควรเลือกจากกลุ่มตัวแปรสามกลุ่มดังนี้ โดยเลือกมากลุ่มละตัวได้แก่
  - กลุ่มตัวแปรทางด้านกายภาพ คือ D
  - กลุ่มตัวแปรทางด้านคุณสมบัติของของไหล คือ  $\rho$
  - กลุ่มตัวแปรทางด้านจลนศาสตร์ คือ V (แรงที่กระทำต่อใบพัด, F จัดอยู่ในกลุ่มนี้ซึ่งไม่ควรเลือกมาเป็นตัวแปรซ้ำ)

ดังนั้นจะได้ตัวแปรซ้ำคือ  $D, \rho, V$

- จำนวนตัวแปรซ้ำจะต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง (เท่ากับ  $r = 3$ ) ซึ่ง  $D, \rho, V$  มิติอ้างอิงของมิติพื้นฐานครบเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง

D	$\rho$	V
L	$ML^{-3}$	$LT^{-1}$

ตัวแปรซ้ำที่เลือกสามารถนำมาใช้วิเคราะห์หากกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้เนื่องจาก ไม่ได้เลือกตัวแปรตาม ตัวแปรซ้ำที่ต้องมีมิติที่เป็นอิสระต่อกัน และตัวแปรซ้ำไม่เป็นตัวแปรไร้มิติ ดังนั้นจึงสามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้

ขั้นตอนที่ 5 สร้างกลุ่มตัวแปรมิติกลุ่มที่หนึ่ง

$$\Pi_1 = FD^a \rho^b V^c \quad (E4.2-1)$$

นำมิติของตัวแปรต่าง เข้าไปในสมการที่ E4.2-1 (เทอม  $\Pi_1$  มีมิติเท่ากับ  $M^0 L^0 T^0$ ) จะได้

$$M^0 L^0 T^0 = (MLT^{-2})(L)^a (ML^{-3})^b (LT^{-1})^c \quad (E4.2-2)$$

แก้สมการที่ E4.2-2 เพื่อหาเลขชี้กำลัง a, b, และ c

$$M^0 = M^{1+b} \quad (E4.2-3)$$

$$L^0 = L^{1+a-3b+c} \quad (E4.2-4)$$

$$T^0 = T^{-2-c} \quad (E4.2-5)$$

แก้สมการ E4.2-3 ถึง E4.2-5 จะได้  $b = -1$ ,  $c = -2$  และ  $a = -2$  นำเลขชี้กำลังไปแทนค่าในสมการที่ E4.2-1 จะได้

$$\Pi_1 = FD^{-2} \rho^{-1} V^{-2}$$

หรือ 
$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho D^2 V^2} \quad (E4.2-6)$$

ขั้นตอนที่ 6 สร้างกลุ่มตัวแปรมิติกลุ่มอื่น

$$\Pi_2 = ND^a \rho^b V^c \quad (E4.2-7)$$

$$\Pi_3 = \mu D^a \rho^b V^c \quad (E4.2-8)$$

ดำเนินการตามขั้นตอน 5 จะได้กลุ่มตัวแปรไร้มิติดังนี้

$$\Pi_2 = \frac{ND}{V} \quad (\text{E4.2-9})$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho VD} \quad (\text{E4.2-10})$$

ขั้นตอนที่ 7 ตรวจสอบกลุ่มตัวแปรไร้มิติแต่ละกลุ่มว่าเป็นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือไม่

$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho D^2 V^2}$$

$$\Pi_2 = \frac{ND}{V}$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho VD}$$

หากนำ ค่า  $\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho VD}$  ยกกำลัง -1 จะได้  $\Pi_3' = \frac{\rho VD}{\mu}$  กลุ่มตัวแปรไร้มิติที่รู้จักดีทางกลศาสตร์ของไหล

เรียกว่า ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number)

ขั้นตอนที่ 8 เขียนสมการสร้างความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของเทอมไพน์ที่สร้างขึ้นตั้งสมการ

$$\frac{F}{\rho D^2 V^2} = \phi \left( \frac{ND}{V}, \frac{\rho VD}{\mu} \right) \quad (\text{E4.2-11})$$

ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถหาได้จากการทดลอง



**ตัวอย่างที่ 4.3** ฝ่ายรูปสามเหลี่ยมจะถูกนำมาใช้วัดอัตราการไหลของน้ำเสียที่ต้องการระบายออกจากโรงงานอุตสาหกรรมควบคุมประเภทหนึ่งลงสู่แม่น้ำซึ่งมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องที่ต้องประเมินอัตราการระบาย ( $Q$ ) คือ ความเร็วการไหลผ่านฝาย ( $V$ ) มุมปากของฝาย ( $\theta$ ) ความสูงของตัวฝาย ( $H$ ) ความสูงของน้ำเหนือสันฝาย ( $h$ ) ความหนาแน่นของน้ำเสีย ( $\rho$ ) ความหนืดของน้ำเสีย ( $\mu$ ) ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )

**วิธีทำ** กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้อง  $Q = \phi(V, \theta, H, h, \rho, \mu, g)$  ทั้งหมด 8 ตัว

**ขั้นตอนที่ 1** กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการทดลอง  $Q = \phi(V, \theta, H, h, \rho, \mu, g)$  ทั้งหมด 8 ตัว

**ขั้นตอนที่ 2** แสดงมิติของตัวแปรและเลือกระบบมิติ พื้นฐานที่จะใช้ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติวิธีการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติครั้งนี้เลือกใช้ระบบ MLT ในการวิเคราะห์

$Q$	$V$	$\theta$	$H$	$h$	$\rho$	$\mu$	$g$
$L^3 T^{-1}$	$LT^{-1}$	-	$L$	$L$	$ML^{-3}$	$ML^{-1} T^{-1}$	$LT^{-2}$

จำนวนมิติอ้างอิงพื้นฐาน ( $r$ ) เท่ากับ 3 คือ  $M$   $L$  และ  $T$

**ขั้นตอนที่ 3** กำหนดจำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

จำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติเท่ากับ 5 เทอม (8-3)

**ขั้นตอนที่ 4** เลือกตัวแปรซ้ำ ตัวแปรซ้ำจะมีทั้งหมด 3 ตัว

- ตัวแปรซ้ำควรเลือกจากกลุ่มตัวแทนสามกลุ่มดังนี้ โดยเลือกมากที่สุดตัวได้แก่
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านกายภาพ คือ  $H$  (มุมปากของฝาย,  $\theta$  จัดอยู่ในกลุ่มนี้ซึ่งไม่ควรเลือกมาเป็นตัวแปรซ้ำเนื่องจากเป็นตัวแปรที่ไร้มิติ)
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านคุณสมบัติของของไหล คือ  $\rho$
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านจลนศาสตร์ คือ  $V$  (อัตราการไหล,  $Q$  จัดอยู่ในกลุ่มนี้ซึ่งไม่ควรเลือกมาเป็นตัวแปรซ้ำ)

ดังนั้นจะได้ตัวแปรซ้ำคือ  $H, \rho, V$

- จำนวนตัวแปรซ้ำจะต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง (เท่ากับ  $r = 3$ ) ซึ่ง  $H, \rho, V$  มีมิติอ้างอิงของมิติพื้นฐานครบเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง

H	$\rho$	V
L	$ML^{-3}$	$LT^{-1}$

ขั้นตอนที่ 5 สร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติกลุ่มที่หนึ่ง

$$\Pi_1 = QH^a \rho^b V^c \quad (E4.3-1)$$

นำมิติของตัวแปรต่าง เข้าไปในสมการที่ E4.3-1 (เทอม  $\Pi_1$  มีมิติเท่ากับ  $M^0 L^0 T^0$ ) จะได้

$$M^0 L^0 T^0 = (L^3 T^{-1}) (L)^a (ML^{-3})^b (LT^{-1})^c \quad (E4.3-2)$$

แก้สมการที่ E4.3-2 เพื่อหาเลขชี้กำลัง a, b, และ c

$$M^0 = M^b \quad (E4.3-3)$$

$$L^0 = L^{3+a-3b+c} \quad (E4.3-4)$$

$$T^0 = T^{-1-c} \quad (E4.3-5)$$

แก้สมการ E4.3-3 ถึง E4.3-5 จะได้  $a = -2$ ,  $b = 0$  และ  $c = -1$  นำเลขชี้กำลังไปแทนค่าในสมการที่ E4.2-1 จะได้

$$\Pi_1 = QH^{-2} \rho^0 V^{-1}$$

หรือ 
$$\Pi_1 = \frac{Q}{VH^2} \quad (E4.2-6)$$

ขั้นตอนที่ 6 สร้างกลุ่มตัวแปรมิติกลุ่มอื่น

$$\Pi_2 = \theta H^a \rho^b V^c \quad (\text{E4.3-7})$$

$$\Pi_3 = h H^a \rho^b V^c \quad (\text{E4.3-8})$$

$$\Pi_4 = \mu H^a \rho^b V^c \quad (\text{E4.3-9})$$

$$\Pi_1 = g H^a \rho^b V^c \quad (\text{E4.3-10})$$

ดำเนินการตามขั้นตอน 5 จะได้กลุ่มตัวแปรไร้มิติดังนี้

$$\Pi_2 = \frac{h}{H} \quad (\text{E4.2-11})$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho V D} \quad (\text{E4.2-12})$$

$$\Pi_4 = \theta \quad (\text{E4.2-13})$$

$$\Pi_5 = \frac{g H}{V^2} \quad (\text{E4.2-14})$$

ขั้นตอนที่ 7 ตรวจสอบกลุ่มตัวแปรไร้มิติแต่ละกลุ่มว่าเป็นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือไม่

$$\Pi_1 = \frac{Q}{V H^2}$$

$$\Pi_2 = \frac{h}{H}$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho V D}$$

$$\Pi_4 = \theta$$

$$\Pi_5 = \frac{g H}{V^2}$$

ขั้นตอนที่ 8 เขียนสมการสร้างความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของเทอมไพน์ที่สร้างขึ้นตั้งสมการ

$$\frac{Q}{V H^2} = \phi \left( \frac{h}{H}, \frac{\mu}{\rho V D}, \theta, \frac{g H}{V^2} \right) \quad (\text{E4.3-15})$$

ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถหาได้จากการทดลอง

**ตัวอย่างที่ 4.4** ต้องการสร้างเครื่องสูบน้ำแบบใหม่เพื่อใช้ให้ตรงตามวัตถุประสงค์ของการใช้งานในระบบชลประทานของโครงการส่งน้ำและบำรุงรักษาแห่งหนึ่ง ผู้ออกแบบจึงต้องทำการศึกษาหาประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำในห้องปฏิบัติการ โดยได้พิจารณาถึงตัวแปรที่เกี่ยวข้องดังนี้คือ อัตราการสูบน้ำ ( $Q$ ) กำลังของเครื่องสูบน้ำ ( $P$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor ( $D$ ) ความเร็วรอบการหมุนของ Rotor ( $N$ ) เหนือของน้ำ ( $H$ ) ความหนาแน่นของน้ำ ( $\rho$ ) และความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ ) จงหากกลุ่มตัวแปรไร้มิติเพื่อนำมาหาความสัมพันธ์และวิเคราะห์ถึงประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำต่อไป

### วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องในการทดลอง  $\eta = \phi(Q, P, D, N, H, \rho, g)$  ทั้งหมด 8 ตัว

ขั้นตอนที่ 2 แสดงมิติของตัวแปรและเลือกระบบมิติ พื้นฐานที่จะใช้ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติวิธีการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติ ในการจัดกลุ่มตัวแปรไร้มิติครั้งนี้เลือกใช้ระบบ FLT ในการวิเคราะห์

$\eta$	Q	P	D	N	H	$\rho$	g
-	$L^3 T^{-1}$	$FLT^{-1}$	L	$T^{-1}$	L	$FL^{-4} T^{-2}$	$LT^{-2}$

จำนวนมิติอ้างอิงพื้นฐาน ( $r$ ) เท่ากับ 3 คือ F L และ T

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดจำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

จำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติเท่ากับ 5 เทอม (8-3)

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตัวแปรซ้ำ ตัวแปรซ้ำจะมีทั้งหมด 3 ตัว

- ตัวแปรซ้ำควรเลือกจากกลุ่มตัวแทนสามกลุ่มดังนี้ โดยเลือกมากลุ่มละตัวได้แก่
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านกายภาพ คือ H
  - กลุ่มตัวแทนทางด้านคุณสมบัติของของไหล คือ  $\rho$

- กลุ่มตัวแทนทางด้านจลนศาสตร์ คือ  $N$  (ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ,  $\eta$  จัดอยู่ในกลุ่มนี้ซึ่งไม่ควรเลือกมาเป็นตัวแปรซ้ำเนื่องจากเป็นตัวแปรตามที่เราสนใจและเป็นตัวแปรที่ไม่มีมิติ)

ดังนั้นจะได้ตัวแปรซ้ำคือ  $D, \rho, N$

- จำนวนตัวแปรซ้ำจะต้องมีจำนวนเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง (เท่ากับ  $r = 3$ ) ซึ่ง  $D, \rho, N$  มีมิติอ้างอิงของมิติพื้นฐานครบเท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง

D	$\rho$	N
L	$FL^{-4}T^2$	$T^{-1}$

ขั้นตอนที่ 5 สร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติกลุ่มที่หนึ่ง

$$\Pi_1 = \eta D^a \rho^b N^c \quad (E4.4-1)$$

นำมิติของตัวแปรต่าง เข้าไปในสมการที่ E4.4-1 (เทอม  $\Pi_1$  มีมิติเท่ากับ  $F^0 L^0 T^0$ ) จะได้

$$F^0 L^0 T^0 = (L)^a (FL^{-4}T^2)^b (T^{-1})^c \quad (E4.4-2)$$

แก้สมการที่ E4.3-2 เพื่อหาเลขชี้กำลัง  $a, b,$  และ  $c$

$$F^0 = F^b \quad (E4.4-3)$$

$$L^0 = L^{a-4b} \quad (E4.4-4)$$

$$T^0 = T^{2b-c} \quad (E4.4-5)$$

แก้สมการ E4.4-3 ถึง E4.4-5 จะได้  $a = 0, b=0$  และ  $c=0$  นำเลขชี้กำลังไปแทนค่าในสมการที่ E4.4-1 จะได้

$$\Pi_1 = \eta D^0 \rho^0 g^0$$

หรือ  $\Pi_1 = \eta$  (E4.3-6)

จะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำเป็นตัวแปรไร้มิติเนื่องจากเป็นตัวแปรที่ไม่มีหน่วย

ขั้นตอนที่ 6 สร้างกลุ่มตัวแปรมิติกลุ่มอื่น

$$\Pi_2 = QD^a \rho^b N^c \quad (E4.4-7)$$

$$\Pi_3 = PD^a \rho^b N^c \quad (E4.4-8)$$

$$\Pi_4 = HD^a \rho^b N^c \quad (E4.4-9)$$

$$\Pi_5 = gD^a \rho^b N^c \quad (E4.4-10)$$

ดำเนินการตามขั้นตอน 5 จะได้กลุ่มตัวแปรไร้มิตินี้

$$\Pi_2 = \frac{Q}{ND^3} \quad (E4.4-11)$$

$$\Pi_3 = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \quad (E4.4-12)$$

$$\Pi_4 = \frac{H}{D} \quad (E4.4-13)$$

$$\Pi_5 = \frac{g}{DN^2} \quad (E4.4-14)$$

ขั้นตอนที่ 7 ตรวจสอบกลุ่มตัวแปรไร้มิติแต่ละกลุ่มว่าเป็นเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติหรือไม่

$$\Pi_1 = \eta$$

$$\Pi_2 = \frac{Q}{ND^3}$$

$$\Pi_3 = \frac{P}{\rho N^3 D^5}$$

$$\Pi_4 = \frac{H}{D}$$

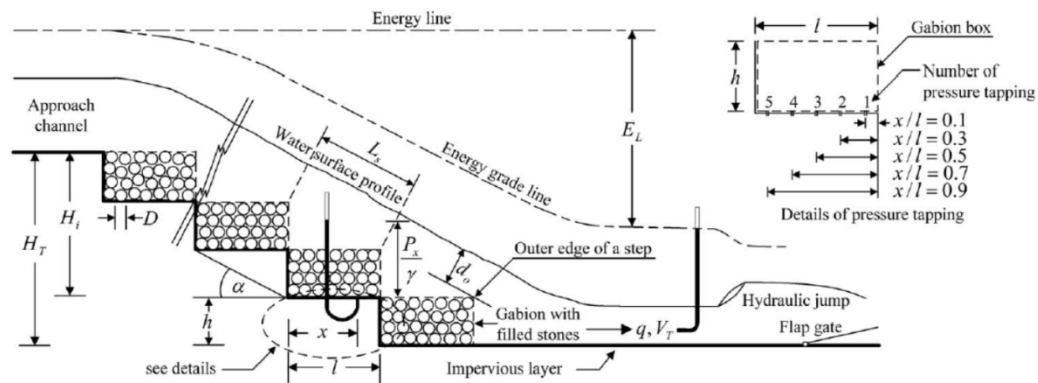
$$\Pi_5 = \frac{g}{DN^2}$$

ขั้นตอนที่ 8 เขียนสมการสร้างความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของเทอมไพน์ที่สร้างขึ้นดังสมการ

$$\eta = \phi \left( \frac{Q}{ND^3}, \frac{P}{\rho N^3 D^5}, \frac{H}{D}, \frac{g}{DN^2} \right) \quad (E4.4-15)$$

ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถหาได้จากการทดลอง

ตัวอย่างการนำทฤษฎีของบักกิงแฮมไพน์มาวิเคราะห์มิติและใช้ศึกษาการไหลผ่านอาคารชลศาสตร์ เช่น การศึกษาของ Chinnarasri และ คณะ (2008) ได้ใช้เทคนิคการวิเคราะห์มิติมาศึกษาถึงศึกษาการสลายพลังงานของทางระบายน้ำล้นขั้นบันไดแบบกล่องตาข่าย ( $E_L$ ) โดยมีตัวแปรที่สำคัญดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แบบร่างแสดงแบบจำลองกายภาพสำหรับการไหลผ่านทางระบายน้ำล้นขั้นบันไดแบบกล่องตาข่าย ที่มา: Chinnarasri และ คณะ (2008)

รูปที่ 4.3 Chinnarasri และ คณะ (2008) ได้กำหนดตัวแปรที่สำคัญต่อการสลายพลังงานในรูปของความสูงน้ำ ( $E_L$ ) ดังนี้ อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง ( $q$ ) ความสูงของทางระบายน้ำล้น ( $H_T$ ) ความสูงของกล่องตาข่าย ( $h$ ) ความยาวของกล่องตาข่าย ( $l$ ) มุมเอียงของทางระบายน้ำล้น ( $\alpha$ ) ความพรุนของกล่องตาข่าย ( $e$ ) และความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ ) โดยใช้ทฤษฎีของบักกิงแฮมไพน์สามารถสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้

$$E_L = \phi(q, H_T, h, l, \alpha, e, g) \quad (4.9)$$

โดยมีมิติของตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องดังนี้

$E_L$	$q$	$H_T$	$h$	$l$	$\alpha$	$e$	$g$
L	$L^2 T^{-1}$	L	L	L	-	-	$LT^{-2}$

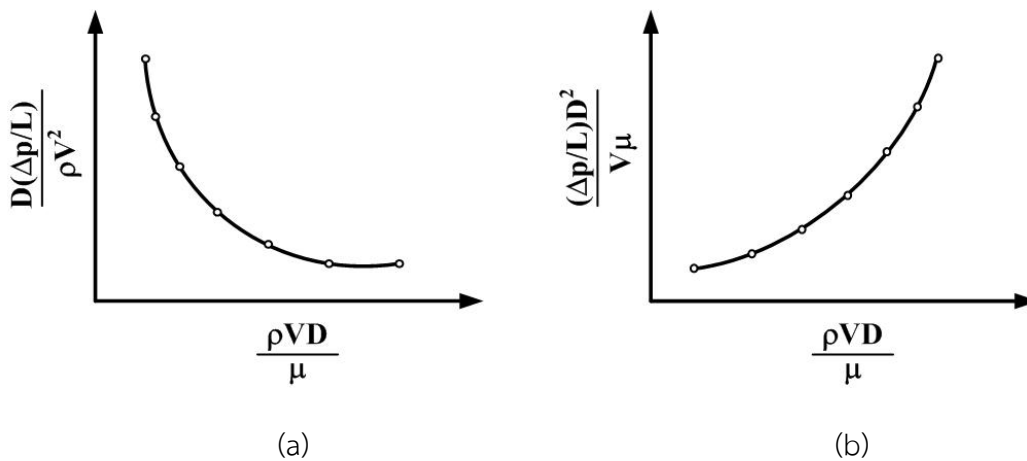
สามารถสร้างกลุ่มตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้

$$\frac{E_L}{H_T} = \phi \left( \frac{q^2}{gH_T^3}, \frac{h}{H_T}, \frac{l}{H_T}, \alpha, e \right)$$

ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถหาได้จากการทดลอง

### ความเป็นหนึ่งเดียวของเทอมไพน์ (Uniqueness of Pi Terms)

จากการวิเคราะห์กลุ่มตัวแปรไร้มิติด้วยวิธีตัวแปรซ้ำนั้น รูปแบบของสมการขึ้นอยู่กับตัวแปรซ้ำที่เลือกด้วย ดังตัวอย่างการวิเคราะห์ความดันที่ตกลงต่อหนึ่งหน่วยความยาวท่อ ( $\Delta p/L$ ) กับตัวแปรอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้แก่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ ( $D$ ) ความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) ความหนืดพลศาสตร์ของของไหล ( $\mu$ ) ความเร็วเฉลี่ยการไหล ( $V$ ) เมื่อทำการเลือก  $D, \rho, V$  เป็นตัวแปรซ้ำเมื่อวิเคราะห์กลุ่มตัวแปรไร้มิติจะได้ความสัมพันธ์ของเทอมไพน์คือ  $\frac{D(\Delta p/L)}{\rho V^2} = \phi \left( \frac{\rho V D}{\mu} \right)$  เมื่อนำทดลองและนำข้อมูลมาพล็อตกราฟหาความสัมพันธ์จะได้ดังรูปที่ 4.4 a แต่หากเลือก  $D, \mu, V$  เป็นตัวแปรซ้ำเมื่อวิเคราะห์กลุ่มตัวแปรไร้มิติจะได้ความสัมพันธ์ของเทอมไพน์คือ  $\frac{(\Delta p/L) D^2}{V \mu} = \phi_1 \left( \frac{\rho V D}{\mu} \right)$  เมื่อนำทดลองและนำข้อมูลมาพล็อตกราฟหาความสัมพันธ์จะได้ดังรูปที่ 4.4b



รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปรไร้มิติ



จากรูปที่ 4.4 ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองย่อมพบว่าฟังก์ชัน  $\phi$  และ  $\phi_1$  ย่อมให้ค่าแตกต่างกันแต่หากพิจารณาแยกออกเฉพาะตัวแปร  $\Delta p/L$  ค่าที่ได้ย่อมเท่ากัน ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าจากการวิเคราะห์มิติเทอมไพน์ไม่ได้มีเพียงชุดเดียว ตัวอย่างเช่น

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3)$$

สามารถสร้างเทอมไพน์ชุดใหม่ได้จากการผสมเทอมไพน์เข้าด้วยกัน เช่น ต้องการสร้างเทอม  $\Pi'_2$

$$\Pi'_2 = \Pi_2^a \Pi_3^b$$

เมื่อ a และ b เป็นเลขชี้กำลังดังนั้นสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\Pi_1 = \phi_1(\Pi'_2, \Pi_3)$$

หรือ  $\Pi_1 = \phi_2(\Pi_2, \Pi'_2)$

ทั้งสองความสัมพันธ์ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามจำนวนของเทอมไพน์ไม่สามารถลดลงได้ เพียงแต่รูปแบบของเทอมไพน์อาจแตกต่างกันออกไป ด้วยวิธีการดังนี้สามารถแสดงให้เห็นว่าค่า

$\frac{(\Delta p/L)D^2}{V\mu} = \left( \frac{(\Delta p/L)D}{\rho V^2} \right) \left( \frac{\rho VD}{\mu} \right)$  อย่างไรก็ตามไม่สามารถแสดงให้เห็นได้ว่าเทอมไพน์รูปแบบใดดีที่สุด จนกว่าจะได้ทำการทดลองและหาความสัมพันธ์เทอมไพน์เหล่านั้น

### กลุ่มตัวแปรไร้มิติที่พบทั่วไปในกลศาสตร์ของไหล (Common Dimensionless Groups in Fluid Mechanics)

กลุ่มตัวแปรไร้มิติที่พบบ่อยในทางกลศาสตร์ของไหลเกิดจากการวิเคราะห์หาอัตราส่วนของแรงต่าง ๆ เช่น เลขเรย์โนลด์ ( $\rho VD/\mu$ ) ซึ่งเป็นเทอมไร้มิติที่สำคัญมากในวิชากลศาสตร์ของไหล เป็นการเรียกตามชื่อของ Osborne Reynolds (1842-1912) วิศวกรชาวอังกฤษผู้เสนอเลขเรย์โนลด์นี้ โดยเกิดจากการวิเคราะห์อัตราส่วนระหว่างแรงเนื่องจากความเฉื่อย ( $\rho V^2 L^2$ ) ต่อแรงเนื่องจากความหนืด ( $\mu VL$ ) ใช้สำหรับจำแนกประเภทการไหลที่มีอิทธิพลของความหนืด เช่นการไหลในท่อภายใต้แรงดัน สำหรับเทอมไร้มิติอื่น ๆ ที่สำคัญแสดงในตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 กลุ่มตัวแปรไร้มิติที่พบได้ทั่วไปในกลศาสตร์ของไหล

ชื่อ	สัญลักษณ์	กลุ่มตัวแปรไร้มิติ	สัดส่วนแรง	การประยุกต์ใช้
Reynolds number	Re	$\rho VD/\mu$	แรงเฉื่อยต่อแรงหนืด $(\rho V^2 L^2 / \mu VL)$	พลศาสตร์ของการไหลทุกชนิด
Froude number	Fr	$V/\sqrt{gL}$	แรงเฉื่อยต่อแรงโน้มถ่วงของโลก $(\rho V^2 L^2 / \rho g L^3)$	การไหลที่มีผิวอิสระ
Euler number	Eu	$p/\rho V^2$	แรงดันต่อแรงเฉื่อย $(pL^2 / \rho V^2 L^2)$	ปัญหาความดันหรือผลต่างความดัน
Cauchy Number *	Ca	$\rho V^2 / E_v$	แรงเฉื่อยต่อแรงอัดตัว $(pL^2 / \rho V^2 L^2)^*$	การไหลที่มีความสามารถอัดตัวได้
Mach Number *	Ma	$V/c$	แรงเฉื่อยต่อแรงอัดตัว $(pL^2 / \rho V^2 L^2)^{**}$	การไหลที่มีความสามารถอัดตัวได้
Weber number	We	$V/c$	แรงเฉื่อยต่อแรงตึงผิว $(\rho V^2 L^2 / \sigma L)$	ปัญหาที่ความตึงผิวมีความสำคัญ

\*Cauchy number และ Mach number เป็นตัวเลขที่มีความสัมพันธ์ซึ่งกัน

## แบบจำลองและความคล้ายคลึง (Modeling and Similitude)

แบบจำลอง (Model) คือสิ่งที่ใช้แทนระบบทางกายภาพ (Physical System) เพื่อใช้ทำนายพฤติกรรมของระบบจริง (Prototype System) ที่ต้องการอาจเป็นได้ทั้งการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) และแบบจำลองกายภาพ (Physical Model) ซึ่งในบทรนี้จะกล่าวถึงแบบจำลองกายภาพ การจำลองโดยใช้แบบจำลองกายภาพให้มีสภาพคล้ายต้นแบบ (Prototype) โดยทั่วไปจะมีขนาดแตกต่างกันออกไป ถ้าต้นแบบมีขนาดใหญ่แบบจำลองมักมีขนาดเล็กลง เพื่อให้ง่ายต่อการจำลองในห้องปฏิบัติการและลดค่าใช้จ่าย แต่ถ้าต้นแบบมีขนาดเล็กมากแบบจำลองอาจมีขนาดใหญ่กว่าต้นแบบเพื่อให้การศึกษาทำได้ง่าย อาจใช้ของไหลที่ทดสอบในแบบจำลองคนละชนิดกับที่เกิดขึ้นจริง

การจำลองการศึกษาแบบจำลองของอาคารชลศาสตร์หรือโครงการทางด้านวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับการไหล จะช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ สามารถช่วยตรวจสอบการออกแบบเนื่องจากสามารถจำลองสภาวะการไหลจริงที่อาจเกิดขึ้นได้ ทำให้เห็นลักษณะการไหลและผลกระทบที่อาจขึ้นกับอาคารชลศาสตร์นั้นซึ่งบางครั้งแบบจำลองคณิตศาสตร์ไม่สามารถให้คำตอบได้ เช่นการศึกษารูปแบบของการแตกของเขื่อน การศึกษากังหันพลังน้ำไหลต้นแบบผลิตไฟฟ้าที่ได้บานประตูระบายน้ำคลองลัดโพธิ์ อันเนื่องมาจากพระราชดำริ และโครงการศึกษาความเหมาะสมรูปแบบการพัฒนาโครงการบริหารจัดการน้ำโขง เลย์ ซี มูล โดยแรงโน้มถ่วงด้วยแบบจำลองทางกายภาพ เป็นต้น ผลทดสอบที่ได้จากแบบจำลองกายภาพจะต้องสามารถนำไปใช้กับต้นแบบ (ของจริง) ได้อย่างมั่นใจ ดังนั้นการจำลองจะต้องคำนึงถึงสภาพเหมือนต้นแบบให้มากที่สุด อย่างไรก็ตามอาจมีข้อเสียเนื่องจากการใช้แบบจำลองที่ทำนายผิดพลาด ซึ่งความผิดพลาดนั้นไม่สามารถตรวจสอบได้จนกว่าจะพบในของจริง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่แบบจำลองจะต้องถูกออกแบบอย่างถูกต้องและทำการทดสอบและมีการแปรผลที่ได้จากการทดลองได้อย่างถูกต้องมากที่สุดก่อนนำไปใช้เพื่อการออกแบบของจริง ซึ่งการศึกษาความคล้ายคลึงจะเป็นแนวทางช่วยให้ลดความผิดพลาดดังกล่าวลงได้

### ทฤษฎีของแบบจำลอง (Theory of model)

ทฤษฎีแบบจำลองอาศัยหลักการวิเคราะห์มิติ โดยปัญหาที่ทำการวิเคราะห์สามารถกำหนดให้อยู่ในกลุ่มตัวแปรไร้มิติ ดังสมการ

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \dots, \Pi_n) \quad (4.9)$$

เมื่อ  $\Pi$  เป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติ  $n$  คือจำนวนกลุ่มตัวแปรไร้มิติทั้งหมด ดังนั้นความสัมพันธ์ของพฤติกรรมต่าง ๆ ทั้งในแบบจำลองและต้นแบบก็จะมีความสัมพันธ์เหมือนกับสมการที่ 4.9 ดังนี้

$$\Pi_{1m} = \phi(\Pi_{2m}, \Pi_{3m}, \Pi_{4m}, \dots, \Pi_{nm}) \quad (4.10)$$

$$\Pi_{1p} = \phi(\Pi_{2p}, \Pi_{3p}, \Pi_{4p}, \dots, \Pi_{np}) \quad (4.11)$$

ตัวห้อย  $m$  คือ แบบจำลอง และตัวห้อย  $p$  คือ ต้นแบบ โดยที่จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\Pi_{1m} = \Pi_{1p}$$

$$\Pi_{2m} = \Pi_{2p}$$

$$\Pi_{3m} = \Pi_{3p}$$

⋮

⋮

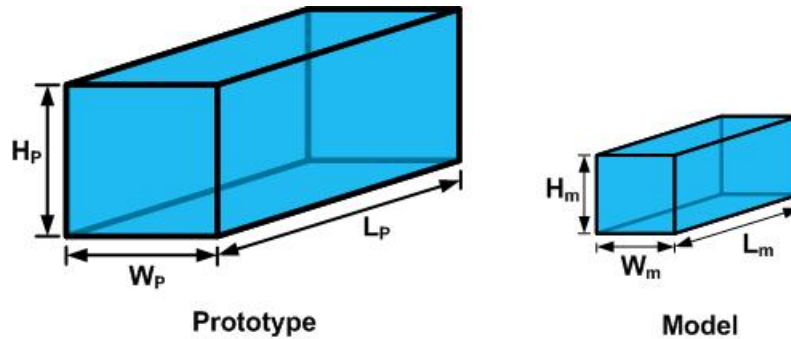
⋮

$$\Pi_{nm} = \Pi_{np}$$

สมการความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้คือสมการการทำนาย ( Prediction Equation) ที่ต้องการซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าเมื่อกลุ่มตัวแปรไร้มิติเหมือนกัน การวัดค่ากลุ่มตัวแปรไร้มิติที่ได้จากแบบจำลองจะมีค่าเท่ากับกลุ่มตัวแปรไร้มิติที่วัดได้จากต้นแบบ ซึ่งจะทำให้ผู้ออกแบบสามารถใช้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดเงื่อนไขการออกแบบแบบจำลอง หรือที่เรียกว่า เกณฑ์กำหนดความคล้ายคลึง หรือ กฎของแบบจำลอง (Modeling Laws) เกณฑ์กำหนดความคล้ายคลึงสำหรับการศึกษาด้านกลศาสตร์ของไหลสามารถแบ่งได้ 3 กลุ่มคือ ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต ความ คล้ายคลึงทางจลน ศาสตร์และความ คล้ายคลึงทางพลวัต

### ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตรูปร่าง (Geometric Similarity)

ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตหรือความคล้ายคลึงทางรูปร่างหมายถึงแบบจำลองทางจะต้องมีสัดส่วนเท่ากับต้นแบบโดยแบบจำลองอาจมีขนาดเล็กหรือใหญ่กว่าต้นแบบ โดยอาศัยมาตราส่วน (Scale Ratio) กล่าวคือมิติความยาว ระหว่างแบบจำลองและต้นแบบจะต้องมีค่าคงที่ เช่น มาตรฐานความยาว มาตรฐานของพื้นที่ เป็นต้น โดยในการทดลองตัวแบบจำลองนั้นสามารถสร้างให้มีขนาดใหญ่หรือเล็กลงได้



รูปที่ 4.5 ความคล้ายคลึงทางด้านเรขาคณิต

จากรูปที่ 4.5 สามารถแสดงให้เห็นว่ามีความสัมพันธ์ของสัดส่วนต่าง ๆ ดังนี้  $\frac{H_p}{H_m} = L_r$ ,  $\frac{W_p}{W_m} = L_r^2$ ,  $\frac{L_p}{L_m} = L_r^3$  โดยที่  $L_r$ ,  $L_r^2$  และ  $L_r^3$  คือสัดส่วนทางด้านความสูง ความกว้างและความยาว ตามลำดับ หาก  $L_r$ ,  $L_r^2$  และ  $L_r^3$  มีขนาดเท่ากันแบบจำลองนี้จะเป็นแบบ (Un-distorted model) แต่หากมีค่าไม่เท่ากันแบบจำลองจะเป็นแบบ (Distorted model) หากพิจารณาสัดส่วนพื้นที่ ( $A_r$ ) และ สัดส่วนปริมาตร ( $\nabla_r$ ) จะได้ว่า

$$A_r = \frac{A_m}{A_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = L_r^2 \quad (4.12)$$

$$\nabla_r = \frac{\nabla_m}{\nabla_p} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^3 = L_r^3 \quad (4.13)$$

เมื่อ  $L_r$ ,  $A_r$ , และ  $\nabla_r$  คืออัตราส่วนความยาว พื้นที่ และ ปริมาตรตามลำดับ  $L_m$ ,  $A_m$ , และ  $\nabla_m$  คือ ความยาว พื้นที่ และ ปริมาตรของแบบจำลองตามลำดับ และ  $L_p$ ,  $A_p$ , และ  $\nabla_p$  คือ ความยาว พื้นที่ และ ปริมาตรของตัวจริงตามลำดับ

### ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์ (Kinematic Similarity)

ความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์หมายถึงสภาพความคล้ายของการไหล ซึ่งเกี่ยวข้องกับสภาวะการเคลื่อนที่โดย ณ. ตำแหน่งใด ๆ เช่น อัตราส่วนเวลา อัตราส่วนความเร็ว หรือ อัตราส่วนความเร่ง บนแบบจำลองต่อต้านแบบต้องมีอัตราคงที่ตลอดการไหล

- อัตราส่วนเวลา

$$T_r = \frac{T_m}{T_p}$$

- อัตราส่วนความเร็ว

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{(L/T)_m}{(L/T)_p} = \frac{L_m/L_p}{T_m/T_p} = \frac{L_r}{T_r}$$

- อัตราส่วนความเร่ง

$$a_r = \frac{a_m}{a_p} = \frac{(L/T^2)_m}{(L/T^2)_p} = \frac{L_m/L_p}{T_m^2/T_p^2} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

โดยหลักการดังกล่าวสามารถหาอัตราส่วนต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหลได้เช่นกัน เช่น อัตราส่วนของอัตราการไหลดังนี้

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L^3}{T_r}$$

จะเห็นว่าความคล้ายคลึงทางจลนศาสตร์มีความสัมพันธ์กับมาตราส่วนความยาวของแบบจำลอง ( $L_r$ ) ดังนั้นการกำหนดมาตราส่วนที่เหมาะสมจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับการศึกษาแบบจำลองกายภาพ

### ความคล้ายคลึงทางพลวัต (Dynamic Similarity)

ความคล้ายคลึงทางพลวัตหมายถึงสภาพความคล้ายของอัตราส่วนแรงในแบบจำลองต่อแรงในต้นแบบ โดยอัตราส่วนแรงต่าง ๆ ต้องเป็นอัตราส่วนเดียวกันหรือสภาพความคล้ายทางพลวัตที่เกิดจากการกำหนดเทอมพจน์ ที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนของแรง เช่น เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Re) ฟรูดนัมเบอร์ (Fr) ของแบบจำลองและต้นแบบต้องมีค่าเท่ากัน

$$\frac{(F_G)_m}{(F_G)_p} = \frac{(F_I)_m}{(F_I)_p} = \frac{(F_P)_m}{(F_P)_p} = \frac{(F_V)_m}{(F_V)_p} = \frac{(F_E)_m}{(F_E)_p} = \frac{(F_T)_m}{(F_T)_p} = \text{Constant} \quad (4.14)$$

$$\text{Re}_p = \text{Re}_m \quad (4.15)$$

$$\text{Fr}_p = \text{Fr}_m \quad (4.15)$$

โดยที่

$F_G$  คือ แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (Gravity force)  $F_G = mg = \rho g L^3$

$F_I$  คือ แรงเนื่องจากความเฉื่อย (Inertia force)  $F_I = ma = \rho V^2 L^2$

$F_P$  คือ แรงเนื่องจากความดัน (Pressure force)  $F_P = PA = PL^2$

$F_V$  คือ แรงเนื่องจากความหนืด (Viscosity force)  $F_V = \mu(du/dy)A = \mu(V/L)A = \mu VL$

$F_E$  คือ แรงเนื่องจากความยืดหยุ่น (Elastic force)  $F_E = E_V A = E_V L^2$

$F_T$  คือ แรงเนื่องจากความตึงผิว (Tension force)  $F_T = \sigma L$

เมื่อ  $m$  คือ มวล  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก  $a$  คือ ความเร่ง  $P$  คือความดัน  $A$  พื้นที่  $\mu$  คือ ความหนืดสัมบูรณ์  $u$  คือ ความเร็วการไหล  $y$  คือความลึกการไหล  $E_V$  คือ โมดูลัสความยืดหยุ่น  $\sigma$  คือ ความตึงผิว (ตัวห้อย  $P$  คือจากต้นแบบ และ  $m$  คือจากแบบจำลอง)

**ตัวอย่างที่ 4.5** จากตัวอย่างที่ 4.4 ต้องการสร้างเครื่องสูบน้ำให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor เท่ากับ 240 cm และต้องการให้ Rotor หมุนด้วยความเร็วรอบเท่ากับ 450 rpm ที่ระดับของเฮดน้ำ เท่ากับ 20 m โดยเลือกใช้มาตราส่วนย่อจากของจริง 1:8 โดยใช้น้ำเป็นของไหลที่ใช้ในแบบจำลองและ ต้นแบบที่อุณหภูมิตีเดียวกัน

ผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการพบว่าได้ค่าต่าง ๆ ดังนี้

- กำลังงานที่เครื่องสูบน้ำต้องใช้เท่ากับ 50 Watts
- อัตราการสูบน้ำเท่ากับ 8 l/s
- ความเร็วรอบของ Rotor เท่ากับ 1272.8 rpm
- ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 64.2 %

จงหา

- a) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor ที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการ
- b) เฮดของน้ำที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการ
- c) กำลังงานที่ต้องใช้ในเครื่องสูบน้ำของจริง
- d) อัตราการสูบน้ำของจริง
- e) ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำจริง

**วิธีทำ**

จากตัวอย่างที่ 4.4 สามารถวิเคราะห์กลุ่มตัวแปรไร้มิติได้  $\eta = \phi\left(\frac{Q}{ND^3}, \frac{P}{\rho N^3 D^5}, \frac{H}{D}, \frac{g}{DN^2}\right)$  เมื่อ  $\eta$  คือประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ  $Q$  คืออัตราการสูบน้ำ  $P$  คือกำลังของเครื่องสูบน้ำ  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor  $N$  คือความเร็วรอบการหมุนของ Rotor  $H$  คือเฮดของน้ำ  $\rho$  คือความหนาแน่นของน้ำและ  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

- a) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor ที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการ

จากมาตราส่วนย่อจากของจริง 1:8 จะได้  $L_r = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{8}$  ดังนั้นจะได้ .

$$\frac{D_m}{D_p} = \frac{1}{8} \Rightarrow D_m = \frac{D_p}{8} = \frac{240}{8} = 30cm$$



เพราะฉะนั้นจะได้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor ที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการเท่ากับ 30 cm

b) เสดของน้ำที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการ

จากมาตราส่วนย่อจากของจริง 1:8 จะได้  $L_r = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{8}$  ดังนั้นจะได้ .

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{1}{8} \Rightarrow H_m = \frac{H_p}{8} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ cm}$$

เพราะฉะนั้นจะต้องควบคุมเสดของน้ำที่ต้องใช้ในห้องปฏิบัติการเท่ากับ 30 cm

c) กำลังงานที่ต้องใช้ในเครื่องสูบน้ำของจริง ( $P_p$ )

จากกลุ่มตัวแปรไร้มิติต้องการหาค่ากำลังของเครื่องสูบน้ำดังนั้นเลือกใช้ เทอม  $\frac{P}{\rho N^3 D^5}$  จะได้

ความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลอง (Model, m) กับต้นแบบ (Prototype, p) ดังนี้

$$\left( \frac{P}{\rho N^3 D^5} \right)_m = \left( \frac{P}{\rho N^3 D^5} \right)_p$$

เนื่องจาก  $\rho_m = \rho_p$  (ใช้น้ำในการทดสอบในห้องปฏิบัติการและน้ำเป็นของไหลที่ต้องสูบน้ำจริง)

เพราะฉะนั้น

$$P_p = \frac{P_m (\rho N^3 D^5)_p}{(\rho N^3 D^5)_m} = \frac{50 \times 450^3 \times 240^5}{1272.8^3 \times 30^5} = 72,406.4 \text{ Watts}$$

d) อัตราการสูบน้ำของจริง

จากกลุ่มตัวแปรไร้มิติต้องการหาค่ากำลังของเครื่องสูบน้ำดังนั้นเลือกใช้ เทอม  $\frac{Q}{ND^3}$  จะได้

ความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลอง (Model, m) กับต้นแบบ (Prototype, p) ดังนี้

$$\left( \frac{Q}{ND^3} \right)_m = \left( \frac{Q}{ND^3} \right)_p$$

เพราะฉะนั้น

$$Q_p = \frac{Q_m (ND^3)_p}{(ND^3)_m} = \frac{8 \times 450 \times 240^3}{1272.8 \times 30^3} = 1,448.15 \text{ l/s}$$

e) ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำจริง

จากกลุ่มตัวแปรไร้มิติต้องการหาค่ากำลังของเครื่องสูบน้ำดังนั้นเลือกใช้ เทอม  $\eta$  จะได้

ความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลอง (Model, m) กับต้นแบบ (Prototype, p) ดังนี้

$$\eta_m = \eta_p$$

เพราะฉะนั้น

$$\eta_p = 64.2 \%$$

จากทอมนไร้มิติของเครื่องสูบน้ำ จะได้สัมประสิทธิ์ที่สำคัญของเครื่องสูบน้ำตามกฎความคล้ายคลึงของเครื่องสูบน้ำ (Similarity laws of pump) ได้ดังนี้

- สัมประสิทธิ์ของเฮด (Head coefficient,  $C_H$ ),  $\frac{gH}{N^2 D^2}$  ซึ่งเกิดจากการนำตัวแปรไร้มิติ  $\left(\frac{H}{D}\right) \times \left(\frac{g}{DN^2}\right)$
- สัมประสิทธิ์ของอัตราการไหล (Flow coefficient,  $C_Q$ ),  $\frac{Q}{ND^3}$
- สัมประสิทธิ์กำลัง (Power coefficient,  $C_P$ ),  $\frac{\gamma QH}{\rho N^3 D^5}$  เมื่อ  $P = \gamma QH$  ( $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของไหล)
- ประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ (Pump efficiency),  $\eta$

ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ทุกเครื่องสูบน้ำ โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบดังนี้

- $\left(\frac{gH}{N^2 D^2}\right)_m = \left(\frac{gH}{N^2 D^2}\right)_p$
- $\left(\frac{Q}{ND^3}\right)_m = \left(\frac{Q}{ND^3}\right)_p$
- $\left(\frac{\gamma QH}{\rho N^3 D^5}\right)_m = \left(\frac{\gamma QH}{\rho N^3 D^5}\right)_p$
- $\eta_m = \eta_p$

**ตัวอย่าง 4. 6** ต้องการหาสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำต้นแบบ (Prototype) ชนิดหนึ่งที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัดเท่ากับ 50 mm และต้องการให้ใบพัดหมุนที่ความเร็วรอบเท่ากับ 1700 rpm ผู้ออกแบบจึงได้จำลองเครื่องสูบน้ำแบบจำลอง (Model) และนำมาทดสอบในห้องปฏิบัติการ โดยใช้เครื่องสูบน้ำชนิดเดียวกันแต่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัดเท่ากับ 20 mm และให้ใบพัดหมุนที่ความเร็วรอบเท่ากับ 1200 rpm ผลการทดสอบได้ข้อมูลดังตาราง

อัตราการไหล, Q (l/s)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
เฮด, H (m)	50	48	45	40	33	25	15	0

จงหาเขียนกราฟแสดงสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำต้นแบบ

### วิธีทำ

จากกฎความคล้ายคลึงของเครื่องสูบน้ำ (Similarity laws of pump) จะได้

$$\text{สัมประสิทธิ์ของอัตราการไหล } C_Q; \left( \frac{Q}{ND^3} \right)_m = \left( \frac{Q}{ND^3} \right)_p$$

$$Q_p = \frac{Q_m (ND^3)_p}{(ND^3)_m} = \frac{1700 \times 500^3}{1200 \times 200^3} Q_m$$

$$Q_p = 22.14 Q_m \quad (\text{E4.6-1})$$

$$\text{สัมประสิทธิ์เฮด } C_H; \left( \frac{gH}{N^2 D^2} \right)_m = \left( \frac{gH}{N^2 D^2} \right)_p$$

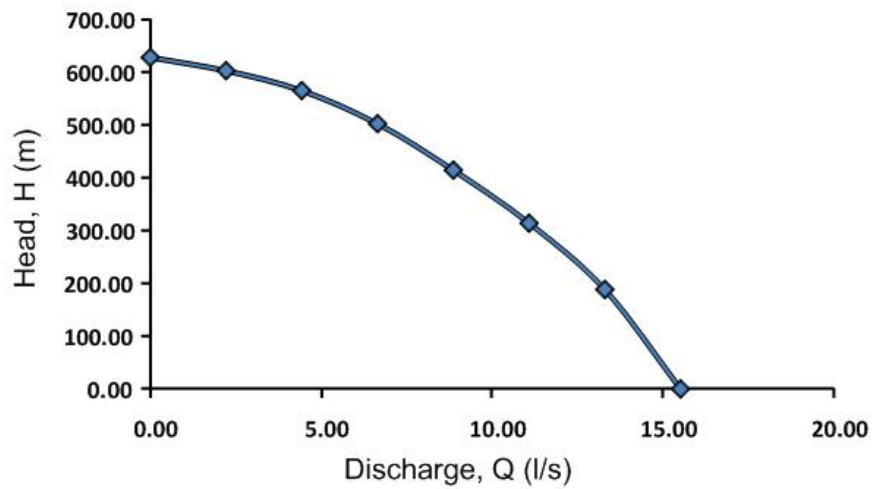
$$H_p = \frac{H_m (N^2 D^2)_p}{(N^2 D^2)_m} = \frac{1700^2 \times 500^2}{1200^2 \times 200^2} H_m$$

$$H_p = 12.54 H_m \quad (\text{E4.6-2})$$

นำสมการที่ E4.21-1 และ E4.21-1 ไปสร้างความสัมพันธ์ได้ดังตาราง

$Q_m$ (l/s)	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70
$Q_p$ (l/s)	0.00	2.21	4.43	6.64	8.86	11.07	13.28	15.50
$H_m$ (m)	50.00	48.00	45.00	40.00	33.00	25.00	15.00	0.00
$H_p$ (m)	627.00	601.92	564.30	501.60	413.82	313.50	188.10	0.00

และสามารถสร้างกราฟแสดงสมรรถนะของเครื่องสูบน้ำต้นแบบได้ดังนี้



รูปที่ Ex6.1 สมรรถนะของเครื่องสูบน้ำต้นแบบ

**ตัวอย่างที่ 4.7** ต้องการทดสอบการไหลผ่านวาล์วน้ำชนิดหนึ่งซึ่งมีขนาดย่อส่วนจากของจริง 1:5 โดยวาล์วน้ำที่จะถูกสร้างจริงมีขนาด ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 cm และต้องการให้มีความเร็วการไหลเท่ากับ 1 m/s แบบจำลองเลือกใช้อากาศแทนน้ำ จงหาอัตราการไหลที่จะนำมาทดสอบเพื่อเป็นตัวแทนของอัตราการไหลที่จะเกิดขึ้นจริง กำหนดให้ค่าความหนืด ดกลนศาสตร์ของ น้ำและอากาศมีค่าเท่ากับ  $9.838 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  และ  $1.672 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  ตามลำดับ

### วิธีทำ

- หาขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของวาล์วในแบบจำลอง

$$\frac{D_p}{D_m} = \frac{5}{1}$$

$$D_m = \frac{D_p}{5} = \frac{100}{5} = 20 \text{ cm}$$

- หาความเร็วการไหลที่เกิดขึ้นกับวาล์วในแบบจำลอง (เนื่องจากเป็นการไหลที่มีอิทธิพลเนื่องจากความหนืดต่อแรงเฉื่อยจึงใช้ความคล้ายจากตัวเลขเรย์โนลด์)

$$\text{Re}_p = \text{Re}_m$$

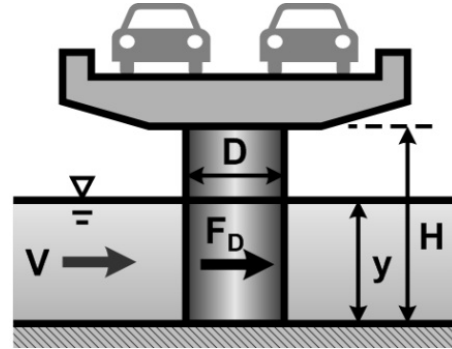
$$\left(\frac{VD}{\nu}\right)_p = \left(\frac{VD}{\nu}\right)_m$$

$$V_m = \left(\frac{VD}{\nu}\right)_p \left(\frac{\nu}{D}\right)_m$$

$$V_m = \left(\frac{1 \times 100}{9.838 \times 10^{-7}}\right)_p \left(\frac{1.672 \times 10^{-5}}{20}\right)_m = 84.98 \text{ m/s}$$

ดังนั้นอัตราการไหลของอากาศเท่ากับ  $Q = AV = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} \times 84.98 = 2.67 \text{ m}^3/\text{s}$  ตอบ

**ตัวอย่างที่ 4.8** ต้องการศึกษาแรงที่อิทธิพลของแรงที่กระทำกับตอม่อสะพานรูปแบบหนึ่งที่จะสร้างขึ้น  
กลางแม่น้ำขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ออกแบบโดยกระทำสร้างแบบจำลองของเสาตอม่อสะพาน  
ทรงกระบอก ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $D_p$ ) 2.0 m ด้วยแบบจำลองที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $D_m$ ) 20  
cm หากต้องการจำลองสถานการณ์จริงที่น้ำไหลผ่านตอม่อ  
สะพานด้วยความเร็ว ( $V_p$ ) 1.0 m/s ความลึกของน้ำ ( $y_p$ )  
8.0 m จะต้องจำลองสถานการณ์กับแบบจำลองด้วยความ  
ลึกของของไหล ( $y_m$ ) และความเร็วของของไหล ( $V_m$ )  
เท่าไรซึ่งของไหลที่ใช้ในการทดลองคือน้ำและมีคุณสมบัติ  
เดียวกับของไหลของจริง ขณะที่ทำการทดลองสามารถ  
ตรวจวัดค่าแรงจุด ( $F_D$ )<sub>m</sub> ได้ 256 N ฉะนั้นแรงจุดที่จะเกิด  
ขึ้นกับตอม่อสะพานของจริง ( $F_D$ )<sub>p</sub> จะมีขนาดเท่าไร



#### วิธีทำ

- อัตราส่วนของแบบต้นแบบต่อแบบจำลอง ( $L_r$ )

$$L_r = \frac{D_p}{D_m} = \frac{200}{20} = 10$$

- หาความลึกการไหลในแบบจำลอง ( $y_m$ )

$$y_m = \frac{y_p}{L_r} = \frac{8}{10} = 0.8 \quad \text{m} \quad \text{ตอบ}$$

- หาความเร็วการไหลที่จะเกิดขึ้นในแบบจำลอง (เนื่องจากเป็นการไหลที่มีอิทธิพล  
เนื่องจากความแรงโน้มถ่วงของโลกต่อแรงเฉื่อยจึงใช้ความคล้ายจากฟรูดนัมเบอร์)

$$Fr_p = Fr_m$$

$$\left( \frac{V}{\sqrt{gy}} \right)_p = \left( \frac{V}{\sqrt{gy}} \right)_m$$

$$V_m = (\sqrt{gy})_m \left( \frac{V}{\sqrt{gy}} \right)_p = \sqrt{\frac{y_m}{y_p}} \times V_p = \sqrt{\frac{0.8}{8}} \times 1.0 = 3.16 \quad \text{m/s}$$

ตอบ

- สมการสำหรับหาแรงฉุด (Drag Force) สามารถหาได้ดังนี้

$$F_D = C_D \frac{1}{2} (\rho V^2 L^2) \quad (\text{Ex4.8-1})$$

เมื่อ  $F_D$  คือแรงฉุด (N)  $C_D$  สัมประสิทธิ์ของแรงฉุด (ไม่มีหน่วย)  $\rho$  คือความหนาแน่นของของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $V$  คือความเร็วการไหล (m/s) และ  $L$  คือ ขนาดของวัตถุ (m)

- หาแรงฉุดที่จะเกิดขึ้นกับตอม่อสะพานของจริง  $(F_D)_p$  จากสมการที่ EX4.8-1 พบว่าค่า  $C_D$  ของวัตถุที่เหมือนกันต้องมีค่าเท่ากัน ดังนั้นจะได้

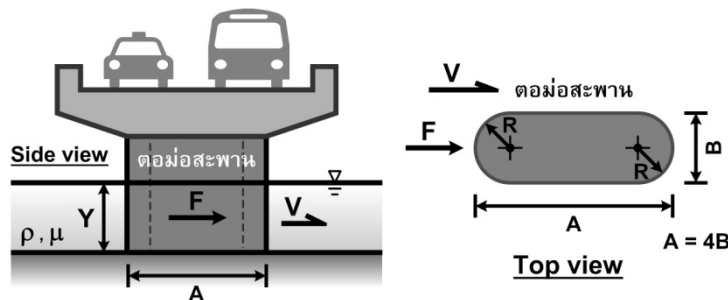
$$(C_D)_p = (C_D)_m$$

$$\left[ \frac{2F_D}{(\rho V^2 L^2)} \right]_p = \left[ \frac{2F_D}{(\rho V^2 L^2)} \right]_m$$

$$(F_D)_p = \frac{(\rho V^2 L^2)_p}{(\rho V^2 L^2)_m} \times (F_D)_m = \frac{1^2 \times 200^2}{3.16^2 \times 20^2} \times 256 = 2,565.69 \quad \text{N} \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. แรงกระทำต่อแผ่นระนาบ (F) โดยลำของเหลว (jet of liquid) ที่ไหลเข้าปะทะกับแผ่นระนาบ ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของของเหลว ( $\rho$ ) ความเร็วของลำของเหลว (V) พื้นที่หน้าตัดของลำของเหลว (A) มุมของลำของเหลวที่กระทำกับแนวแผ่นระนาบ ( $\theta$ ) และระยะห่างระหว่างหัวฉีดกับแผ่นระนาบ (L) จงวิเคราะห์หากกลุ่มตัวแปรไร้มิติตามวิธีเรย์ไลต์และวิธีของบัคกิงแฮมไพน์
2. การลดลงของความดัน (pressure drop,  $\Delta p$ ) เนื่องจากผลของความฝืดของการไหล ในเส้นท่อตรง และวางในแนวระดับ มีความเกี่ยวข้องกับตัวแปรต่างๆ คือ ขนาดความยาวของท่อ (L) ความเร็วเฉลี่ยของการไหล (V) ความหนืดของของไหล ( $\mu$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (D) ความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) และชนิดของท่อ หรือความขรุขระของท่อ ( $k_s$ ) ให้คำนวณหา กลุ่มตัวแปรความสัมพันธ์ดังกล่าว
3. ตอม่อสะพานแห่งหนึ่งกว้าง B ยาว A ด้านที่ปะทะน้ำทำเป็นรูปทรงโค้งครึ่งวงกลมรัศมี R ดังรูป น้ำลึก Y น้ำมีค่าความหนืดเท่ากับ  $\mu$  ความหนาแน่นเท่ากับ  $\rho$  ความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านในแนวราบเท่ากับ V จงหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อแรงกระทำที่ตอม่อ F ในรูป พจน์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

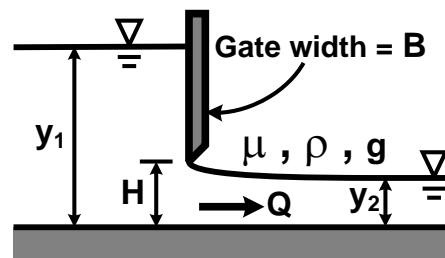


4. ในการศึกษาการกัดเซาะ (scouring) รอบตอม่อสะพานรูปทรงกระบอก (circular bridge pier) มีตัวแปรของปัญหาที่เกี่ยวข้อง ประกอบด้วยขนาดความลึกของหลุมกัดเซาะ ( $d_s$ ) ขนาดของตอม่อสะพาน (D) ความลึกของการไหลของน้ำ (y) ความเร็วของการไหลของน้ำ (V) และความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (g) จงใช้หลักการวิเคราะห์มิติ (Dimensional Analysis) หากกลุ่มตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless Parameter) ของปัญหาดังกล่าว

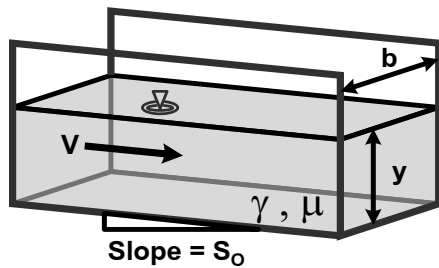


5. แรงฉุด Drag force ที่ลมนพัดผ่านทรงกลม  $F$ , ขึ้นอยู่กับเส้นผ่าศูนย์กลางทรงกลม  $D$ , ความเร็วลม  $V$ , ความหนาแน่นของอากาศ,  $\rho$  dynamic viscosity ของอากาศ,  $\mu$  จงหากลุ่มตัวแปรไร้มิติที่สามารถใช้หาความสัมพันธ์จากข้อมูลการทดลอง
6. แรงหน่วงดึงหรือแรงลากดึง (drag force,  $F_D$ ) ที่กระทำต่อวัตถุรูปทรงกลม (sphere) ที่เคลื่อนที่ในของไหลที่มีความหนืด มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับตัวแปรต่างๆ คือ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของทรงกลม ( $D$ ) ความเร็วของการเคลื่อนที่ของวัตถุ ( $V$ ) ความหนืดของของไหล ( $\mu$ ) และความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) ให้พิจารณาหากกลุ่มตัวแปรความสัมพันธ์ที่ไม่มีมิติวัด (dimensionless parameters) ของตัวแปรต่างๆ ดังกล่าว

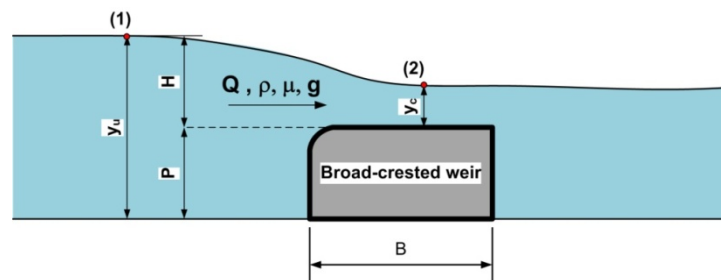
7. ประตูระบายน้ำกว้าง  $B$  ยกบานสูง  $H$  ระดับน้ำด้านเหนือน้ำลิก  $y_1$  ระดับน้ำด้านท้ายน้ำลิก  $y_2$  น้ำมีค่าความหนืดเท่ากับ  $\mu$  ความหนาแน่นเท่ากับ  $\rho$  อัตราการไหลลอดบานประตูเท่ากับ  $Q$  จงหาความสัมพันธ์ของตัวแปร ที่เกี่ยวข้องกับ การไหลลอดผ่านประตู



8. รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง  $B$  ความลาดชันของพื้นรางเท่ากับ  $S_0$  กำหนดให้ความเร็วของกระแสน้ำเท่ากับ  $V$  ความลึกเท่ากับ  $Y$  น้ำมีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ  $\gamma$  และความหนืดของน้ำเท่ากับ  $\mu$  จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องในรูปแบบของความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติ (ให้ใช้  $\gamma, \mu$  และ  $Y$  เป็นตัวแปรซ้ำ)



9. จากรูปจงหาเทอมไร้มิติของการไหลผ่านฝายสันกว้างเมื่อตัวแปรที่เกี่ยวข้องมีดังนี้



10. เรือต้นแบบที่จะสร้างขึ้นมีความยาว 100 m หากต้องการศึกษาการเคลื่อนที่ของเรือที่ความเร็ว 60 km/h โดยการสร้างเรือแบบจำลองให้มีความยาวเพียง 2.5 m
- จงคำนวณหาความเร็วของเรือแบบจำลอง
  - ถ้าวัดแรงฉุดที่กระทำต่อแบบจำลองเท่ากับ 10 N จงวิเคราะห์หาแรงฉุดที่กระทำต่อต้นแบบนั้น
11. อาคารระบายน้ำล้นในอัตราการไหล  $800 \text{ m}^3/\text{s}$  สร้างแบบจำลองโดยย่อขนาดในมาตราส่วน 1:20 เพื่อทำให้เกิดความคล้อยทางพลวัตโดยไม่คำนึงถึงผลเนื่องจากความเสียดทาน จงคำนวณหาอัตราการไหลของแบบจำลอง
12. ในแบบจำลองของเรือลำหนึ่ง กำหนดมาตราส่วนขนาดเป็น 1:60 พบว่ามีแรงต้านทานของคลื่นน้ำเท่ากับ  $0.03 \text{ N}$  ที่ความเร็ว  $0.8 \text{ m/s}$  จงหา
- แรงต้านของคลื่นต่อเรือต้นแบบ
  - ความเร็วของเรือต้นแบบ
  - กำลังม้าของเรือต้นแบบ
13. เครื่องสูบแบบแรงเหวี่ยงมีประสิทธิภาพ 85% ที่จุดใช้งานหนึ่งได้ออกแบบใบพัดของเครื่องสูบให้มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm สามารถส่งน้ำได้ในอัตรา  $35 \text{ L/s}$  ที่อัตราเร็วรอบ 1200 rpm หากต้องการออกแบบให้มีอัตราการไหลเพิ่มขึ้นจะใช้มอเตอร์ที่มีอัตราเร็วรอบ 1800 rpm
- ถ้ากำหนดให้ในสภาวะการทำงานแรกสุดนั้นเครื่องสูบมีเฮดความดัน  $7 \text{ m-H}_2\text{O}$  จงคำนวณหาเฮดความดันที่อัตราเร็วรอบ 1800 rpm
  - จงหาขนาดของมอเตอร์ที่ใช้หมุนเครื่องสูบในข้อ a)
14. การออกแบบทางระบายน้ำล้นของเขื่อนแห่งหนึ่ง ต้องการออกแบบให้สามารถระบายปริมาณน้ำได้สูงสุด  $150 \text{ m}^3/\text{s}$  แต่ในการศึกษาด้วยแบบจำลองตั้งค่าอัตราการไหลไว้ที่  $0.474 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหา
- มาตราส่วนที่ต้องใช้เพื่อให้ของจริงกับแบบจำลองมีความคล้อยคลึงกัน
  - ถ้าแบบจำลองเกิดแรงที่กระทำต่ออาคาร 20 N จงหาแรงที่เกิดขึ้นกับของจริง
  - ถ้าในแบบจำลองเกิดการกัดเซาะด้านท้ายอาคารเมื่อเวลาผ่านไป นาที การกัดเซาะ 30 จะเกิดขึ้นกับของจริงเมื่อเวลาผ่านไปเท่าใด

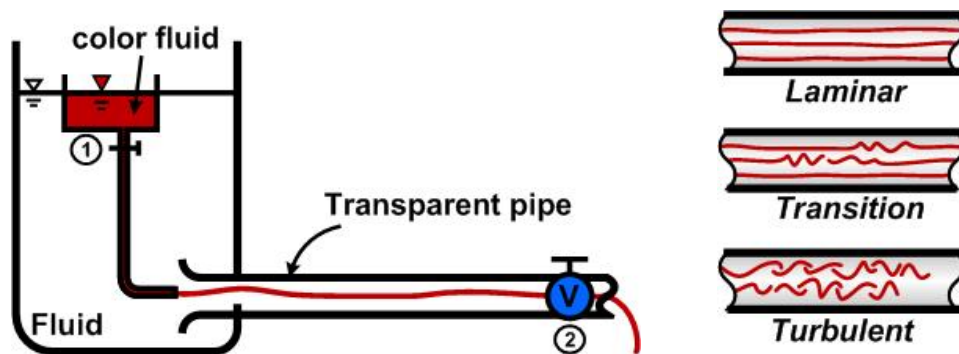
## บทที่ 5

### การไหลในท่อ (Flow in Pipe)

การไหลภายในท่อคือการไหลภายใต้แรงดันที่ของไหลจะต้องไหลเต็มหน้าตัดท่อ ท่อดังกล่าวอาจมีรูปร่างกลม หรือไม่กลมก็ได้ トラบใดที่การไหลมีความดันเกิดขึ้น เช่นการไหลของน้ำในท่อประปา การไหลของน้ำในระบบท่อส่งน้ำเพื่อการเกษตร เป็นต้น การไหลภายในท่อจะมีรูปแบบการไหลที่แตกต่างกันออกไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดและความเร็วของ ๆ ไหล ชนิดและขนาดของท่อ

#### รูปแบบการไหลภายในท่อ (Characteristics of Flow in Pipe)

ในปี ค.ศ. 1883 ออสบอร์น เรย์โนลด์ (Osborne Reynolds) วิศวกรชาวฝรั่งเศสได้ทำการศึกษารูปแบบการไหลภายในท่อ โดยใช้เครื่องมือดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 อุปกรณ์สำหรับศึกษารูปแบบการไหลภายในท่อ

รูปที่ 5.1 ประกอบด้วยถังบรรจุของเหลวขนาดใหญ่ ติดตั้งท่อใสและวาล์วควบคุมด้านท้าย (ตำแหน่ง 2) ด้านบนติดตั้งถังขนาดเล็กที่บรรจุของเหลวผสมสี (ของเหลวผสมสีควรมีคุณสมบัติใกล้เคียงกับของเหลวที่จะทำการทดลองมากที่สุด) มีวาล์วควบคุม (ตำแหน่งที่ 1) การศึกษาของเรย์โนลด์มีวิธีการดังนี้ เปิดวาล์วที่ตำแหน่งที่ 2 เล็กน้อยรอจนกระทั่งการไหลเป็นแบบคงที่ ทำการวัดอัตราการไหล (สามารถคำนวณความเร็วการไหลได้) จากนั้นเปิดวาล์วที่ตำแหน่งที่ 1 ให้ของเหลวผสมสีไหลผ่านท่อใสรอจนกระทั่งเส้นสีมีรูปแบบไม่เปลี่ยนแปลง จากนั้นสังเกตรูปแบบของเส้นสี ซึ่งเส้นสีดังกล่าวนี้คือเส้นแนวการไหล ทำการเปิดวาล์วน้ำที่ตำแหน่ง 2 หลาย ๆ ค่าและสังเกตรูปแบบของเส้นสีที่อัตราการไหลแตกต่างกัน จากนั้นสามารถนำมาสรุปรูปแบบการไหลได้ดังนี้

1. หากเส้นสีที่เห็นมีลักษณะเป็นเส้นเรียบไม่มีการแตกตัว จะเรียกสภาพการไหลแบบนี้ว่า การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) เป็นสภาพการไหลที่อนุภาคของของไหลมีการเคลื่อนที่ไปด้วยกันอย่างเป็นระเบียบไม่สับสน
2. หากเส้นสีที่เห็นมีลักษณะเป็นเส้นไม่เรียบ มีการแตกตัวอย่างชัดเจน จะเรียกสภาพการไหลแบบนี้ว่าการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) เป็นสภาพการไหลที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไปด้วยกันอย่างสับสนวุ่นวาย ไม่เป็นระเบียบ และ
3. การไหลช่วงแปรเปลี่ยน (Transitional Flow) เป็นสภาพการไหลในช่วงที่เป็นการเปลี่ยนจากสภาพการไหลแบบราบเรียบไปสู่สภาพการไหลแบบปั่นป่วน

จากนั้นเรย์โนลด์ได้ทำการเปลี่ยนขนาดท่อใส่หลาย ๆ ขนาด และเปลี่ยนชนิดของไหลหลาย ๆ ชนิด จนสามารถนำเสนอตัวเลขเรย์โนลด์ ได้ดังสมการ

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (5.1)$$

เมื่อ  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $\text{kg/m}^3$ )  $V$  คือความเร็วของการไหลภายในท่อ ( $\text{m/s}$ )  $D$  คือเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ ( $\text{m}$ ) และ  $\mu$  คือความหนืดทางพลวัตของของไหล ( $\text{N}\cdot\text{s/m}^2$ ) โดยมีการแบ่งดังนี้

$Re \leq 2000$	=	การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow)
$2000 < Re < 4000$	=	การไหลช่วงแปรเปลี่ยน (Transitional Flow)
$Re \geq 4000$	=	การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow)

ค่าตัวเลขเรย์โนลด์เป็นเทอมไร้มิติ ทำให้ไม่มีหน่วยดังนั้นจึงสามารถใช้ได้กับท่อได้ทุกชนิดและใช้กับของเหลวได้ทุกชนิดเช่นกัน

**ตัวอย่างที่ 5.1** ของเหลวชนิดหนึ่งมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.89 มีความหนืดจลศาสตร์เท่ากับ  $0.84 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s ไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm ด้วยอัตราการไหล 400 L/s จงหารูปแบบการไหลภายในท่อดังกล่าว

**วิธีทำ**

$$\text{ความเร็วการไหล, } V = \frac{Q}{A} = \frac{(400/1,000)}{(\pi \times 0.2^2)/4} = 12.73 \text{ m/s}$$

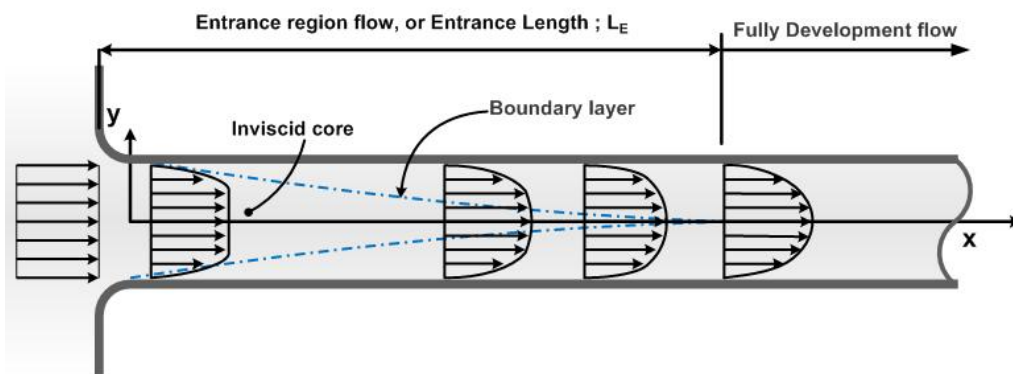
หาตัวเลขเรย์โนลด์จากสมการที่ 5.1

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{12.73 \times 0.2}{0.84 \times 10^{-6}} = 3.03 \times 10^6$$

ตัวเลขเรย์โนลด์ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 4,000 แสดงว่าเป็นการไหลแบบปั่นป่วน

## การไหลช่องทางเข้าและการไหลพัฒนาเต็มที่ (Entrance Region and Fully Developed Flow)

การไหลเข้าท่อตรงตำแหน่งจุดเชื่อมบรรจบจากแหล่งน้ำ ซึ่งจะเรียกการไหลเข้าท่อบริเวณดังกล่าวนี้ว่า การไหลช่วงเข้า (Entrance Region) ดังรูปที่ 5.2 โดยการกระจายความเร็วการไหล (Velocity Profile) ช่วงที่เริ่มเข้าท่อ (หน้าตัดที่ 1) จะมีความเร็วใกล้เคียงกันตลอดหน้าตัด และเมื่อไหลเข้าสู่ท่อผลของความหนืดทำให้ของไหลส่วนที่ติดผนังท่อยึดติดกับผิวท่อ (No-Slip Boundary Condition) ทำให้เกิดชั้นขอบเขต (Boundary Layer) โดยชั้นขอบเขตค่อย ๆ ขยายตัวลู่เข้าสู่ศูนย์กลางท่อ ทำให้ความเร็วหน้าตัดค่อย ๆ ค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงตามระยะทางที่ไหลไปตามความยาวท่อ การกระจายความเร็วจะมีการปรับตัวอย่างต่อเนื่องจนท้ายที่สุดเข้าสู่ภาวะสมดุลที่ตำแหน่งที่ชั้นขอบเขตครอบคลุมถึงแกนกลางท่อ ซึ่งก็คือตำแหน่งสิ้นสุดของการไหลช่วงเข้าและเป็นตำแหน่งการไหลที่เข้าสู่การไหลพัฒนาเต็มที่ (Fully Developed Flow) เมื่อการไหลเข้าสู่ช่วงพัฒนาเต็มที่แล้วการกระจายความเร็วการไหลจะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามระยะทาง จนกว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของการไหล เช่น เปลี่ยนขนาดท่อ หรือการไหลผ่านอุปกรณ์ประกอบท่อต่าง ๆ เช่น วาล์ว ข้องอ เป็นต้น



รูปที่ 5.2 การไหลช่วงทางเข้า

ระยะจากตำแหน่งที่เริ่มไหลเข้าท่อจนถึงตำแหน่งที่เป็นการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ เรียกว่า ความยาวช่วงทางเข้า (Entrance length,  $L_E$ ) โดยสามารถหาความยาวช่วงทางเข้าได้ดังนี้  
กรณีการไหลเป็นแบบราบเรียบ

$$L_E = 0.06 \text{Re} \quad (5.2)$$

และกรณีการไหลเป็นแบบปั่นป่วน

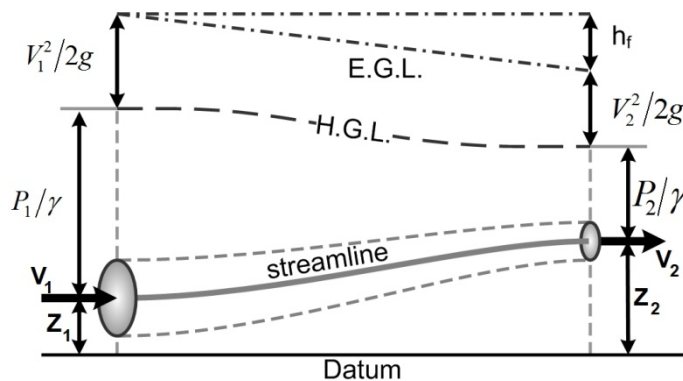
$$L_E = 4.4D(\text{Re})^{1/6} \quad (5.3)$$

เมื่อ  $\text{Re}$  คือ ตัวเลขเรย์โนลด์  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ (หน่วยของ  $L_E$  และ  $D$  จะต้องเป็นหน่วยเดียวกัน)

จะเห็นได้ว่าความยาวช่วงทางเข้ากรณีการไหลแบบราบเรียบจะเกิดขึ้นจากอิทธิพลของตัวเลขเรย์โนลด์เท่านั้น ส่วนการไหลแบบปั่นป่วนจะมีอิทธิพลของขนาดท่อเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย อย่างไรก็ตามการคำนวณหารูปแบบการกระจายความเร็ว ของการไหลในช่วงทางเข้ามีความซับซ้อน และยุ่งยากมาก เนื่องจากจะมีการแปรเปลี่ยนตามระยะทาง อย่างไรก็ตามเมื่อการไหลพัฒนาเข้าสู่ช่วงการไหลพัฒนาเต็มที่ การกระจายความเร็วจะวิเคราะห์ได้ง่ายขึ้น เนื่องจากการความเร็ว จะแปรผันกับระยะตามแนวรัศมี (r) แต่จะไปแปรผันตามระยะทางตามแนวความยาวของท่อ

### การสูญเสียพลังงานภายในท่อ (Energy Losses in Pipe)

การไหลภายในท่อจะมีการสูญเสียพลังงานตามระยะทางที่ไหลโดยสามารถแบ่งได้เป็นสองส่วน คือ 1) การสูญเสียหลักได้แก่การสูญเสียพลังงานที่เกิดจากแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของของไหล และแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างของไหลกับผนังท่อ 2) การสูญเสียรองคือการสูญเสียพลังงานเนื่องจากไหลผ่านอุปกรณ์ประกอบท่อ เช่น ข้อต่อ ข้องอ วาล์ว เป็นต้น หากพิจารณาการไหลจากตำแหน่งที่ 1 ไปตำแหน่งที่ 2 ของการไหลภายในท่อดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 การไหลเมื่อมีการสูญเสียพลังงาน

จากรูปที่ 5.3 หากประยุกต์ใช้ ทฤษฎีของเบอร์นูลีกับการไหลที่มีการสูญเสียพลังงานระหว่างหน้าตัดการไหลที่ 1 ไปหน้าตัดการไหลที่ 2 จะมีความสัมพันธ์ดังสมการ

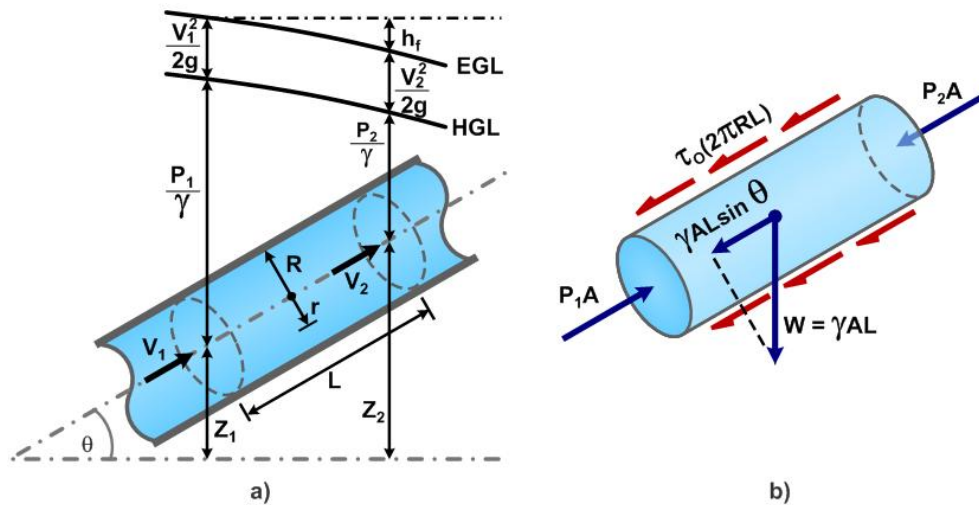
$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L$$

หรือ

$$H_L = (Z_1 - Z_2) + \left( \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (5.4)$$

### การสูญเสียหลัก (Major Losses)

การสูญเสียหลักคือการสูญเสียพลังงานที่เกิดจากแรงเสียดทานเนื่องจากความหนืดของของไหล และแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างของไหลกับผนังท่อ บางครั้ง เรียกอีกว่าการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความฝืด (Friction Losses) แต่เนื่องจากการสูญเสียที่มีค่ามากกว่าอย่างอื่นจึงเรียกว่าการสูญเสียหลัก โดยพลังงานที่สูญเสียนั้นจะขึ้นอยู่กับ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ ความยาวของท่อ ความหยาบของวัสดุที่ใช้ทำท่อ ความหนืดของของไหล และความเร็วในการไหล เมื่อพิจารณาการไหลเป็นแบบคงที่ของท่อที่วางเอียงทำมุมกับแนวระดับดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 การสูญเสียพลังงานเนื่องจากแรงเสียดทาน

จากรูปที่ 5.4a เป็นการไหลจากหน้าตัดที่ 1 ไปหน้าตัดที่ 2 ซึ่งมีขนาดหน้าตัดการไหลเท่ากัน ทำให้ความเร็วการไหลที่หน้าตัดที่ 1 และหน้าตัดที่ 2 มีค่าเท่ากัน จากสมการที่ 5.4 สามารถหาการสูญเสียพลังงานได้ดังนี้

$$H_L = (Z_1 - Z_2) + \left( \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right) \quad (5.5)$$

จากสมการโมเมนตัม

$$\sum F = \sum (\rho QV)_{out} - \sum (\rho QV)_{in}$$

การไหลมีทางเข้าทางเดียวและทางออกทางเดียวจะได้ และการไหลแบบคงที่ ของไหลเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้



$$\sum F = \rho Q(V_2 - V_1)$$

เนื่องจากความเร็วการไหล  $V_1 = V_2$  ดังนั้น

$$\sum F = 0$$

จากรูปที่ 5.4b

$$F_1 - F_2 - W \sin \theta - F_f = 0$$

$$P_1 A - P_2 A - \gamma A L \sin \theta - \tau_o (2\pi R L) = 0$$

เอา  $\gamma$  และ  $A$  หารตลอด และ  $L \sin \theta = Z_2 - Z_1$  จะได้

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} + (Z_1 - Z_2) = \frac{\tau_o (2\pi R L)}{\gamma A} \quad (5.6)$$

จากสมการที่ 5.5 พบว่า  $H_L = (Z_1 - Z_2) + \left( \frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right)$  จะได้

$$h_f = \frac{\tau_o (2\pi R L)}{\gamma A} \quad \text{หรือ} \quad h_f = \frac{\tau_o (2\pi R L)}{\gamma (\pi R^2)} = \frac{2L \tau_o}{\gamma R} \quad (5.7)$$

ในปี ค.ศ. 1850 วิศวกรชาวฝรั่งเศสชื่อ Henry Darcy และ ศาสตราจารย์ชาวเยอรมัน Julius Weisbach ได้ทำการทดลองการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความหนืดของของไหลและแรงเสียดทานของไหลกับผนังท่อ จากผลการทดลองพบว่า ความเค้นเฉือน ( $\tau_o$ ) เป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับความเร็วกำลังสอง ดังสมการ

$$\tau_o \propto V^2 \quad (5.8)$$

หรือ

$$\tau_o = K V^2 \quad (5.9)$$

เมื่อ  $K$  คือค่าคงที่ แทนค่าลงในสมการที่ 5.7 จะได้

$$h_f = \frac{2LK V^2}{\gamma R}$$

เมื่อ  $R = D/2$  และ  $\gamma = \rho g$  จะได้

$$h_f = \frac{4LKV^2}{\rho g D} \quad (5.10)$$

และ Darcy และ Weisbach ได้กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานขึ้นมาขึ้นมา โดยให้มีค่าเท่ากับ  $\frac{8K}{\rho}$  ดังนั้นสมการที่ 5.10 สามารถเขียนได้เป็น

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (5.11)$$

เมื่อ  $h_f$  คือการสูญเสียพลังงานการไหลภายในท่อ (การสูญเสียหลัก, m)  $f$  คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (friction factor, ไม่มีหน่วย)  $L$  คือความยาวของเส้นท่อ (m)  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ (m)  $V$  คือความเร็วเฉลี่ยของการไหลภายในท่อ (m/s)  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m/s^2$ ) สมการที่ 5.11 เรียกว่าสมการของ Darcy Weisbach เป็นสมการเพื่อหาค่าการสูญเสียพลังงานการไหลภายในท่อ ซึ่งก็คือการสูญเสียหลักนั่นเอง จะเห็นได้ว่าการสูญเสียหลักเนื่องจากแรงเสียดทานภายในท่อเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความยาวและเฮดความเร็ว (Velocity Head) และเป็นปฏิภาคผกผันกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ จากการวิเคราะห์มิติซึ่งได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 พบว่าค่า ค่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ( $f$ ) เป็นฟังก์ชันของ ตัวเลขเรย์โนลด์ ( $Re$ ) และความขรุขระสัมพัทธ์ ( $\epsilon/D$ ) ดังสมการ

$$f = \phi \left( Re, \frac{\epsilon}{D} \right) \quad (5.12)$$

โดยที่  $Re = \frac{\rho V D}{\mu}$  เมื่อ  $\rho$  คือความหนาแน่นของของไหล ( $kg/m^3$ )  $V$  คือความเร็วการไหล (m/s)  $D$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ (m) ไหล  $\mu$  คือความหนืดพลวัต ( $N \cdot s/m^2$ ) และ  $\epsilon$  คือความขรุขระของผิวภายในท่อ (m) สำหรับความขรุขระของผิวภายในท่อแสดงดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่าความขรุขระของผิวภายในท่อ

ลักษณะผิวท่อ	ความขรุขระของผิวภายในท่อ (mm)
ทองแดง (Copper), ตะกั่ว (Lead), ทองเหลือง (Brass), อลูมิเนียม Aluminum (ใหม่)	0.001-0.002
พีวีซี (PVC), พลาสติก (Plastic), แก้ว (Glass)	0.0015-0.007
อีพ็อกซี่ (Epoxy), ไวนิลเอสเทอร์ (Vinyl ester)	0.0052
เหล็กกล้าไร้สนิม (Stainless steel)	0.0152
เหล็กเชิงพาณิชย์ (Commercial steel)	0.045-0.0914
เหล็กยืด (Stretched steel)	0.0152
เหล็กเชื่อม (Weld steel)	0.045
เหล็กชุบสังกะสี (Galvanized steel)	0.152
เหล็กมีสนิม (Rusted steel)	0.152-0.4
เหล็กหล่อใหม่ (New cast iron)	0.244-0.823
เหล็กหล่อสึกกร่อน (Worn cast iron)	0.823-1.52
เหล็กหล่อเป็นสนิม (Rusty cast iron)	1.52-2.5
เหล็กแผ่นหรือผิวถูกเคลือบด้วยแอสฟัลท์ (Sheet or asphalted cast iron)	0.01-0.152
คอนกรีตฉาบผิว (Smoothed cement)	0.305
คอนกรีตผิวธรรมดา (Ordinary concrete)	0.3-1.0
คอนกรีตผิวหยาบ (Coarse concrete)	0.3-5.0
ไม้ไสผิวเรียบ (Well planed wood)	0.183-0.94

ในปี ค.ศ. 1933 J.Nikuradse ได้ทำการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ของ  $f = \phi\left(\text{Re}, \frac{\epsilon}{D}\right)$  โดยการทดลองโดยใช้ท่อผิวหยาบ โดยการนำทรายต่าง ๆ มาติดที่ผิวภายในท่อด้วยกาวและทำการวัดการสูญเสียพลังงานหลัก (เสดความดันที่หายไป) โดยการแปรผันอัตราการไหล ตัวเลขเรย์โนลด์ ( Re) และค่าความ

ขรุขระผิวสัมพัทธ์  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$  และได้นำเสนอค่า ตัวแปรไร้มิติของความขรุขระ ( Dimensionless Characteristic Roughness)  $\left(\frac{\varepsilon u^*}{\nu}\right)$  ที่มีอิทธิพลต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานดังนี้

- $\frac{\varepsilon u^*}{\nu} < 5$  ถือว่าเป็นกรณีผนังเรียบ และพบว่าความขรุขระของผนังท่อจะมาส่งผลต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต้นนั้น สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับตัวเลขเรย์โนลด์เพียงอย่างเดียว
- $5 < \frac{\varepsilon u^*}{\nu} < 70$  ความขรุขระของผนังท่อจะมาส่งผลต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในระดับปานกลางและสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับตัวเลขเรย์โนลด์และความขรุขระสัมพัทธ์ของท่อ
- $\frac{\varepsilon u^*}{\nu} > 70$  ถือว่าเป็นท่อที่มีผิวขรุขระมากจนทำให้การไหลเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Fully rough flow or Complete turbulent flow) ดังนั้นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับความขรุขระสัมพัทธ์ของท่อเพียงอย่างเดียว

เมื่อ  $u^*$  คือ friction velocity เป็นชื่อที่ถูกนิยามขึ้นเนื่องจากมีมิติเหมือนกับความเร็ว แต่ไม่ใช่ความเร็ว ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$  เมื่อ  $\tau$  คือความเค้นเฉือน และ  $\rho$  คือความหนาแน่น  $\varepsilon$  คือความขรุขระของผิวภายในท่อ และ  $\nu$  คือ ค่าความหนืดจลศาสตร์ ( Kinematic viscosity) ในปี ค.ศ. 1939 Colebrook ได้นำเสนอสมการการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในกรณีที่ความขรุขระของผนังท่อมีผลกระทบในระดับปานกลางดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (5.13)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ในปี ค.ศ. 1983 Haaland ได้ทำการปรับปรุงสมการของ Colebrook แต่สมการของ Haaland มีความคาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง 10-15% ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ สมการดังกล่าวคือ

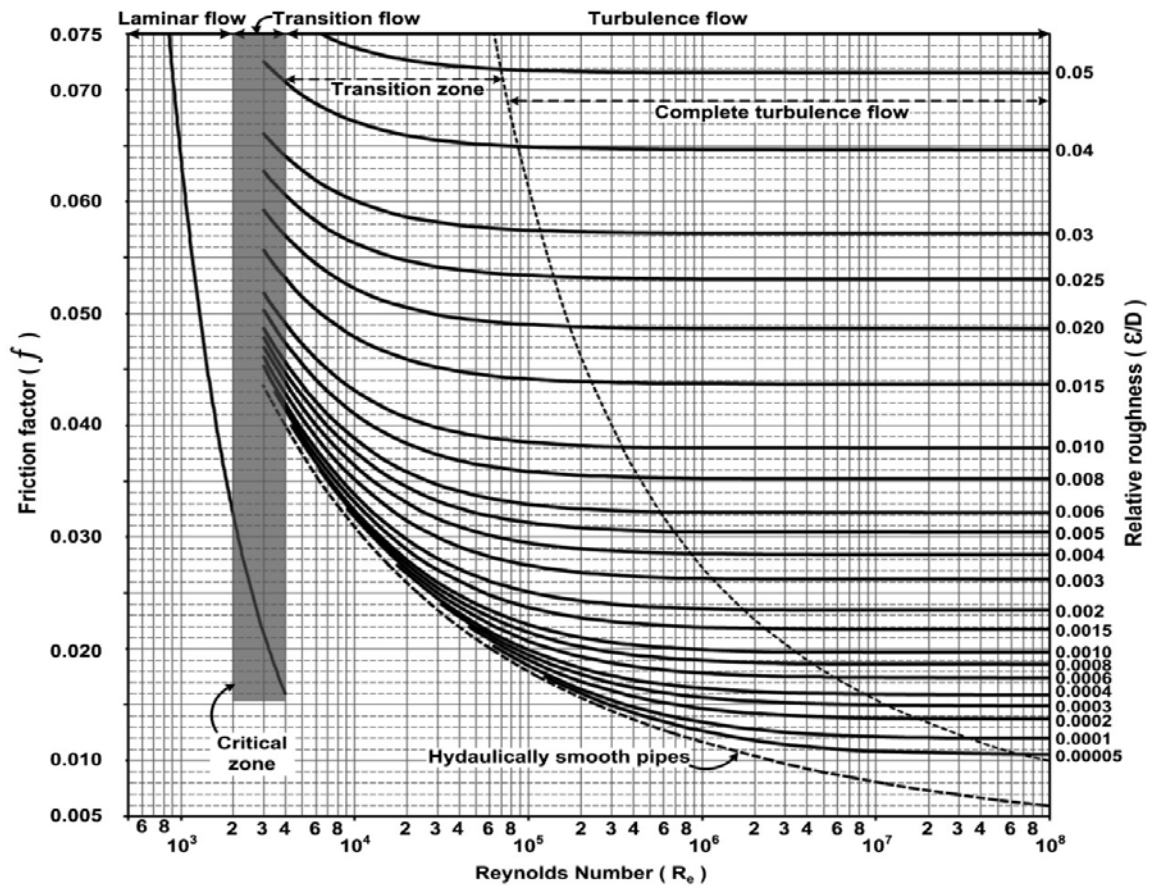
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.88 \log \left( \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.91}{\text{Re}} \right) \quad (5.14)$$

ในกรณีการไหลในท่อขรุขระมาก (Fully rough flow) Karman ได้นำเสนอสมการของการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไว้ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{3.7}{\varepsilon/D} \right) \quad (5.15)$$

จะเห็นได้ว่าการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจากสมการที่ 5.13-5.15 มีความยุ่งยากและซับซ้อน ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการใช้งาน ในปี ค.ศ. 1944 Lewis F. Moody นำมาเสนอกราฟ

ความสัมพันธ์ระหว่าง  $f = \phi \left( \text{Re}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$  โดยมีลักษณะดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 Moody Diagram

**ตัวอย่างที่ 5.2** น้ำที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส มีความหนืดเชิงจลนศาสตร์ของน้ำ ( $\nu$ ) =  $1.003 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s ไหลผ่านท่อเหล็กหล่อหุ้มแอสฟัลต์ (Asphalted Cast-Iron) ซึ่งมีความขรุขระของผิวภายในท่อเท่ากับ 0.12 mm มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 20 cm ด้วยอัตราการไหล 0.05 (m<sup>3</sup>/s) จงหาพลังงานที่ลดลงต่อความยาวของท่อหนึ่งกิโลเมตร

### วิธีทำ

คำนวณตัวเลขเรย์โนลด์

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.05}{\pi \times 0.2^2 / 4} = 1.59 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{1.59 \times 0.2}{1.003 \times 10^{-6}} = 3.18 \times 10^5$$

สำหรับเหล็กหล่อหุ้มแอสฟัลต์ (asphalted cast-iron) จะได้ค่า  $\epsilon/D = 0.0006$  และจากกราฟของ Moody โดยใช้ค่า  $\epsilon/D$  และค่า Re ที่คำนวณได้พบว่า  $f = 0.019$  ค่าของพลังงานที่ลดลงสามารถคำนวณได้จากสมการของ Darcy-Weisbach

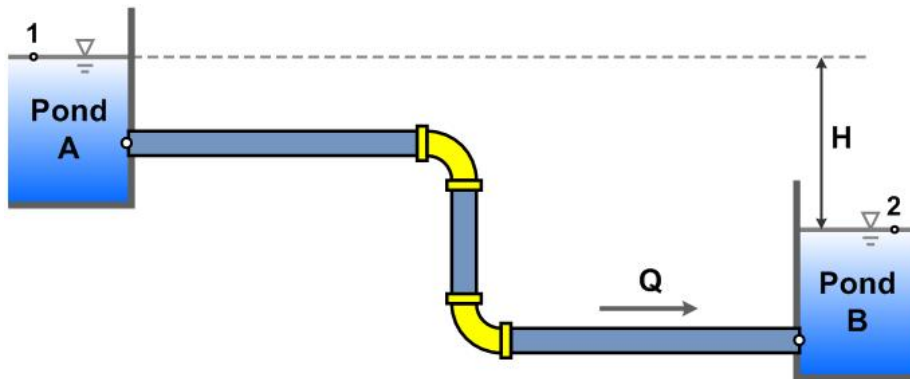
$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = 0.019 \times \left( \frac{1000}{0.2} \right) \left( \frac{1.59^2}{2 \times 9.81} \right) = 12.2 \text{ m}$$

เพราะฉะนั้นค่าพลังงานที่ลดลงต่อความยาวท่อหนึ่งกิโลเมตรมีค่าเท่ากับ 12.2 เมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.3 น้ำไหลจาก สระ (Pond) A ไป สระ B ด้วยอัตราการไหล 80 liter/s โดยผ่านท่อเหล็กหล่อใหม่ (New Cast iron) ซึ่งมีความขรุขระของผิวภายในเท่ากับ 0.25 mm และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm ความยาวท่อรวมทั้งหมด 800 m จงหาผลต่างของระดับผิวน้ำระหว่าง สระ A และ สระ B

กำหนด

- ไม่คิดการสูญเสียพลังงานรองเนื่องจากอุปกรณ์ประกอบท่อ
- การไหลเป็นแบบคงที่ (ระดับน้ำใน สระ A และ สระ B มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เนื่องจาก เป็นสระขนาดใหญ่มาก)
- น้ำมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 30 องศาเซลเซียส



รูปที่ Ex5.2-1 การไหลของน้ำจาก Tank A ไป Tank B แบบคงที่

วิธีทำ

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.3-1})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.3-2})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.2-2

$$H = H_L$$

หรือ

$$H = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (\text{Ex5.3-3})$$

อัตราการไหลภายในท่อเท่ากับ  $Q=0.08 \text{ m}^3/\text{s}$  และพื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ

$$A = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2 \text{ ดังนั้นความเร็วในการไหลในท่อ } V = \frac{Q}{A} = \frac{0.08}{0.0314} = 2.55 \text{ m/s} \text{ ต้องการหา}$$

ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน ( $f$ ) ต้องทราบค่าตัวเลขเรย์โนลด์ ( $Re$ ) และ ค่าความขรุขระสัมพัทธ์  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (\text{Ex5.3-4})$$

จากตารางที่ เมื่อน้ำอุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียสจะทำให้ความหนืดจลศาสตร์มีค่าเท่ากับ  $8.009 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  แทนค่าลงในสมการที่ Ex5.3-4 จะได้

$$Re = \frac{2.55 \times 0.2}{8.009 \times 10^{-7}} = 6.37 \times 10^5$$

และจากตารางที่ ได้ค่า ความขรุขระผิวท่อ ( $\varepsilon$ ) เท่ากับ 0.25 ดังนั้นจะได้

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.00125$$

นำค่า  $Re$  และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$  ที่คำนวณได้ไปเปิดกราฟ Moody diagram พบว่าค่า  $f = 0.021$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex5.3-3 จะได้

$$H = 0.021 \times \frac{800}{0.2} \times \frac{2.55^2}{2g} = 27.84 \text{ m}$$

ผลต่างของผิวน้ำระหว่าง สระ A และ สระ B เท่ากับ 27.84 m หรืออาจกล่าวได้ว่าการสูญเสียพลังงานหลักเนื่องจากการไหลเท่ากับ 27.84 m **ตอบ**



### การสูญเสียรอง (Minor Losses)

การสูญเสียรองเป็นการสูญเสียพลังงานการไหลเนื่องจากเกิดสภาพการไหลแบบปั่นป่วนเฉพาะที่ เช่นตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดหรือทิศทางของความเร็วของการไหล โดยจะเกิดขึ้นเมื่อมีการไหลผ่านอุปกรณ์ประกอบท่อต่างๆ เช่น วาล์ว ข้อต่อ ข้อลด ข้อขยาย ข้องอต่างๆ เป็นต้น ขนาดของการสูญเสียรองนี้จะขึ้นอยู่กับชนิดและจำนวนอุปกรณ์ประกอบท่อ ซึ่งการสูญเสียรองนี้จะระบุอยู่ในรูปของค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor Loss Coefficient, K) คูณกับ เฮดความเร็ว (Velocity Head) ดังสมการที่ 5.16

$$h_m = K \frac{V^2}{2g} \quad (5.16)$$

เมื่อ  $h_m$  คือการสูญเสียพลังงานรอง (m) K คือสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (ไม่มีหน่วย) V คือความเร็วการไหล (m/s) และ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m/s^2$ ) ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรองสามารถหาได้จากการทดลองซึ่งมีผู้นำเสนอค่า K ที่มักพบโดยทั่วไป ดังนี้

### การสูญเสียพลังงานรองเนื่องจากการไหลผ่านวาล์ว

วาล์วมีบทบาทที่สำคัญในการควบคุมทางชลศาสตร์ เช่น ควบคุมอัตราการไหล ปิดกั้นมิให้น้ำไหลผ่าน ป้องกันการไหลย้อนกลับ และบางกรณีใช้ลดความดัน วาล์วมีหลายชนิด ดังรูปที่ 5.7 ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการใช้งาน



a) Globe Valve



b) Gate Valve



c) Butterfly Valve

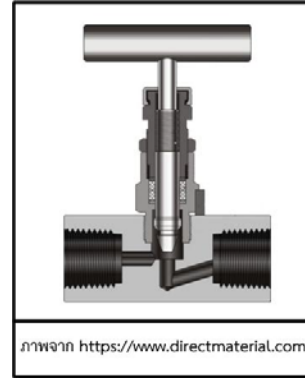
รูปที่ 5.7 วาล์วน้ำ



d) Rotary Cone Valve



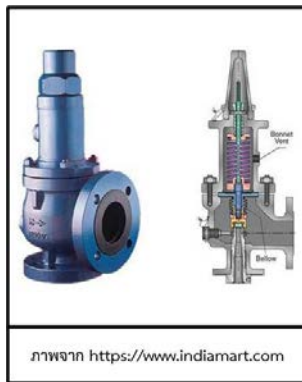
e) Ball Valve



f) Needle Valve



g) Isolate Valve



h) Pressure Relief Valve



i) Check Valve

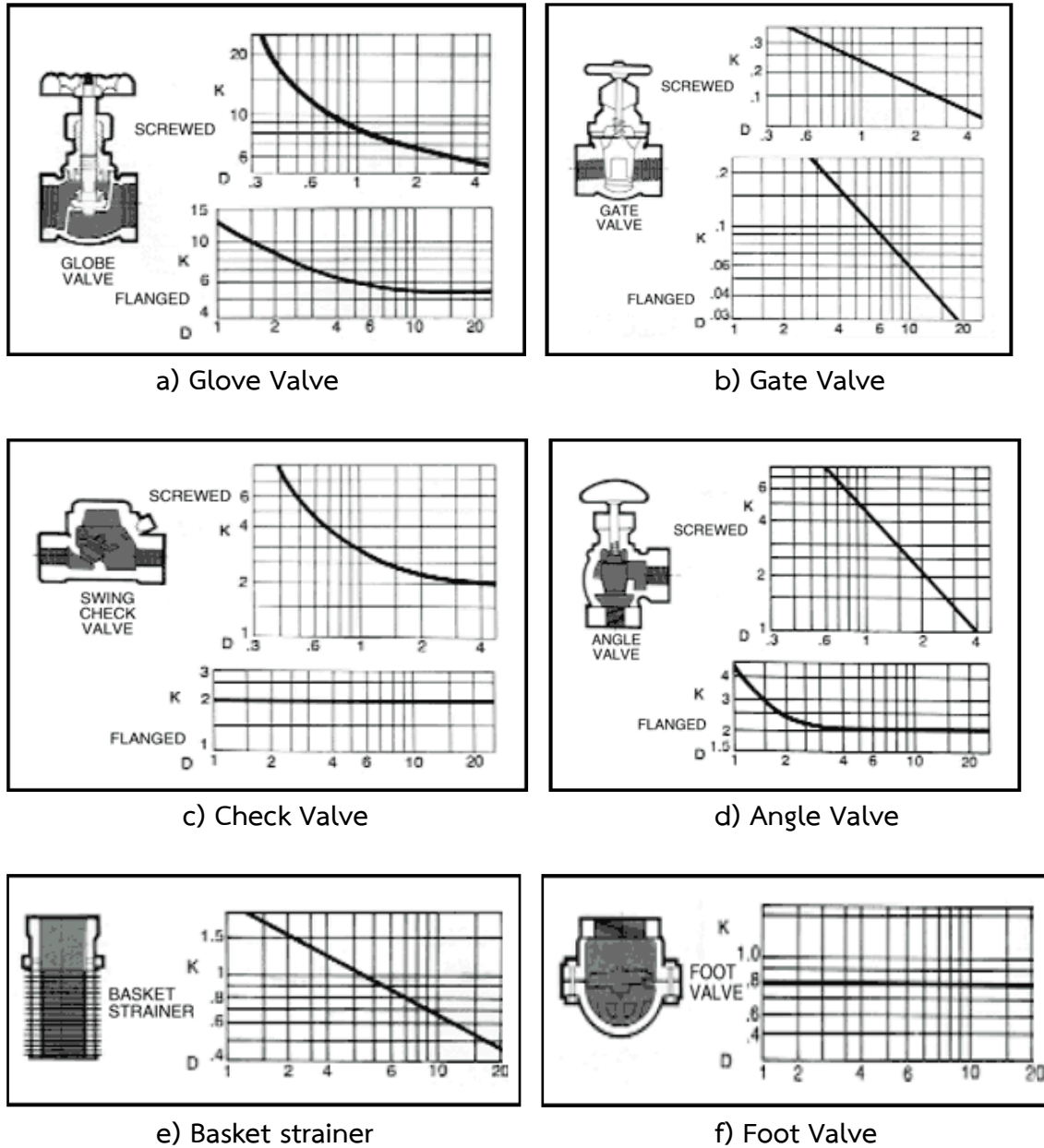


j) Foot Valve

รูปที่ 5.7 (ต่อ)

- วาล์วควบคุม (Control valve) การไหล เช่น โกลบวาล์ว (Globe Valve) เกตวาล์ว (Gate Valve) วาล์วปีกผีเสื้อ (Butterfly Valves) วาล์วทรงกรวย (Rotary Cone Valve) วาล์วลูกบอล (Ball Valve) วาล์วเข็ม (Needle Valve)
- วาล์วตัดตอน (Isolating Valve) ทำหน้าที่ไม่ให้น้ำที่ไหลจากด้านต้นน้ำหรือท้ายน้ำไหลผ่าน
- วาล์วลดความดัน (Pressure Relief Valve) ทำหน้าที่ลดความดันในท่อให้ลดลงตามค่าที่ยอมให้ในการออกแบบ
- เซควาล์ว (Check Valve) ทำหน้าที่ป้องกันการไหลกลับของของไหลเมื่อเครื่องสูบน้ำปิดกะทันหันเพื่อลดความเสียหายที่อาจเกิดขึ้นเนื่องจากน้ำกระแทก เช่น วาล์วแบบบานเหวี่ยง (Swing check Valve) ฟุตวาล์วหรือหัวกะโหลก (Foot Valve) ซึ่งติดตั้งไว้ที่ปลายท่อดูด

เมื่อมีการไหลผ่านวาล์วก็จะมี การสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นซึ่งจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับชนิดของวาล์วและขนาดของช่องเปิด ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor Loss Coefficient,  $K$ ) ของวาล์วบางชนิดสามารถหาได้จากรูปที่ 5.8



a) Glove Valve

b) Gate Valve

c) Check Valve

d) Angle Valve

e) Basket strainer

f) Foot Valve

รูปที่ 5.8 การสูญเสียพลังงานรองเนื่องจากการไหลผ่านวาล์ว  
ที่มา: Toprak (2000)

ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานนั้นขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่ผลิตด้วย ดังนั้นเพื่อให้ผู้ออกแบบมีข้อมูลในการตัดสินใจเบื้องต้น ค่าการสูญเสียพลังงานรองสำหรับค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรองที่นิยมใช้กันทั่วไปของอุปกรณ์ประกอบท่อสามารถหาได้จากตารางที่ 5.2

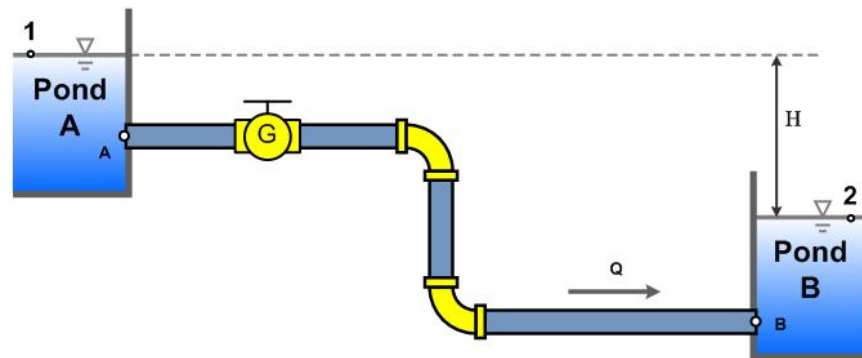
ตารางที่ 5.2 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss coefficient, K)

Type of Component	K	Type of Component	K	Type of Component	K
<b>Pipe Entrance</b> <b>(Reservoir to Pipe)</b>		<b>Globe valve - fully open</b>	10.00	<b>Cross</b>	
Square Connection	0.50	<b>Gate valve - fully open</b>	0.39	Line flow	0.50
Rounded Connection	0.20	3/4 open	1.10	Branch flow	0.75
Re-entrant	1.00	1/2 open	4.80	<b>Mitered bend (q)</b>	
<b>Pipe Exit</b> <b>(Pipe to Reservoir)</b>		1/4 open	27.00	15°	0.05
Square Connection	1.00	<b>Ball Valve - fully open</b>	0.05	30°	0.10
Rounded-Connection	1.00	2/3 open	5.50	45°	0.20
Re-entrant	1.00	1/3 open	200.00	60°	0.35
<b>Contraction - sudden</b>		<b>Angle valve - fully open</b>	4.30	90°	0.80
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.80	0.18	<b>Check valve - conventional</b>	4.00	<b>90° smooth bend</b>	
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.50	0.37	<b>Check valve - clearway</b>	1.50	Bend radius/D = 4	0.16-0.18
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.20	0.49	<b>Check valve - ball</b>	4.50	Bend radius/D = 2	0.19-0.25
<b>Contraction - conical</b>		<b>Butterfly valve - fully open</b>	1.20	Bend radius/D = 1	0.35-0.40
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.80	0.05	<b>Cock - straight through</b>	0.50	<b>Elbows</b>	
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.50	0.07	<b>Foot valve - hinged</b>	2.20	Threaded - Regular 90°	1.50
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.20	0.08	<b>Foot valve - poppet</b>	12.50	Threaded- Regular 45°	0.40
<b>Expansion - sudden</b>		<b>Tee</b>		Threaded - Long Radius 90°	0.70
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.80	0.16	Line flow	0.30-0.40	Flanged- Regular 90°	0.30
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.50	0.57	Branch flow	0.75-1.80	Flanged Long Radius 90°	0.20
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.20	0.92	Flanged, Line Flow	0.20	Flanged Long Radius 45°	0.20
<b>Expansion - conical</b>		Flanged, Branch Flow	1.00	<b>180° Return Bends</b>	
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.80	0.03	Threaded, Line Flow	0.90	Flanged	0.20
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.50	0.08	Threaded, Branch Flow	2.00	Threaded	1.50
D <sub>2</sub> /D <sub>1</sub> =0.20	0.13	Threaded Union	0.08		

**ตัวอย่างที่ 5.4** น้ำไหลจาก สระ A ไป สระ B โดยผ่านท่อเหล็กหล่อใหม่ (New Cast iron) ซึ่งมีความขรุขระของผิวภายในท่อเท่ากับ 0.25 mm และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm ความยาวท่อรวมทั้งหมด 800 m ทำการติดตั้งวาล์วควบคุมน้ำแบบ Gate valve ซึ่งทำการเปิดเต็มที่ และข้ออแบบ Threaded regular 90° จงหาผลต่างของระดับผิวน้ำระหว่าง สระ (Pond) A และ สระ B

กำหนด

- การไหลเป็นแบบคงที่ (ระดับน้ำใน สระ A และ สระ B มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เนื่องจาก เป็นสระขนาดใหญ่มาก)
- น้ำมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 30 องศาเซลเซียส



- ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 80 l/s จงหา ผลต่างของระดับน้ำระหว่างสระทั้งสอง
- ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 27.84 m จงหาอัตราการไหล

**วิธีทำ** หาผลต่างของระดับน้ำระหว่างสระทั้งสองกรณีที่มีอัตราการไหลเท่ากับ 80 l/s  
พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.4-1})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.4-2})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.4-2

$$H = H_L = \sum h_f + \sum h_m$$

หรือ

$$H = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K \times \left( \frac{V^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex5.4-3})$$

อัตราการไหลภายในท่อเท่ากับ  $Q=0.08 \text{ m}^3/\text{s}$  และพื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ

$$A = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2 \text{ ดังนั้นความเร็วในการไหลในท่อ } V = \frac{Q}{A} = \frac{0.08}{0.0314} = 2.55 \text{ m/s}$$

ต้องการหาค่า สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงาน (f) ต้องทราบค่าตัวเลขเรย์โนลด์ (Re) และ ค่าความขรุขระสัมพัทธ์  $\left( \frac{\varepsilon}{D} \right)$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad (\text{Ex5.4-4})$$

จากตารางที่ เมื่อน้ำอุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียสจะทำให้ความหนืดจลศาสตร์มีค่าเท่ากับ  $8.009 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  แทนค่าลงในสมการที่ Ex5.2-4 จะได้

$$\text{Re} = \frac{2.55 \times 0.2}{8.009 \times 10^{-7}} = 6.37 \times 10^5$$

และจากตารางที่ ได้ค่า ความขรุขระผิวท่อ ( $\varepsilon$ ) เท่ากับ 0.25 ดังนั้นจะได้

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.00125$$

นำค่า Re และ  $\left( \frac{\varepsilon}{D} \right)$  ที่คำนวณได้ไปเปิดกราฟ Moody diagram พบว่าค่า  $f = 0.021$  จากตารางที่ 5.2 ค่า K ของทางเข้าเท่ากับ 0.5 (พิจารณาเป็นแบบ Square connection) ค่า K ของทางออกเท่ากับ 1 ค่า K ของ Gate valve เท่ากับ 0.39 และค่า K สำหรับข้ออแบบ Threaded regular  $90^\circ$  เท่ากับ 1.5 แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ Ex5.4-3 จะได้

$$H = 0.021 \times \frac{800}{0.2} \times \frac{2.55^2}{2g} + (0.5 + 0.39 + 1.5 + 1.5 + 1) \times \left( \frac{2.55^2}{2g} \right) = 29.46 \text{ m}$$

ผลต่างของผิวน้ำระหว่าง สระ A และ สระ B เท่ากับ 29.46 m หรืออาจกล่าวได้ว่าการสูญเสียพลังงานหลักเนื่องจากการไหลเท่ากับ 29.46 m **ตอบ**

หาอัตราการไหลระหว่างสระทั้งสองถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 27.84 m

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.4-1})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.4-2})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.4-2

$$27.84 = H_L = \sum h_f + \sum h_m$$

หรือ

$$27.84 = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K \times \left( \frac{V^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex5.4-3})$$

$$27.84 = \left( f \frac{800}{0.2} + 4.89 \right) \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{2g \times 27.84}{(4,000f + 4.89)}} = \sqrt{\frac{546.22}{(4,000f + 4.89)}} \quad (\text{Ex5.4-4})$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ Ex5.4-4 นั้นไม่สามารถหาค่าตอบได้ เนื่องจากไม่ทราบค่า  $f$  ซึ่งการจะหาค่า  $f$  ได้นั้น ต้องทราบค่าความเร็ว  $V$  ก่อน เนื่องจากไม่ทราบอัตราการไหลจึงทำให้ไม่สามารถคำนวณความเร็วการไหล  $V$  ส่งผลให้ไม่สามารถคำนวณค่าตัวเลขเรย์โนลด์ได้จึงไม่สามารถหาค่า  $f$  ได้ ดังนั้นการหาค่าตอบนี้ ต้องใช้วิธีการ Trial and error โดยมีวิธีการดังนี้

- สมมติค่า  $f$  (ในที่นี้สมมติ  $f=0.015$ ) และนำไปแทนค่าในสมการที่ Ex5.4-4 จะได้ค่า  $V$  ออกมา ดังนี้



$$V = \sqrt{\frac{546.22}{(4,000 \times 0.015 + 4.89)}} = 2.90 \text{ m/s}$$

- คำนวณค่า Re และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$\text{Re} = \frac{2.90 \times 0.2}{8.009 \times 10^{-7}} = 7.24 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.00125$$

- เปิดกราฟ moody diagram จะได้ค่า  $f = 0.0205$
- เนื่องจากค่า  $f$  ที่ทำการสมมติไม่เท่ากับค่า  $f$  ที่คำนวณได้ต้องทำการสมมติ  $f$  ใหม่ (ในที่นี้สมมติ  $f = 0.0205$ )

$$V = \sqrt{\frac{546.22}{(4,000 \times 0.0205 + 4.89)}} = 2.51 \text{ m/s}$$

- คำนวณค่า Re และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$\text{Re} = \frac{2.51 \times 0.2}{8.009 \times 10^{-7}} = 6.27 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.25 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.00125$$

- เปิดกราฟ moody diagram จะได้ค่า  $f = 0.0205$
- เนื่องจากค่า  $f$  ที่ทำการสมมติมีค่าเท่ากับค่า  $f$  ที่คำนวณได้ ดังนั้นความเร็วในการไหลผ่านท่อเท่ากับ 2.51 m/s
- คำนวณหาอัตราการไหลผ่านท่อ

- พื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ  $A = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2$

- ดังนั้นอัตราการไหลในท่อ  $Q = AV = 0.0314 \times 2.51 = 0.0788 \text{ m}^3/\text{s}$

อัตราการไหลภายในท่อเท่ากับ  $0.0788 \text{ m}^3/\text{s}$  หรือ 78.8 liters/s **ตอบ**

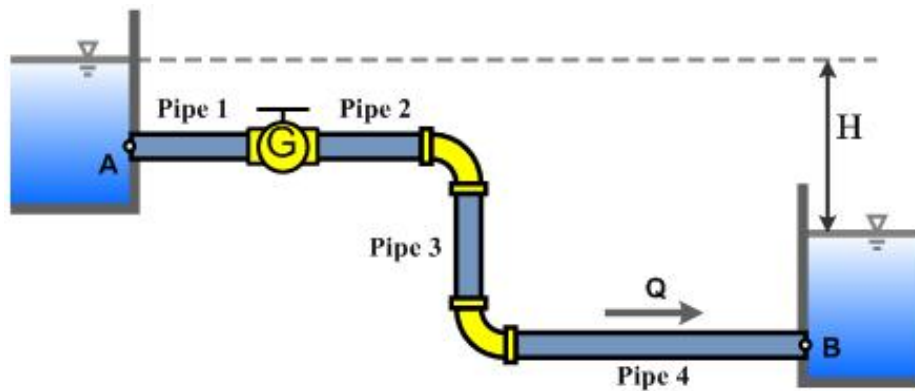
จะเห็นได้ว่าการสูญเสียพลังงานเพิ่มขึ้นอัตราการไหลก็จะลดลงเมื่อตัวแปรอื่น ๆ คงที่

### การไหลในระบบท่อ (Flow in Pipe System)

การไหลผ่านท่อภายใต้แรงดันสามารถแบ่งระบบการไหลภายในท่อได้สองแบบการไหลของของไหลผ่านท่อแบบอนุกรม (Pipes in series) และท่อแบบขนาน (Pipes in parallel) ซึ่งสามารถพบเห็นได้ทั่วไปทั้งระบบการจ่ายน้ำประปา หรือ ระบบท่อในโรงงานอุตสาหกรรม โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### การต่อท่อแบบอนุกรม (Pipes in Series)

การต่อท่อแบบอนุกรมคือการต่อท่อแบบเรียงกันเป็นแนวยาว ดังรูปที่ 5. 9 โดยการต่อท่อขนาดต่าง ๆ ให้เป็นท่อเส้นเดียวกัน เช่นไม่ว่าจะต่อจากขนาดเล็กไปขนาดใหญ่ หรือต่อท่อจากขนาดใหญ่ไปขนาดเล็ก มีหลักการในการวิเคราะห์การไหลดังนี้



รูปที่ 5.9 การต่อท่อแบบอนุกรม

- อัตราการไหลภายในแต่ละเส้นท่อ (ท่อย่อยแต่ละเส้น) มีค่าเท่ากันตามสมการการไหลต่อเนื่อง โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ

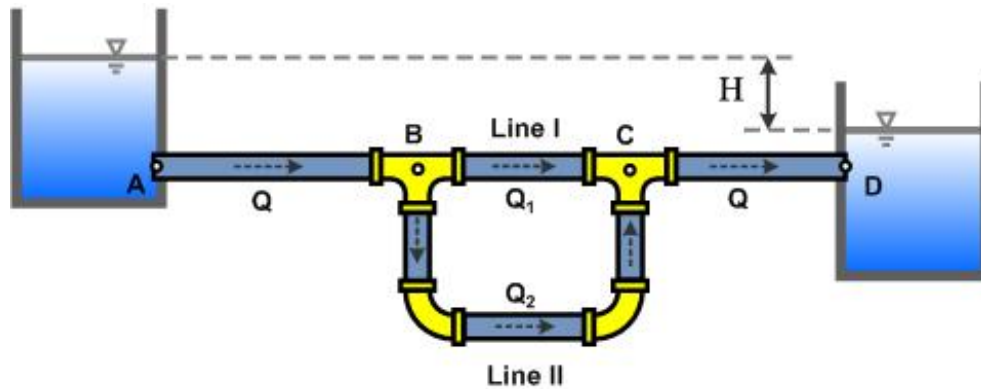
$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q \quad (5.16)$$

- การสูญเสียพลังงานทั้งหมดในระบบท่อมักมีค่าเท่ากับผลรวมของการสูญเสียพลังงานหลักและการสูญเสียพลังงานรองของทุกเส้นท่อในระบบ

$$H_L = \sum_{i=1}^4 h_f + \sum_{i=1}^4 h_m \quad (5.17)$$

### การต่อท่อแบบขนาน (Pipes in Parallel)

การต่อท่อแบบขนานคือการต่อท่อออกจากจุดเดียวกันแล้วกลับมาพบกันที่จุดรวมอีกครั้งหนึ่งดังรูปที่



รูปที่ 5.10 การต่อท่อแบบขนาน

จากรูปที่ 5.10 การต่อท่อจากตำแหน่ง B ไปตำแหน่ง C เป็นการต่อท่อแบบขนาน ซึ่งทำให้อัตราการไหลจะถูกแบ่งจากตำแหน่ง B ไปสองเส้นทางคือผ่านเส้นทางที่ 1 (Line I) และผ่านเส้นทางที่ 2 (Line II) และไปบรรจบที่ตำแหน่ง C เมื่อพิจารณาการไหลผ่านท่อที่ต่อแบบขนานพบว่ามีหลักการในการวิเคราะห์การไหลดังนี้

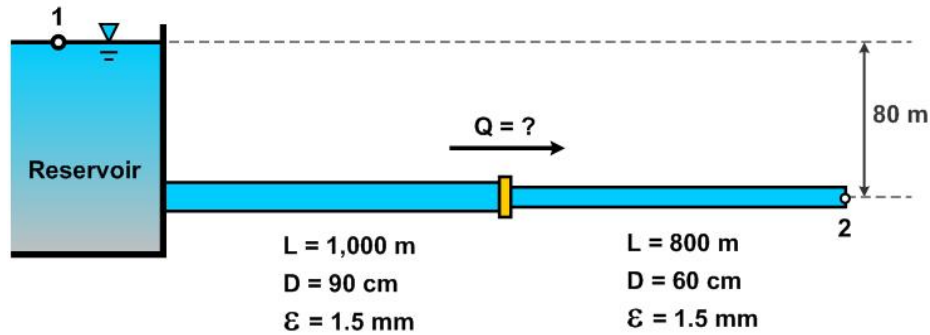
- อัตราการไหลรวม  $Q$  จะเท่ากับอัตราการไหลของแต่ละเส้นท่อรวมกันโดยมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (5.18)$$

- การสูญเสียพลังงานทั้งหมดในระบบท่อมักมีค่าเท่ากันดังสมการ

$$H_{L1} = H_{L2} \quad (5.19)$$

ตัวอย่างที่ 5.5 น้ำไหลจากอ่างเก็บน้ำ (reservoir) ผ่านท่อส่งน้ำ 2 ขนาดซึ่งมีรายละเอียดดังรูป Ex5.5-1 จงหาอัตราการไหลของน้ำเมื่อระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดการไหลและน้ำมีความหนืดจลนศาสตร์ เท่ากับ  $8.04 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานรอง)



รูปที่ Ex5.5-1

วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.5-1})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.5-2})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวหน้าที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.5-2

$$80 = H_L = \sum h_f + \sum h_m$$

เมื่อไม่คิดการสูญเสียพลังงานรองดังนั้น จะได้

$$80 = \sum \left( f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex5.5-3})$$

$$80 = \left( f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \right)_{D=90} + \left( f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \right)_{D=60} \quad (\text{Ex5.5-4})$$

- คำนวณค่าต่าง ๆ เพื่อนำไปแทนค่าในสมการที่ หาอัตราการไหลผ่านท่อ

- พื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อ
  - $A_{90} = \frac{\pi \times 0.9^2}{4} = 0.636 \text{ m}^2$
  - $A_{60} = \frac{\pi \times 0.6^2}{4} = 0.283 \text{ m}^2$
- ความเร็วการไหล
  - $V_{60} = \frac{A_{90}}{A_{60}} \times V_{90} = \frac{0.636}{0.283} \times V_{90} = 2.25V_{90}$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.5-4 จะได้

$$80 = f_{90} \frac{1,000}{0.9} \frac{V_{90}^2}{2g} + f_{60} \frac{800}{0.6} \frac{(2.25V_{90})^2}{2g} \quad (\text{Ex5.5-5})$$

$$80 = \left( f_{90} \frac{1,000}{0.9} + f_{60} \frac{800}{0.6} \times 2.25^2 \right) \frac{V_{90}^2}{2g}$$

$$V_{90} = \sqrt{\frac{2g \times 80}{1,111.11f_{90} + 6,750f_{60}}} \quad (\text{Ex5.5-6})$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ Ex5.5-6 นั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ เนื่องจากไม่ทราบค่า  $f$  ซึ่งการจะหาค่า  $f$  ได้นั้นต้องทราบค่าความเร็วก่อน อย่างไรก็ตามเนื่องจากไม่ทราบอัตราการไหลจึงทำให้ไม่สามารถคำนวณความเร็วการไหลได้ ส่งผลให้ไม่สามารถคำนวณค่าตัวเลขเรย์โนลด์ได้จึงไม่สามารถหาค่า  $f$  ได้ ดังนั้นการหาคำตอบนี้ต้องใช้วิธีการ Trial and error โดยมีวิธีการดังนี้

- สมมติค่า  $f_{60}$  และ  $f_{90}$  (ในที่นี้สมมติ  $f_{60}=0.02$  และ  $f_{90} = 0.015$ ) และนำไปแทนค่าในสมการที่ Ex5.5-6 จะได้ค่า  $V_{90}$  ออกมาดังนี้

$$V_{90} = \sqrt{\frac{2g \times 80}{1,111.11 \times 0.02 + 6,750 \times 0.015}} = 3.57 \text{ m/s}$$

และ

$$V_{60} = 2.25V_{90} = 2.25 \times 3.57 = 8.03 \text{ m/s}$$

- คำนวณค่า  $Re = \frac{VD}{\nu}$  และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$\begin{array}{l} Re_{60} = \frac{8.03 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 5.99 \times 10^4 \\ \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{60} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.6} = 0.0025 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} Re_{90} = \frac{3.37 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 2.51 \times 10^4 \\ \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{90} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.9} = 0.0021 \end{array} \right.$$

- เปิดกราฟ moody diagram จะได้ค่า  $f_{60} = 0.027$  และ  $f_{90} = 0.029$
- เนื่องจากค่า  $f$  ที่ทำการสมมติไม่เท่ากับค่า  $f$  ที่คำนวณได้ต้องทำการสมมติ  $f$  ใหม่ (ในที่นี้สมมติ  $f_{60} = 0.027$  และ  $f_{90} = 0.029$ )

$$V_{90} = \sqrt{\frac{2g \times 80}{1,111.11 \times 0.027 + 6,750 \times 0.029}} = 2.64 \text{ m/s}$$

และ

$$V_{60} = 2.25V_{90} = 2.25 \times 2.64 = 5.94 \text{ m/s}$$

- คำนวณค่า  $Re = \frac{VD}{\nu}$  และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$\begin{array}{l} Re_{60} = \frac{5.94 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 4.43 \times 10^4 \\ \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{60} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.6} = 0.0025 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} Re_{90} = \frac{2.64 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 1.97 \times 10^4 \\ \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{90} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.9} = 0.0021 \end{array} \right.$$

- เปิดกราฟ moody diagram จะได้ค่า  $f_{60} = 0.0275$  และ  $f_{90} = 0.0315$
- เนื่องจากค่า  $f$  ที่ทำการสมมติไม่เท่ากับค่า  $f$  ที่คำนวณได้ต้องทำการสมมติ  $f$  ใหม่ (ในที่นี้สมมติ  $f_{60} = 0.0275$  และ  $f_{90} = 0.0315$ )

$$V_{90} = \sqrt{\frac{2g \times 80}{1,111.11 \times 0.0275 + 6,750 \times 0.0315}} = 2.54 \text{ m/s}$$

และ

$$V_{60} = 2.25V_{90} = 2.25 \times 2.54 = 5.72 \text{ m/s}$$

- คำนวณค่า  $Re = \frac{VD}{\nu}$  และ  $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$

$$Re_{60} = \frac{5.72 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 4.26 \times 10^4 \quad \left| \quad Re_{90} = \frac{2.54 \times 0.6}{8.05 \times 10^{-5}} = 1.89 \times 10^4$$

$$\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{60} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.6} = 0.0025 \quad \left| \quad \left(\frac{\varepsilon}{D}\right)_{90} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.9} = 0.0021$$

- เปิดกราฟ moody diagram จะได้ค่า  $f_{60} = 0.0275$  และ  $f_{90} = 0.031$
- เนื่องจากค่า  $f$  ที่ทำการสมมติมีค่าเท่ากับค่า  $f$  ที่คำนวณได้ ดังนั้นความเร็วในการไหลผ่านท่อ
  - $V_{60} = 5.72 \text{ m/s}$
  - $V_{90} = 2.54 \text{ m/s}$
- คำนวณหาอัตราการไหลผ่านท่อ

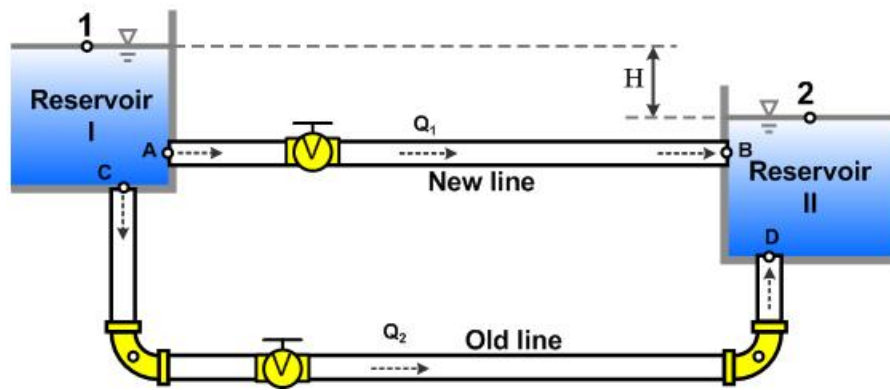
$$Q = A_{90} V_{90} = 0.636 \times 2.54 = 1.615 \text{ m}^3/\text{s}$$

อัตราการไหลที่ไหลออกจากอ่างเก็บน้ำเท่ากับ  $1.615 \text{ m}^3/\text{s}$

**ตอบ**

ตัวอย่างที่ 5.6 น้ำไหลจากอ่างเก็บน้ำ I (Reservoir I) ไปยังอ่างเก็บน้ำ II (Reservoir II) ด้วยท่อ 2 แนว ดังรายละเอียดดังนี้

- ผลต่างของระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำ I กับอ่างเก็บน้ำ II เท่ากับ 40 m
- Line I เป็นท่อแนวเดิมสร้างไว้นานแล้วโดยใช้ท่อเหล็กซึ่งปัจจุบันเป็นสนิม (สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน,  $f = 0.02$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 20 cm มีความยาวท่อ 1,200 m มีบอลวาล์วควบคุมอัตราการไหล ( $K = 0.05$ ) และข้ออเป็นแบบ Threaded long radius  $90^\circ$  ( $K = 0.7$ )
- Line II เป็นท่อแนวใหม่สร้างขึ้นเพื่อเพิ่มอัตราการไหลจากจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II โดยใช้ท่อเหล็กชุบสังกะสี (สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน,  $f = 0.015$ ) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 cm มีความยาวท่อ 800 m มีเกจวาล์วควบคุมอัตราการไหล ( $K = 0.39$ )
- ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานที่ทางเข้า ( $K = 0.5$ ) และ ทางเข้า ( $K = 1.0$ )



รูปที่ Ex5.5-1 แนวท่อลำเลียงน้ำจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II

เมื่อเปิดวาล์วน้ำเต็มที จงตอบคำถามต่อไปนี้

- อัตราการไหลจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II ก่อนสร้างท่อแนวใหม่เป็นเท่าไร
- อัตราการไหลทั้งหมดจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II หลังสร้างท่อแนวใหม่เสร็จมีค่าเท่าไร



**วิธีทำ** หาอัตราการไหลจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II ก่อนสร้างท่อแนวใหม่เมื่อผลต่าง ระดับน้ำทั้งสองอ่างต่างกัน 40 m

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.6-1})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.6-2})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวน้ำที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.6-2

$$H_L = H = \sum h_f + \sum h_m$$

หรือ

$$40 = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum K \times \left( \frac{V^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex5.6-3})$$

$$40 = \left( 0.02 \times \frac{1,200}{0.2} \right) \frac{V^2}{2g} + (0.5 + 0.05 + 0.7 + 0.7 + 1) \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{2g \times 40}{(120 + 2.95)}} = 2.53 \text{ m/s} \quad (\text{Ex5.6-4})$$

คำนวณหาอัตราการไหลผ่านท่อ

- พื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ  $A = \frac{\pi \times 0.2^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2$
- ดังนั้นอัตราการไหลในท่อ  $Q = AV = 0.0314 \times 2.53 = 0.0794 \text{ m}^3/\text{s}$

อัตราการไหลจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II ก่อนสร้างท่อแนวใหม่เท่ากับ  $0.0794 \text{ m}^3/\text{s}$   
หรือ 79.4 liters/s **ตอบ**

### หาอัตราการไหลในท่อแนวสร้างใหม่

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด 1 กับ จุด 2

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.6-5})$$

$$(Z_1 - Z_2) = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + H_L \quad (\text{Ex5.6-6})$$

จากรูป  $P_1 = P_2 = 0$  (สำหรับความดันเกจ) และ  $V_1 = V_2 = 0$  ถือว่าความเร็วที่ผิวหน้าที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 มีการเคลื่อนที่น้อยมาก แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex5.6-6

$$H_L = H = \sum h_f + \sum h_m$$

หรือ

$$40 = f \frac{L V^2}{D 2g} + \sum K \times \left( \frac{V^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex5.6-7})$$

$$40 = \left( 0.015 \times \frac{800}{0.2} \right) \frac{V^2}{2g} + (0.5 + 0.39 + 1) \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{2g \times 40}{(60 + 1.89)}} = 3.56 \text{ m/s} \quad (\text{Ex5.6-8})$$

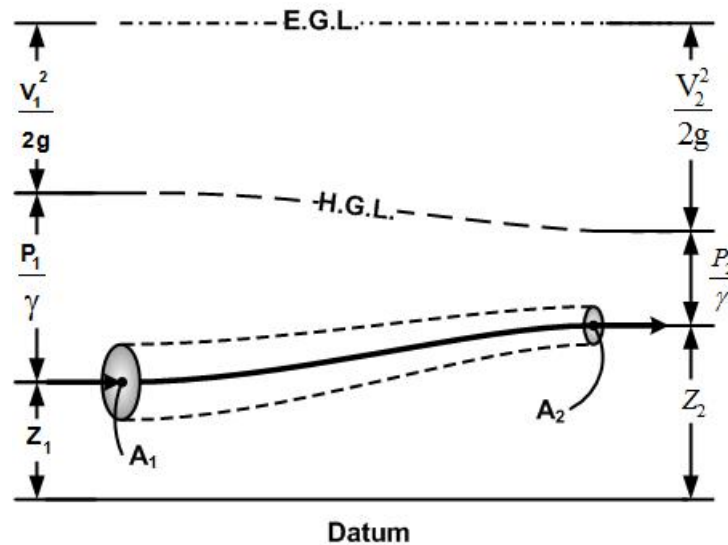
คำนวณหาอัตราการไหลผ่านท่อ

- พื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ  $A = \frac{\pi \times 0.3^2}{4} = 0.071 \text{ m}^2$
- ดังนั้นอัตราการไหลในท่อ  $Q = AV = 0.071 \times 3.56 = 0.253 \text{ m}^3/\text{s}$

อัตราการไหลจากอ่างเก็บน้ำ I ไปยังอ่างเก็บน้ำ II หลังสร้างท่อแนวใหม่เท่ากับ 0.332 (0.0794+0.253)  $\text{m}^3/\text{s}$  หรือ 332 liters/s **ตอบ**

### วัดอัตราการไหลในท่อ (Flow Measurement in Pipe)

การวัดอัตราการไหลในท่อมักการจากการลดพื้นที่หน้าตัดการไหลภายในท่อ เป็นสาเหตุให้มีการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นในรูปแบบของความดัน พลังงานความดันที่สูญเสียไปดังกล่าวนี้มี ความสัมพันธ์โดยตรงกับพลังงานความเร็ว



รูปที่ 5.11 การไหลในท่อ

จากรูปที่ 5.11 หากพิจารณาให้ท่ออยู่ในแนวราบ (Horizontal Pipe) (ระดับ  $Z_1$  เท่ากับ  $Z_2$ ) และไม่คำนึงถึงการสูญเสียพลังงาน และจากทฤษฎีของเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation) ระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับ 2 จะได้สมการที่ 5.20 และจากสมการความต่อเนื่องจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ตำแหน่งที่ 1 ( $V_1$ ) กับ ความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 ( $V_2$ ) ดังสมการที่ 5.21

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.20)$$

$$V_1 = \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 V_2 \quad (5.21)$$

เมื่อ  $D_1$  และ  $D_2$  คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกลางหน้าตัดที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 ตามลำดับ แทนค่า  $V_1$  จากสมการ 5.21 ลงในสมการ 5.20 จะได้สมการ 5.22

$$V_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - (D_2/D_1)^4)}} \quad (5.22)$$

หากกำหนดให้  $\beta = D_2/D_1$  สามารถคำนวณหาอัตราการไหลทางทฤษฎีได้เท่ากับสมการ 5.23

$$Q_{theory} = A_2 V_2 = A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} \quad (5.23)$$

เมื่อ  $Q_{theory}$  คืออัตราการไหลทางทฤษฎี ( $m^3/s$ )  $A_2$  คือ พื้นที่หน้าตัดการไหลของตำแหน่งที่ 2 ( $m^2$ )  $V_2$  คือ ความเร็วการไหลในทศตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัด  $A_2$  ( $m/s$ )  $P_1$  และ  $P_2$  คือ ความดันที่หน้าตัด 1 และ หน้าตัดที่ 2 ตามลำดับ ( $N/m^2$ )  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $kg/m^3$ ) สมการที่ 5.23 เป็นสมการที่ไม่คำนึงถึงการสูญเสียพลังงานตามสมมติฐานของเบอร์นูลลี เนื่องจากการนำพลังงานที่สูญเสียไประหว่างตำแหน่งที่ 1 และ 2 มาเป็นตัวแปรในการวิเคราะห์ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องค่อนข้างซับซ้อนและยากต่อการหาคำตอบ แต่ในการวัดอัตราการไหลจริงต้องการคำตอบที่ถูกต้องและมีความแม่นยำสูง ดังนั้นเพื่อให้ได้ค่าอัตราการไหลที่แท้จริง จึงต้องปรับแก้ค่าอัตราการไหลทางทฤษฎีด้วยการคูณด้วยค่าค่าคงที่ของอัตราการไหล (Discharge Coefficient,  $C_D$ ) ทำให้ได้ค่าอัตราการไหลที่แท้จริง ดังนั้นอัตราการไหลที่แท้จริงสามารถหาได้จากสมการ 5.24

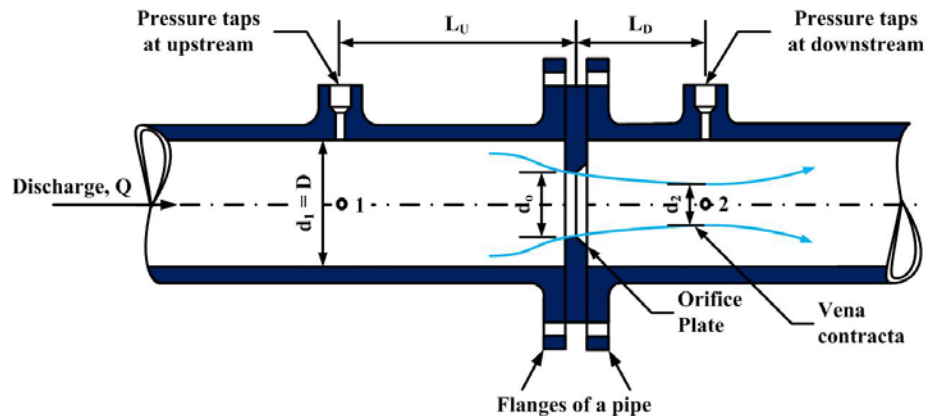
$$Q_{actual} = C_D Q_{theory} \quad (5.24)$$

เมื่อ  $Q_{actual}$  คือ อัตราการไหลจริง ( $m^3/s$ )  $C_D$  คือ สัมประสิทธิ์ของอัตราการไหล (ไม่มีหน่วย)

อุปกรณ์ วัดอัตราการไหลภายในท่อมีมากมายหลายแบบด้วยกัน ในที่นี้จะยกตัวอย่าง 5 รูปแบบที่นิยมสำหรับวัดอัตราการไหลในท่อด้วยกันคือ มาตรวัดแบบแผ่นเจาะรู (Orifice Meter) มาตรวัดแบบหัวฉีด (Nozzle Meter) มาตรวัดแบบเวนจูรี (Venturi Meter) และมาตรวัดแบบท่อปีโทต (Pitot Tube) และมาตรวัดแบบโรตา (Rota)

### มาตรวัดแบบแผ่นเจาะรู (Orifice Meter)

มาตรวัดชนิดแผ่นเจาะรู เป็นอุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นแผ่นเจาะรู ซึ่งเรียกว่า Orifice Plate โดยทั่วไปทำขึ้นโดยการนำแผ่นเจาะรูไปติดตั้งระหว่างครีบของท่อ (Flanges of a pipe) ดังแสดงในรูปที่ 5.12 พื้นที่หน้าตัดของรูจะต้องติดตั้งให้ตั้งฉากกับการไหล



รูปที่ 5.12 มาตรวัดชนิดแผ่นเจาะรู

หากพิจารณาระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับตำแหน่งที่ 2 พบว่าความดัน ณ. ตำแหน่งที่ 2 มีค่าน้อยกว่าตำแหน่งที่ 1 เนื่องด้วยปรากฏการณ์สองลักษณะคือ ปรากฏการณ์แรกเกิดเนื่องจากปรากฏการณ์ Vena contracta (ลักษณะลำของไหลที่ผ่านออกมา จะคอดตัวเรียกว่าเล็กกว่าขนาดของรูระบายเล็กน้อย แล้วจึงค่อยๆ ขยายตัวอีกเล็กน้อยเป็นลำของไหล ซึ่งบริเวณคอดคอดที่เล็กที่สุดเรียกว่า Vena contracta) ทำให้ขนาดของพื้นที่หน้าตัดการไหลตรงตำแหน่งที่ 2 ( $A_2$ ) มีขนาดเล็กกว่าพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเจาะรู ( $A_0$ ) ขนาดของพื้นที่หน้าตัด  $A_2$  มีขนาดเท่ากับ  $C_c A_0$  เมื่อ  $C_c$  คือ สัมประสิทธิ์ของการบีบตัว (Contraction coefficient) โดย  $0 < C_c < 1$

เมื่อไม่คิดการสูญเสียพลังงานระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับ ตำแหน่งที่ 2 สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของพลังงานโดยอาศัยสมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli's equation) ระหว่างตำแหน่งทั้งสองได้ดังนี้

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.25)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right) \quad (5.26)$$

หากเราต้องการหาอัตราการไหลที่ผ่านแผ่นเจาะรูเราจะต้องทราบอัตราการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 ( $Q_1$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่ตำแหน่งที่ 1 ( $V_1$ ) คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 ( $A_1$ ) หรือ

อัตราการไหลที่ตำแหน่งที่ 2 ( $Q_2$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 ( $V_2$ ) คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ตำแหน่งที่ 2 ( $A_2$ ) เนื่องด้วยอัตราการไหลในท่อมมีขนาดเท่ากัน ซึ่งหมายความว่า  $Q_1 = Q_2 = Q_0$  [เมื่อ  $Q_0$  คืออัตราการไหลผ่านแผ่นเจาะรูซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่ไหลผ่านแผ่นเจาะรู ( $V_0$ ) คูณด้วยพื้นที่หน้าของแผ่นเจาะรู ( $A_0$ )] อย่างไรก็ตามเราสามารถทราบค่าพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเจาะรูแต่ไม่สามารถวัดความเร็วที่ไหลผ่านแผ่นเจาะรูได้ดังนั้นจึงอาศัยความสัมพันธ์ของสมการความต่อเนื่องจะได้

$$Q_2 = Q_0 \quad (5.27)$$

$$A_2 V_2 = A_0 V_0$$

$$V_2 = \frac{A_0}{A_2} V_0 = \frac{A_0}{C_c A_0} V_0 = \frac{V_0}{C_c}$$

เมื่อ  $A_2 = C_c A_0$  โดยที่  $C_c$  คือ สัมประสิทธิ์ของการบีบตัว (Contraction coefficient) และจาก

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

$$V_1 = \frac{C_c A_0}{A_1} \frac{V_0}{C_c} = \frac{A_0}{A_1} V_0$$

โดยที่  $A_2 = C_c A_0$  และ  $V_2 = \frac{V_0}{C_c}$  นำค่าต่าง ๆ แทนค่าลงในสมการ 5.26 จะได้

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = (Z_2 - Z_1) + \frac{1}{2g} \left[ \left( \frac{V_0}{C_c} \right)^2 - \left( \frac{A_0}{A_1} V_0 \right)^2 \right] \quad (5.28)$$

หากท่อถูกวางอยู่ในแนวระดับจะทำให้  $Z_2 = Z_1$  สมการที่ 5.28 เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{V_0^2}{2g} \left[ \left( \frac{1}{C_c} \right)^2 - \left( \frac{A_0}{A_1} \right)^2 \right]$$

เนื่องจากเทอม  $P/\gamma$  คือค่าเสดความดันซึ่งมีค่าเท่ากับระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ดังนั้นสามารถ

คำนวณหา  $V_o$  ได้ดังนี้

$$V_o = \sqrt{\frac{2g\Delta H}{(1/C_c^2) - (A_o/A_1)^2}} \quad (5.29)$$

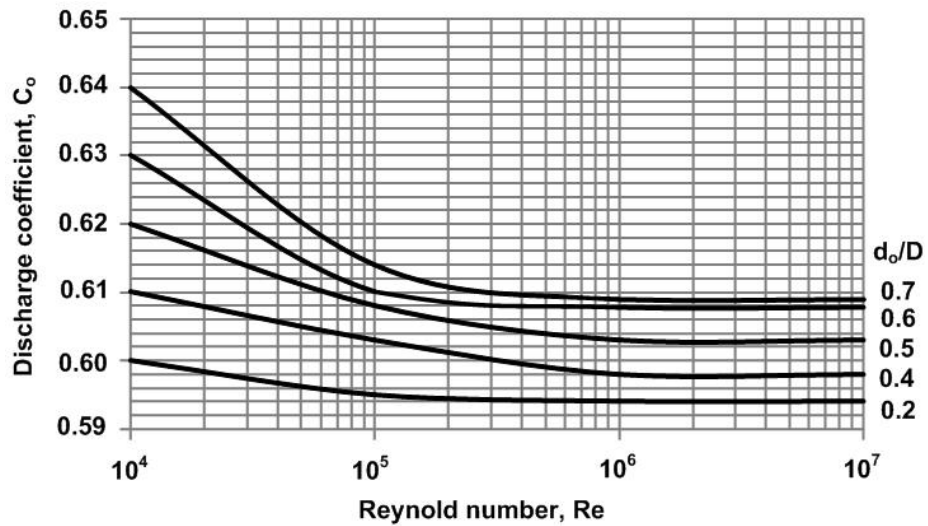
เมื่อ  $\Delta H$  คือ ผลต่างของระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ (m) คำนวณได้จาก  $H_1 - H_2$  โดยที่  $H_1 = P_1/\gamma$  และ  $H_2 = P_2/\gamma$  อย่างไรก็ตามสมการที่ 5.29 ยังไม่ได้คำนึงถึงการสูญเสียพลังงานระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับ 2 เนื่องจากการหมุนวนของการไหล (Swirling Flow) และเกิดการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) บริเวณใกล้กับแผ่นเจาะรู พลังงานที่สูญเสียดังกล่าวนี้ไม่สามารถคำนวณได้โดยใช้ทฤษฎี ดังนั้นค่าจึงต้องปรับแก้ด้วยการหาสัมประสิทธิ์มาคูณค่าความเร็ว  $V_o$  ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์ความเร็วของการไหลผ่านแผ่นเจาะรู (Orifice Velocity Coefficient,  $C_v$ ) และสมการ 5.30 จะกลายเป็น

$$C_v V_o = C_v \sqrt{\frac{2g\Delta H}{(1/C_c^2) - (A_o/A_1)^2}} \quad (5.30)$$

โดยที่ ค่า  $C_v V_o$  คือความเร็วการไหลที่แท้จริงของการไหลผ่านแผ่นเจาะรู ( $V_T$ ) และหากกำหนดให้สัมประสิทธิ์การไหลผ่านรูระบาย  $C_o = \frac{C_v}{\sqrt{(1/C_c^2) - (A_o/A_1)^2}}$  ดังนั้นจะได้สมการหา อัตราการไหลผ่านแผ่นเจาะรูตามสมการ

$$Q = C_o A_o \sqrt{2g\Delta H} \quad (5.31)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหลที่แท้จริงของการไหลผ่านแผ่นเจาะรู ( $m^3/s$ )  $A_o$  คือพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเจาะรู ( $m^2$ )  $\Delta H$  คือผลต่างของระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ หรือผลต่างของเฮดความดัน (m)  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m/s^2$ )  $C_o$  คือ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านแผ่นเจาะรู (ไม่มีหน่วย) โดยที่สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านแผ่นเจาะรูขึ้นอยู่กับชนิดของแผ่นเจาะรู ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ และค่าตัวเลขเรย์โนลด์ซึ่งสามารถหาได้ดังรูปที่ 5.13

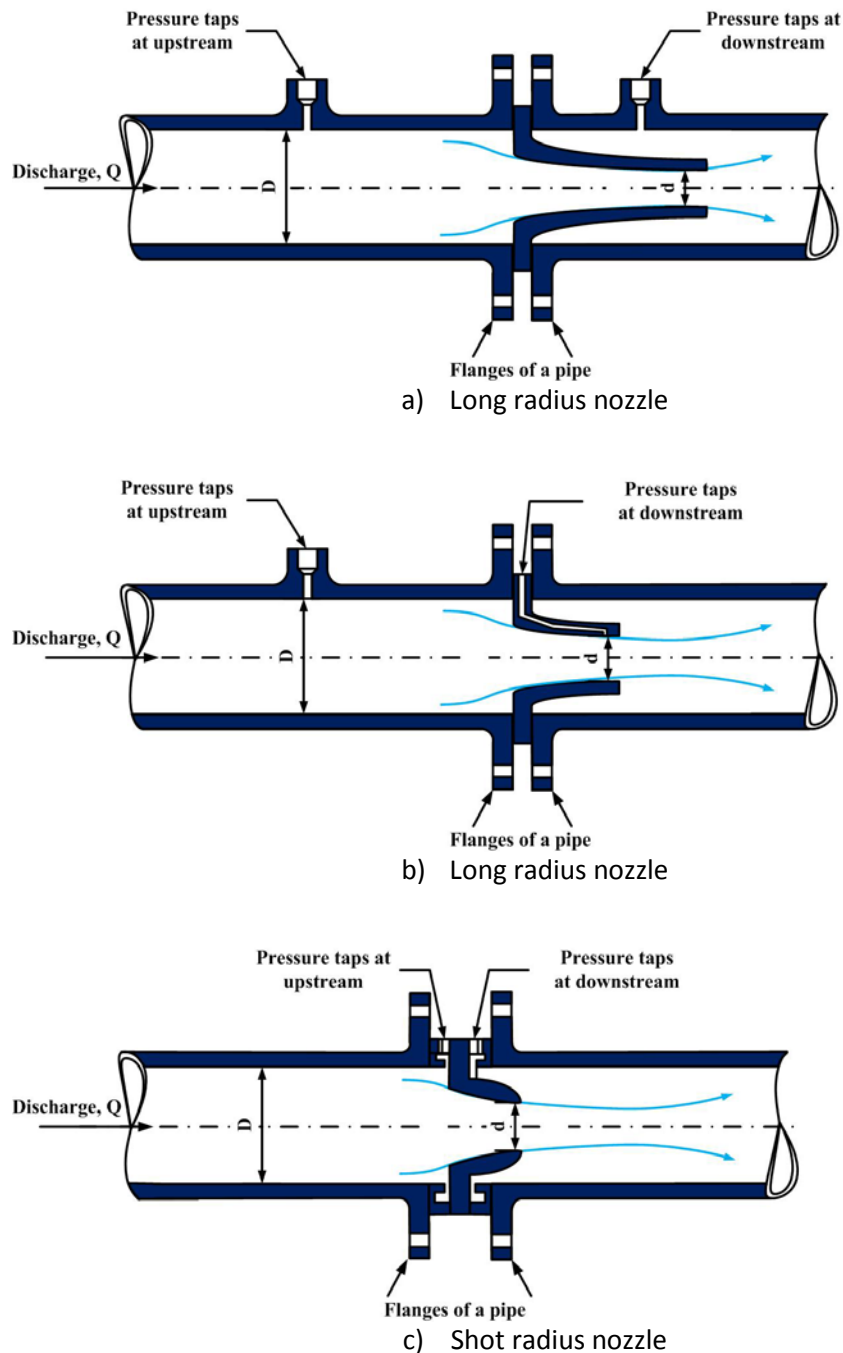


รูปที่ 5.13 สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านแผ่นเจาะรู  
ที่มา: Munson et al. (1994)



### มาตรวัดแบบท่อหัวฉีด (Nozzle Meter)

มาตรวัดแบบท่อหัวฉีดเป็นการใช้หลักการของมาตรวัดแบบแผ่นเจาะรูมาประยุกต์ใช้ (รูปที่ 5.14) โดยมีการออกแบบให้หัวฉีดมีผิวโค้งตามเส้นสายธารการไหล (Stream Line) เพื่อลดผลกระทบจากปรากฏการณ์ Vena Contracta ทำให้มาตรวัดแบบท่อหัวฉีดมีการสูญเสียพลังงานน้อยกว่ามาตรวัดแบบแผ่นเจาะรูเนื่องจากการไหลมีความราบเรียบกว่า

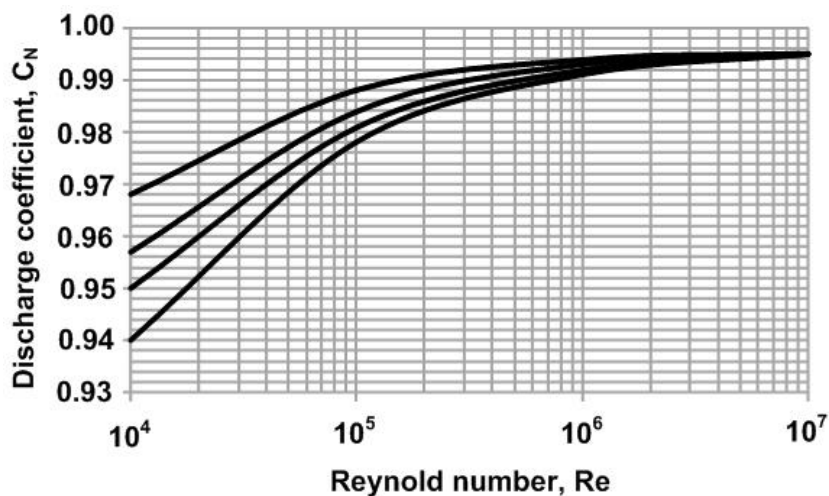


รูปที่ 5.14 มาตรวัดแบบท่อหัวฉีด

การหาอัตราการไหลผ่านมาตรวัดแบบท่อหัวฉีดจะอาศัยหลักการเดียวกันกับมาตรวัดแบบแผ่นเจาะรูโดยสามารถหาค่าได้ดังสมการ 5.31

$$Q = C_N A_N \sqrt{2g\Delta H} \quad (5.31)$$

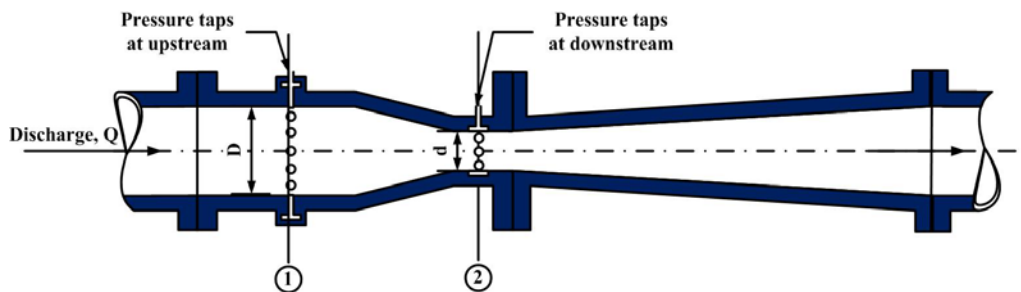
เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ )  $A_N$  คือพื้นที่หน้าตัดของท่อหัวฉีด  $\Delta H$  คือ ผลต่างของระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ หรือผลต่างของเฮดความดัน (m)  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $\text{m}/\text{s}^2$ )  $C_N$  คือ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่าน ท่อหัวฉีด (ไม่มีหน่วย) สัมประสิทธิ์ของอัตราการไหลผ่านท่อหัวฉีดขึ้นอยู่กับชนิดของหัวฉีดโดยทั่วไปค่า  $C_N$  จะมีความมากกว่าค่า  $C_O$  เสมอ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการไหลผ่านมาตรวัดอัตราการไหลแบบหัวฉีดมีการสูญเสียพลังงานการไหลน้อยกว่าการไหลผ่านมาตรวัดอัตราการไหลแบบแผ่นเจาะรู สำหรับสัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านท่อหัวฉีดโดยทั่วไปหาได้ดังรูปที่ 5.15



รูปที่ 5.15 สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านท่อหัวฉีด  
ที่มา: Munson et al. (1994)

## มาตรวัดแบบท่อเวนจูรี (Venturi Meter)

มาตรวัดแบบท่อเวนจูรีถูกออกแบบโดย จีโวานนี เวนจูรี (Giovanni Venturi, 1746-1822) นักฟิสิกส์ชาวอิตาลี โดยท่อทางด้านเหนือน้ำมีลักษณะลู่เข้าจนถึงคอคอด จากนั้นค่อย ๆ ขยายออกจนมีหน้าตัดเท่าเดิม (รูปที่ 5.16) เพื่อให้การไหลมีความราบเรียบ ดังนั้นมาตรวัดอัตราการไหลแบบท่อเวนจูรีจึงให้ค่าความเร็วการไหลที่ค่อนข้างแม่นยำกว่ามาตรวัดแบบแผ่นเจาะรูและมาตรวัดแบบท่อหัวฉีด



รูปที่ 5.16 มาตรวัดแบบท่อเวนจูรี

การหาความเร็วการไหลภายในท่อนั้นจะอาศัยสมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation) ระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับ ตำแหน่งที่ 2 สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของพลังงานโดยยังไม่คำนึงถึงการสูญเสียพลังงาน ระหว่างตำแหน่งทั้งสองได้ดังนี้

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.22)$$

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right) \quad (5.23)$$

โดยหลักการเดียวกัน หากเราต้องการหาอัตราการไหลที่ผ่านแผ่นเจาะรูเราจะต้องทราบอัตราการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 ( $Q_1$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่ตำแหน่งที่ 1 ( $V_1$ ) คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 ( $A_1$ ) หรือ อัตราการไหลที่ตำแหน่งที่ 2 ( $Q_2$ ) ซึ่งมีค่าเท่ากับความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 ( $V_2$ ) คูณด้วยพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ตำแหน่งที่ 2 ( $A_2$ ) เนื่องด้วยอัตราการไหลในท่อมี่ขนาดเท่ากัน ซึ่งหมายความว่า  $Q_1 = Q_2$

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

นำค่าต่าง ๆ แทนค่าลงในสมการ 5.23 จะได้

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = (Z_2 - Z_1) + \left( \frac{V_2}{2g} \right)^2 - \frac{\left( \frac{A_2}{A_1} V_2 \right)^2}{2g}$$

หากท่อเวนจูรีถูกวางอยู่ในแนวระดับจะทำให้  $Z_2 = Z_1$  สมการที่ 5.23 เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right] \frac{V_2^2}{2g}$$

เนื่องจากเทอม  $P/\gamma$  คือค่าเฮดระดับซึ่งมีค่าเท่ากับระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ดังนั้นสามารถคำนวณหา  $V_2$  ได้ดังนี้

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g\Delta H}{1 - (A_2/A_1)^2}} \quad (5.24)$$

เมื่อ  $\Delta H$  คือ ผลต่างของระดับน้ำในหลอดमानอมิเตอร์ คำนวณได้จาก  $H_1 - H_2$  โดยที่  $H_1 = P_1/\gamma$  และ  $H_2 = P_2/\gamma$  อย่างไรก็ตามสมการที่ 5.24 ยังไม่ได้คำนึงถึงการสูญเสียพลังงานระหว่างตำแหน่งที่ 1 กับ 2 เนื่องจากการหมุนวนของการไหล (Swirling flow) และเกิดการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) ภายในท่อเวนจูรี พลังงานที่สูญเสียดังกล่าวนี้ไม่สามารถคำนวณได้โดยใช้ทฤษฎี ดังนั้นค่าจึงต้องปรับแก้ด้วยการหาสัมประสิทธิ์มาคูณค่าความเร็ว  $V_2$  ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์ความเร็วของการไหลผ่านท่อเวนจูรี (Venturi velocity coefficient,  $C_v$ ) และสมการ 5.24 จะกลายเป็น

$$C_v V_2 = C_v \sqrt{\frac{2g\Delta H}{1 - (A_2/A_1)^2}} \quad (5.25)$$

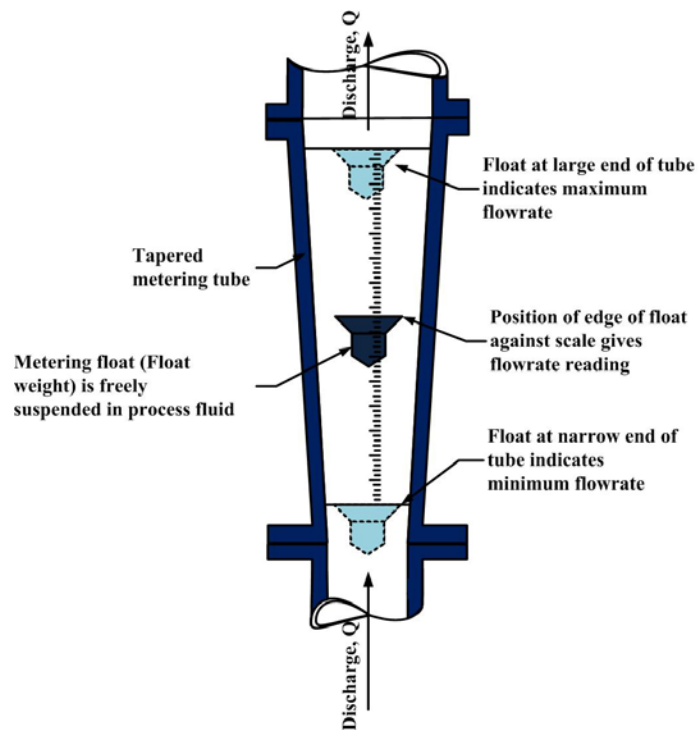
โดยที่ ค่า  $C_v V_0$  คือความเร็วการไหลที่แท้จริงของการไหลผ่านท่อเวนจูรี ( $V_T$ ) และหากกำหนดให้สัมประสิทธิ์การไหลผ่านท่อเวนจูรี  $C_w = \frac{C_v}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}}$  ดังนั้นจะได้สมการหาความเร็วการไหลผ่านแผ่นเจาะรูตามสมการ

$$Q = C_w A_w \sqrt{2g\Delta H} \quad (5.26)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ )  $A_w$  คือพื้นที่หน้าตัดของท่อเวนจูรี ( $\text{m}^2$ )  $\Delta H$  คือผลต่างของระดับน้ำในหลอดमानometer หรือผลต่างของเฮดความดัน ( $\text{m}$ )  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $\text{m}/\text{s}^2$ )  $C_w$  คือ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่าน ท่อหัวฉีด (ไม่มีหน่วย) สัมประสิทธิ์ของอัตราการไหลผ่านท่อหัวฉีดขึ้นอยู่กับชนิดของ เวนจูรีโดยทั่วไปค่า  $C_w$  จะมีค่ามากกว่าค่า  $C_N$  และ  $C_O$  เสมอ สำหรับ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านท่อเวนจูรีมีค่าแปรผันอยู่ระหว่าง 0.92 ถึง 0.98

### มาตรวัดแบบโรตاميเตอร์ (Rotameter)

มาตรวัดแบบโรตاميเตอร์ได้อาศัยหลักการสมดุลของแรงสามแรงด้วยกันในการออกแบบสำหรับวัดอัตราการไหล ได้แก่ แรงลอยตัว (Buoyancy force) และ ทุ่นลอย (Float weight) ท่อมีลักษณะใสและถูกออกแบบให้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางขยายใหญ่ขึ้นคล้ายกับช่วงขยายของท่อเวนจูรี ภายในมาตรวัดบรรจุทุ่นลอยไว้แบบอิสระและติดตั้งสเกลบอกระดับไว้ด้านข้างท่อ (รูปที่ 5.17) หากมีการไหลผ่านเข้ามาตรวัด ทุ่นลอยจะถูกดันขึ้นไปถึงความสูงค่าหนึ่งหลักจากทุ่นลอยหยุดนิ่งและเกิดสมดุลของแรงทั้ง ดังนั้นหากมีอัตราการไหลหลายค่าก็สามารถความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราการไหลกับระดับความสูงของทุ่นลอยได้ หรือสามารถคำนวณหาอัตราการไหลทางทฤษฎีได้ดังสมการ



รูปที่ 5.17 มาตรวัดอัตราการไหลแบบโรตา (Rota meter)

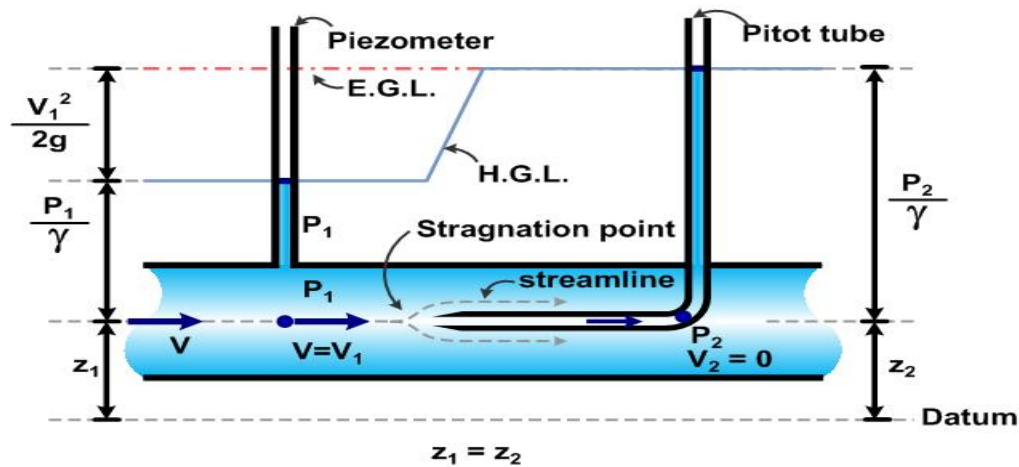
$$Q = C_d A_a \left( \frac{2W_{net}}{\rho A_f} \right)^{0.5} \quad (5.27)$$

เมื่อ  $Q$  คือ อัตราการไหล ( $\text{m}^3/\text{s}$ )  $W_{net}$  คือน้ำหนักสุทธิของลูกลอย ( $\text{N}$ )  $A_a$  คือพื้นที่หน้าตัดการไหลสุทธิ  $= (A_{tu} - A_f)$   $A_{tu}$  คือพื้นที่หน้าตัดของท่อโรตา ณ ตำแหน่งที่ทุ่นลอยอยู่ในสถานะสมดุล ( $\text{m}^2$ )  $A_f$

คือ พื้นที่หน้าตัดของท่อนลอย  $m^2$ )  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของของไหล ( $kg/m^3$ )  $C_d$  คือสัมประสิทธิ์ของอัตราการไหลผ่านมาตรวัดแบบโรตา (ไม่มีหน่วย)

### มาตรวัดแบบท่อพิโทต (Pitot-static tube)

มาตรวัดแบบท่อพิโทตได้อาศัยทฤษฎีของเบอร์นูลีในการประยุกต์หาความเร็วของของไหล หากพิจารณาสมการพลังงานของเบอร์นูลีบริเวณตำแหน่งที่ 1 กับ 2 ในรูปที่ 5.18 ได้ดังสมการ



รูปที่ 5.18 การวัดความเร็วการไหลโดยใช้ท่อพิโทต

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.28)$$

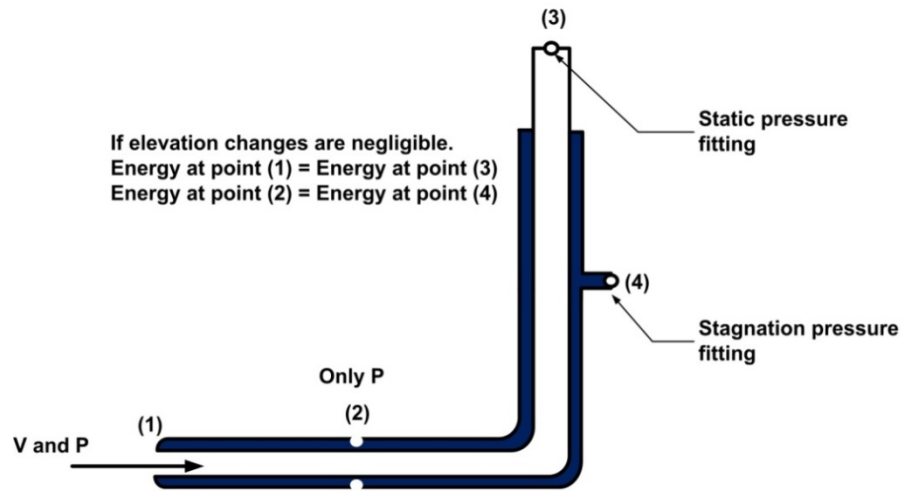
เมื่อ  $Z_1$  คือ ระดับอ้างอิงในตำแหน่งที่ 1  $Z_2$  คือ ระดับอ้างอิงในตำแหน่งที่ 2  $P_1$  คือ ความดันในตำแหน่งที่ 1  $P_2$  คือ ความดันในตำแหน่งที่ 2  $V_1$  คือ ความเร็วในตำแหน่งที่ 1  $V_2$  คือ ความเร็วในตำแหน่งที่ 2  $\gamma$  คือ ความน้ำหนักจำเพาะของของไหล  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก จากรูปที่ 5.18 หากท่ออยู่ในแนวราบจะได้  $Z_1 = Z_2$  และ  $V_2 = 0$  การที่ความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 มีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากตำแหน่งนี้การไหลจะอยู่ในสภาวะหยุดนิ่ง (stationary) หรืออาจเรียกตำแหน่งที่ 2 ได้ว่าเป็นตำแหน่งหยุดนิ่ง (stagnation point) สมการที่ 5.28 เขียนใหม่ได้เป็นดังสมการ

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} \quad (5.29)$$

หากท่อมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากันความเร็วในการไหลภายในท่อจะต้องเท่ากันด้วย หากกำหนดให้ความเร็วของการไหลในท่อที่มีค่าเท่ากับ  $V$  ( $V_1 = V$ ) จากสมการที่ 5.29 สามารถหาความเร็วของการไหลในท่อได้ดังสมการ

$$V = V_1 = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_1)}{\rho}} \quad (5.30)$$

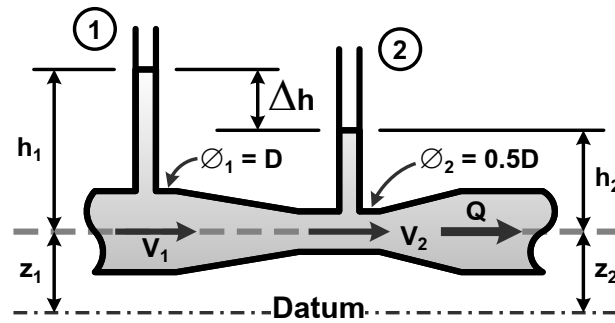
ดังนั้นหากทราบผลต่างความดันที่ตำแหน่งที่ 1 กับ 2 และความหนาแน่นของของไหลก็สามารถหาความเร็วของการไหลของของไหล จากหลักการดังกล่าว H. de Pitot (1965-1771) ได้สร้างเครื่องมือสำหรับวัดผลต่างของความดันดังกล่าวที่ตำแหน่งเดียวกันดังรูปที่ 5.19 เรียกว่า Pitot-static tube



รูปที่ 5.19 หลอดพิโทต (Pitot Static Tube)

จากรูปที่ 5.19 หากไม่พิจารณาพลังงานศักย์เนื่องจากผลต่างของระดับแต่ละตำแหน่ง (ซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานที่เกิดเนื่องจากความเร็วและพลังงานเนื่องจากความดัน) พบว่าที่ตำแหน่งที่ 1 มีพลังงานเนื่องจากความเร็ว (Velocity Head) รวมกับพลังงานเนื่องจากความดัน (Pressure Head) และที่ตำแหน่งที่ 2 พบว่ามีพลังงานเนื่องจากความดันเท่านั้น นอกจากนี้หลอดพิโทตถูกออกแบบให้ตำแหน่งที่ 1 กับตำแหน่งที่ 3 มีพลังงานเท่ากันและพลังงานที่ตำแหน่งที่ 2 กับตำแหน่งที่ 4 มีพลังงานเท่ากัน ดังนั้นหากสามารถหาผลต่างความดันระหว่างตำแหน่งที่ 3 กับ 4 ได้ก็จะสามารถหาความเร็วของการไหลได้ดังสมการที่ 5.30

ตัวอย่างที่ 5.7 จากรูปคือมาตรวัดอัตราการไหลของน้ำแบบ Venturi วางตัวในแนวราบ ที่หน้าตัดที่ 1 และ 2 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 10 cm และ 5 cm ตามลำดับ และมีผลต่างของน้ำในหลอดมานอร์มิเตอร์มีค่าเท่ากับ 12 cm จงหาอัตราการไหลของน้ำเมื่อสัมประสิทธิ์ของการไหลเท่ากับ 0.96



รูปที่ E5.7-1

วิธีทำ

จากสมการหาอัตราการไหลผ่านท่อเวนจูรี

$$Q = C_w A_w \sqrt{2g\Delta H}$$

พื้นที่หน้าตัดการไหลของท่อเท่ากับ  $A_w = \frac{\pi \times 0.05^2}{4} = 0.002 \text{ m}^2$

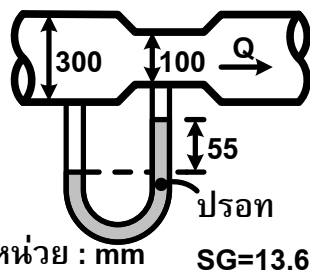
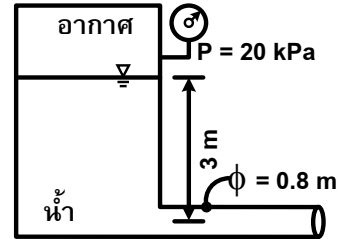
ดังนั้นอัตราการไหล  $Q = 0.96 \times 0.002 \times \sqrt{2g \times 0.12} = 0.003 \text{ m}^3/\text{s}$

ตอบ



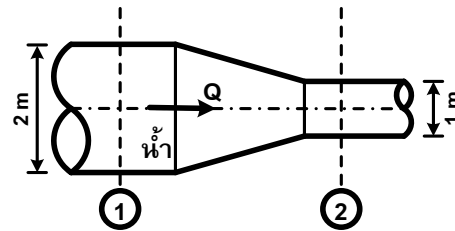
### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ถ้าน้ำมันชนิดหนึ่งมีค่าความหนืดเชิงจลนศาสตร์ ( $\nu$ ) เท่ากับ  $4 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  และความถ่วงจำเพาะ (SG) = 0.9 ไหลจากถังเก็บด้านบนลงสู่ถังเก็บด้านล่าง ด้วยอัตราการไหล ( $Q$ )  $0.028 \text{ m}^3/\text{s}$  ในท่อเรียบ (smooth pipe) มีเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $D$ ) 15 cm จงหาระดับผิวน้ำมันถังบนหาความเร็วที่ปลายท่อ โดยไม่คิดการสูญเสียพลังงาน



2. จงคำนวณหาอัตราการไหลในท่อซึ่งติดตั้งเวนจูรีมิเตอร์ดังแสดงในรูปข้างล่าง โดยกำหนดให้ของไหลเป็น ideal fluid และการไหลไม่มีการสูญเสีย

3. น้ำไหลในท่อแนวนอนตามรูปถ้าความเร็วที่หน้าตัด 1 เท่ากับ  $1 \text{ m/s}$  และที่หน้าตัด 2 เท่ากับ  $4 \text{ m/s}$  และความดันที่หน้าตัด 1 เท่ากับ  $20 \text{ kPa}$  จงหาความดันที่หน้าตัด 2



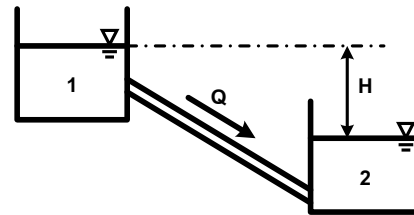
4. ระดับน้ำของอ่างบนและอ่างล่างต่างกัน 5 เมตร และมีท่อเชื่อมระหว่างอ่างทั้งสองวางในแนวระดับ มีความยาว ( $L$ ) 300 เมตร ถ้าอัตราการไหล ( $Q$ ) ของน้ำในท่อเท่ากับ 2 ลบ.ม./วินาที ให้คำนวณหาขนาดของท่อ ( $D$ ) ถ้าท่อเป็นท่อเหล็กกล้า (steel pipe) และพิจารณาเป็นกรณีที่เปิดวาล์วแบบบานประตู (gate valve)

5. ท่อเหล็กหล่อ (cast iron) 3 เส้นต่อแบบอนุกรม เชื่อมต่อกับอ่างน้ำ 2 อ่าง (อ่าง A และ B) ตามรูป โดยขนาดของท่อทั้ง 3 เส้นเท่ากับ 300 mm 200mm และ 250 mm ตามลำดับและมีความยาวของท่อเท่ากับ 300 m 150 m และ 250 m ตามลำดับ ให้คำนวณหาอัตราการไหลของน้ำ ( $Q$ ) ในระบบดังกล่าว ถ้าความแตกต่างของระดับน้ำของสองอ่าง ( $\Delta H$ ) = 10.0 m

6. น้ำมันชนิดหนึ่งมีค่า  $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ; ค่า  $\nu = 0.00001 \text{ m}^2/\text{s}$  ไหลผ่านท่อชนิด Cast-iron ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 200 มม. ความยาวท่อ 500 มม. ด้วยอัตราการไหล  $0.20 \text{ m}^3/\text{s}$

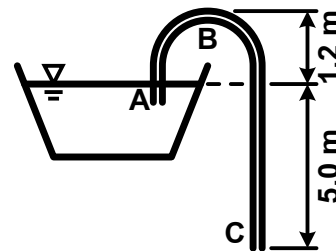
- คำนวณค่าการสูญเสียเฮด (head loss)
- ค่าความดันที่ลดลง (pressure drop)

7. ถ้าต้องการส่งน้ำจากอ่างเก็บน้ำ A ไปยังอ่างเก็บน้ำ B ซึ่งมีค่าระดับต่างกัน ต้องการให้ H คงที่ตลอดการไหล ผ่านท่อส่งน้ำมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง  $D$  และความยาวท่อ  $L$  ส่งน้ำด้วยอัตราการไหล  $Q$  ถ้าต้องการส่งน้ำให้ได้อัตราการไหลมากกว่าเดิม จะต้องทำอย่างไร ถ้าให้ใช้ท่อชนิดเดิม และค่าระดับต่างกัน  $H$  คงที่เท่าเดิม

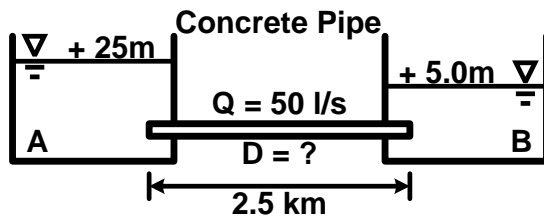
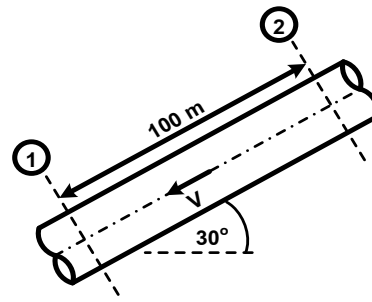


- ลดขนาดท่อน้ำจะได้ไหลเร็วขึ้น
- เอียงท่อให้ลาดชันมากขึ้น
- เพิ่มขนาดท่อให้มีขนาดใหญ่ขึ้น
- ตอบไม่ได้เพราะข้อมูลไม่เพียงพอโดยเฉพาะความดันในเส้นท่อไม่มี

8. จงหาอัตราการไหลของน้ำผ่านท่อไซฟอน ( $L/s$ ) ซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 cm ดังรูป

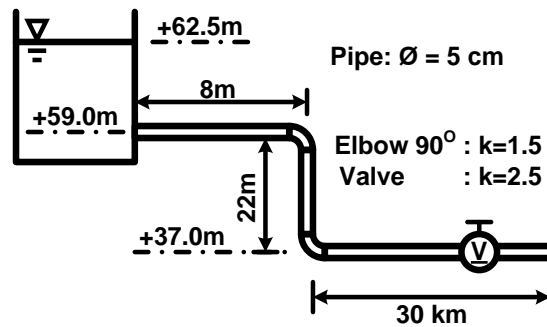


9. น้ำไหลในท่อขนาด 0.4 m. ด้วยความเร็ว 2 m/s ความดันระหว่างจุด 1 และ 2 ต่างกัน 20 กิโลนิวตันต่อตารางเมตร จงหา Head loss

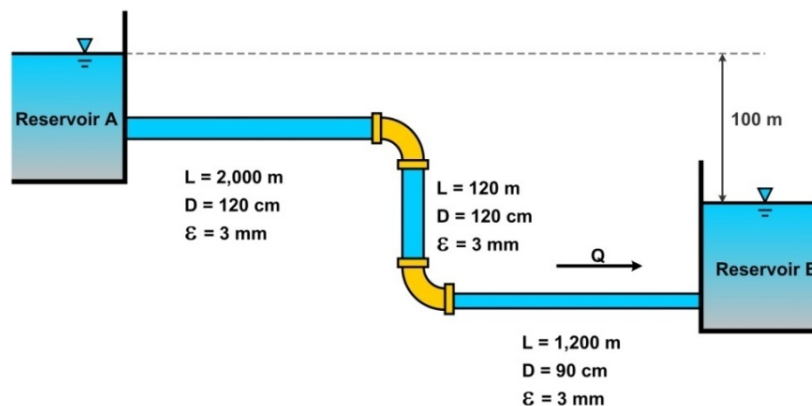


10. จงออกแบบท่อส่งน้ำคอนกรีต ส่งน้ำจาก A ไป B ด้วยอัตรา 50l/s เมื่อระดับน้ำที่ A และ B เท่ากับ +25.0 m และ +5.0 m ตามลำดับ

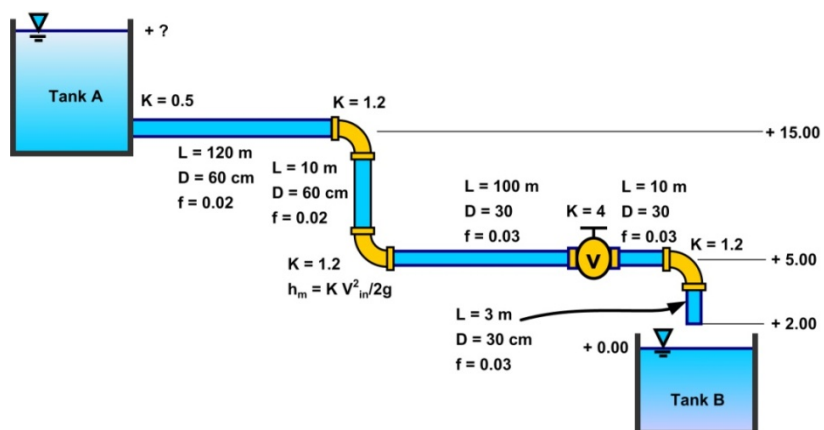
11. จากรูป ค่า k ของข้องอ 90° และวาล์ว เท่ากับ 1.5 และ 2.5 ตามลำดับ ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อเท่ากับ 5.0 ซม จงคำนวณค่าความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากปลายหัวฉีด (ค่า E ของท่อเท่ากับ 15 μm)



12. จากรูปจงหาอัตราการไหลผ่านท่อ (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานรอง)



13. จากรูปจงหาระดับน้ำใน Tank A เมื่ออัตราการไหลจาก Tank A ไป Tank B เท่ากับ 350 L/s (ระดับน้ำใน Tank A ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา)

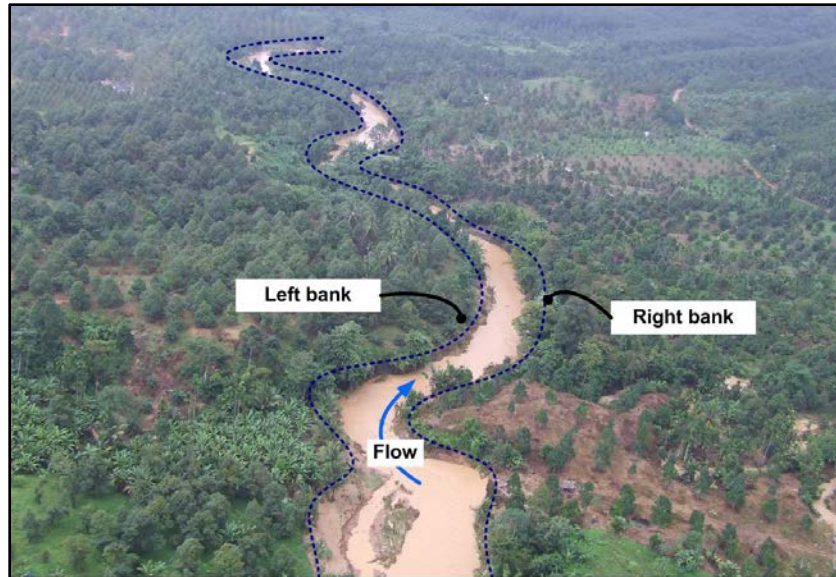


## บทที่ 6

### การไหลในทางน้ำเปิด (Open Channel Flow)

การไหลในทางน้ำเปิดคือการไหลในช่องทางลำเลียงน้ำ ภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก ที่ผิวน้ำสัมผัสกับอากาศ และเรียกผิวน้ำที่สัมผัสกับอากาศว่าผิวอิสระ (Free Surface) ส่งผลให้ความดันที่ผิวน้ำมีค่าเท่ากับความดันบรรยากาศ คุณสมบัติข้อนี้แตกต่างอย่างชัดเจนที่สุดกับกรณีการไหลภายใต้แรงดัน (รายละเอียดบทที่ 5) ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าตราบใดที่การไหลมีผิวอิสระ การไหลนั้นจะถือว่าเป็นการไหลในทางน้ำเปิด โดยทั่วไปแล้วการไหลในทางน้ำเปิดจะมีตัวแปรที่มีผลต่อการไหลมากกว่าการไหลภายใต้แรงดัน เนื่องจากความลึกและความเร็วการไหลมีการเปลี่ยนแปลงตลอดช่วงระยะทางการไหล ดังนั้นการวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลในทางน้ำเปิดจะมีความซับซ้อนและยุ่งยากมากกว่าการไหลภายใต้แรงดัน ทางน้ำเปิดถูกแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ ทางน้ำเปิดตามธรรมชาติและทางน้ำเปิดที่ถูกสร้างขึ้น

- ทางน้ำเปิดตามธรรมชาติ (Natural Channel) คือทางน้ำที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ (รูปที่ 6.1) เช่น ลำธาร ห้วย คลอง แม่น้ำ ปาก แม่น้ำ ลักษณะทางกายภาพของทางน้ำ (Geometric Properties) และ คุณสมบัติทางด้านชลศาสตร์ เช่น ความลาดเทท้องน้ำ หน้าตัดทางน้ำจะแปรเปลี่ยนไปตามสภาพพื้นที่
- ทางน้ำเปิดที่ถูกสร้างขึ้น (Artificial Channel) คือทางน้ำที่ถูกสร้างขึ้นโดยมนุษย์ (รูปที่ 6.2) เช่น คู คลองส่งน้ำ คลองระบายน้ำ ทางน้ำเรือสัญจร ท่อ ่อน้ำหรืออุโมงค์น้ำที่มีการไหลไม่เต็มท่อ ลักษณะทางกายภาพของทางน้ำและลักษณะทางด้านชลศาสตร์จะมีรูปร่างแน่นอน

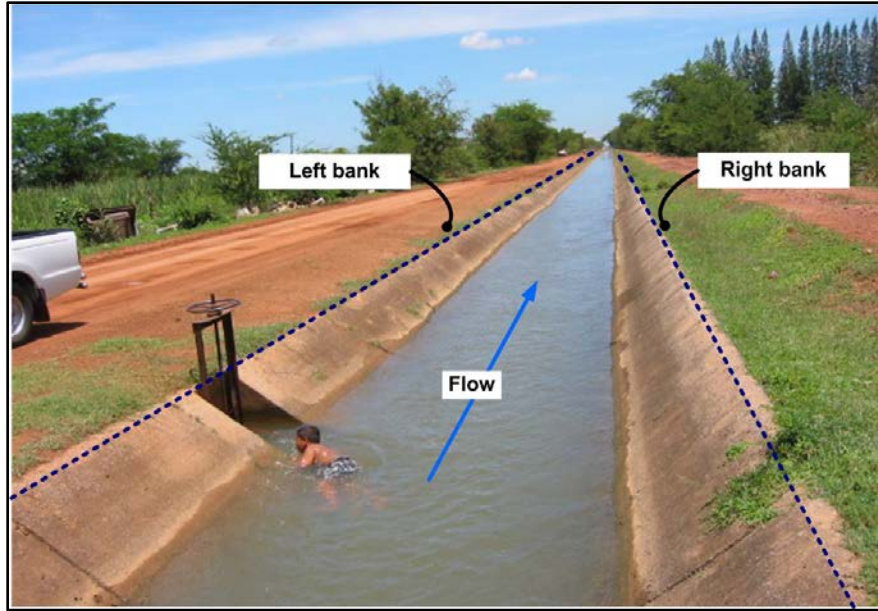


รูปที่ 6.1 ทางน้ำเปิดธรรมชาติ

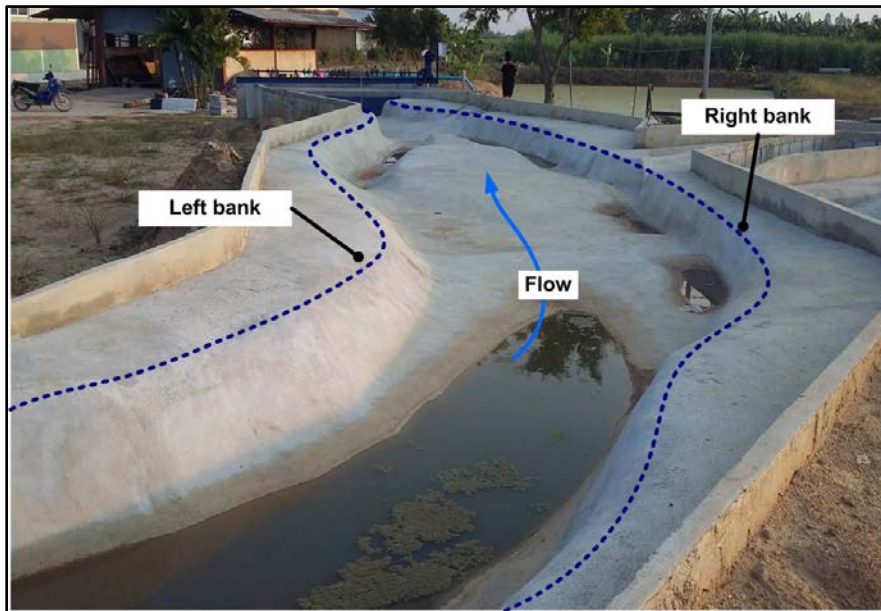


รูปที่ 6.2 ทางน้ำที่ถูกสร้างขึ้น

นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งลักษณะของทางน้ำเปิด ตามการเปลี่ยนแปลง ลักษณะทางกายภาพของ ทางน้ำ ได้ดังนี้ กรณีที่หน้าตัดการไหลและความลาดเอียงไม่มีการเปลี่ยนแปลงจะเรียกว่าทางน้ำเปิดนั้นว่า ทางน้ำเปิดที่มีรูปร่างแน่นอน (Prismatic Channel) ดังรูปที่ 6.3 นอกเหนือจากนั้นจะถือว่าเป็น ทางน้ำที่มีรูปร่างไม่แน่นอน (Non-Prismatic Channel) ดังรูปที่ 6.4 โดยปกติแล้วทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้นจะเป็น ทางน้ำที่มีรูปร่างแน่นอนและทางน้ำตามธรรมชาติจะเป็นทางน้ำที่มีรูปร่างไม่แน่นอน



รูปที่ 6.3 ทางน้ำเปิดที่รูปร่างแน่นอน

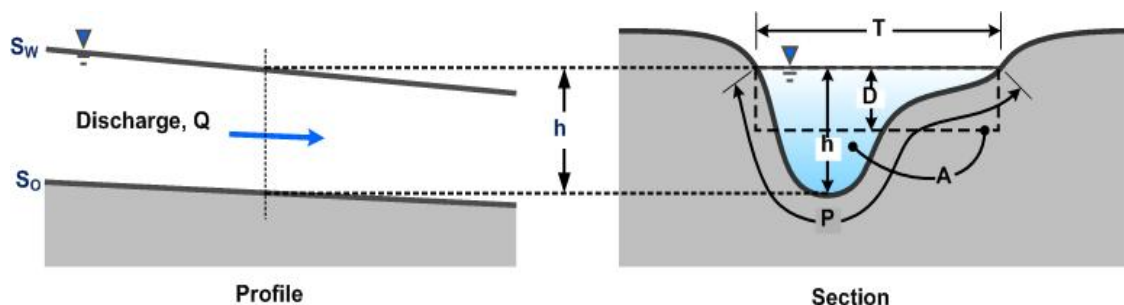


รูปที่ 6.4 ทางน้ำเปิดที่มีรูปร่างไม่แน่นอน

## คุณสมบัติของทางน้ำเปิด (Properties and Geometry of Channels)

การศึกษาทางด้านวิศวกรรมเกี่ยวกับการไหลในทางน้ำเปิดนั้น จะต้องทราบถึง คุณสมบัติหรือรูปร่างของทางน้ำเปิด (รูปที่ 6.5 และตารางที่ 6.1) เช่น หน้าตัดการไหล ความลาดชัน ความลึกการไหล เป็นต้น เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการคำนวณค่าต่าง ๆ ที่จำเป็น ซึ่งคุณสมบัติที่สำคัญได้แก่

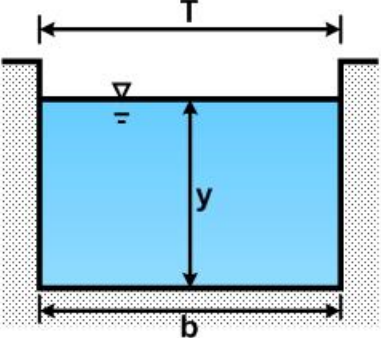
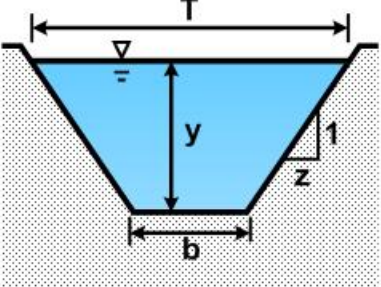
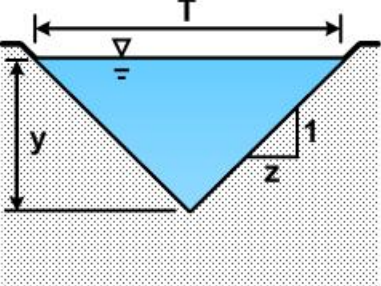
- ความลาดชันท้องน้ำ (Bottom Slope,  $S_o$ ) คือความลาดชันของท้องน้ำระหว่างหน้าตัดการไหล
- ความลาดชันผิวน้ำ (Surface Slope,  $S_w$ ) คือความลาดชันของผิวน้ำระหว่างหน้าตัดการไหล
- ความลึกการไหล (Depth,  $h$ ) คือค่าความลึกในแนวตั้งวัดจากผิวน้ำถึงท้องน้ำที่ต่ำที่สุด
- ความกว้างของผิวน้ำ (Top Width,  $T$ ) คือความกว้างของพื้นที่หน้าตัดการไหลที่ผิวน้ำ
- พื้นที่หน้าตัดการไหล (Area,  $A$ ) คือพื้นที่หน้าตัดของทางน้ำที่ตั้งฉากกับทิศทางการไหล ซึ่งจะแปรผันตามความลึกการไหลและความกว้างของผิวน้ำ
- เส้นขอบเปียก (Wetted Perimeter,  $P$ ) คือความยาวของเส้นรอบรูปของพื้นที่หน้าตัดการไหล เฉพาะส่วนที่สัมผัสกับผิวน้ำ
- ความลึกทางชลศาสตร์ (Hydraulic Depth,  $D$ ) คืออัตราส่วนของพื้นที่หน้าตัดการไหลต่อความกว้างของผิวน้ำ  $D = A/T$
- รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic Radius,  $R$ ) คืออัตราส่วนของพื้นที่หน้าตัดการไหลต่อเส้นขอบเปียก  $R = A/P$
- ความเร็วการไหล (Velocity,  $V$ ) คือความเร็วของกระแสที่ไหลตั้งฉากกับพื้นที่หน้าตัดการไหล  $V = Q/A$
- แฟกเตอร์หน้าตัดการไหล (Section factor for critical Flow,  $Z$ )  $Z = AR^{2/3}$
- แฟกเตอร์หน้าตัดการไหลแบบวิกฤต (Section factor for critical Flow,  $Z$ )  $Z = A\sqrt{D}$



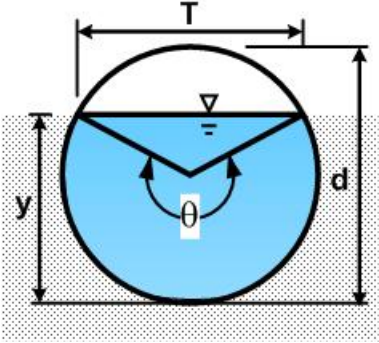
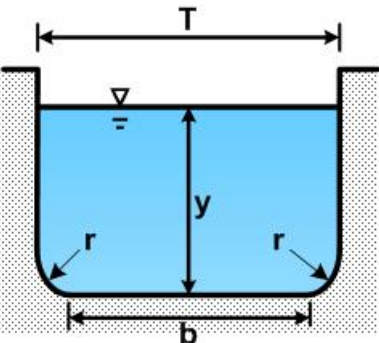
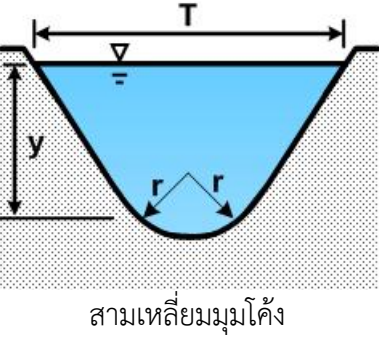
รูปที่ 6.5 คุณสมบัติของทางน้ำเปิด



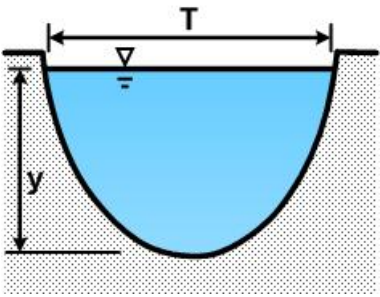
ตารางที่ 6.1 คุณสมบัติที่สำคัญของทางน้ำเปิดของหน้าตัดการไหลแบบต่าง ๆ

หน้าตัดทางน้ำ	คุณสมบัติ	
 <p data-bbox="427 722 586 764">สี่เหลี่ยมผืนผ้า</p>	$A = by$ $P = b+2y$ $R = \frac{by}{b+2y}$	$T = b$ $D = y$ $Z = by^{1.5}$
 <p data-bbox="427 1100 586 1142">สี่เหลี่ยมคางหมู</p>	$A = (b+zy)y$ $P = b+2y\sqrt{1+z^2}$ $R = \frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$T = b+2zy$ $D = \frac{(b+zy)y}{b+2zy}$ $Z = \frac{[(b+zy)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2zy}}$
 <p data-bbox="427 1472 586 1514">สามเหลี่ยม</p>	$A = zy^2$ $P = 2y\sqrt{1+z^2}$ $R = \frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$T = 2zy$ $D = \frac{y}{2}$ $Z = \frac{\sqrt{2}}{2}zy^{2.5}$

ตารางที่ 6.1 (ต่อ)

 <p style="text-align: center;">วงกลม</p>	$A = \frac{1}{8}(\theta - \sin\theta)d^2$ $T = \left(\sin\frac{\theta}{2}\right)d \text{ or } 2\sqrt{y(d-y)}$ $P = \frac{1}{2}\theta d$ $D = \frac{1}{8}\left(\frac{\theta - \sin\theta}{\sin\theta/2}\right)d$ $R = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}\right)d \quad Z = \frac{\sqrt{2}(\theta - \sin\theta)^{1.5}}{32\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)}d^{2.5}$
 <p style="text-align: center;">สี่เหลี่ยมมุมโค้ง (<math>y &gt; r</math>)</p>	$A = \left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2 + (b + 2r)y$ $T = b + 2r$ $P = (\pi - 2)r + b + 2y$ $D = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2\right]y}{b + 2r}$ $R = \frac{A}{P} \quad Z = \frac{\left[\left(\frac{\pi}{2} - 2\right)r^2 + (b + 2r)y\right]^{1.5}}{b + 2r}y$
 <p style="text-align: center;">สามเหลี่ยมมุมโค้ง</p>	$A = \frac{T}{4z} - \frac{r^2}{z}(1 - z \cot^{-1} z)$ $T = 2\left[z(y - r) + r\sqrt{1 + z^2}\right]$ $P = 2y\sqrt{1 + z^2}$ $D = \frac{A}{T}$ $R = \frac{A}{P}$ $Z = \sqrt{\frac{A}{T}}$

ตารางที่ 6.1 (ต่อ)

 <p style="text-align: center;">พาราโบลา</p>	$A = \frac{2}{3}Ty$ $P^* = T + \frac{8}{3} \frac{y^2}{T}$ $R = \frac{(2/3)Ty}{P^*}$ $A = \frac{2}{3}Ty$ $T = \frac{3A}{2y}$ $D = \frac{2}{3}y$ $Z = \frac{2}{9} \sqrt{6}Ty^{1.5}$ <p>* การประมาณใช้ได้ในช่วงของ <math>0 \leq x \leq 1</math> โดยที่ <math>x = \frac{4y}{T}</math> และ <math>x &gt; 1</math> โดยมีค่าที่ถูกต้องคือ</p> $P = \frac{T}{2} \left[ \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{x} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right]$
---	---

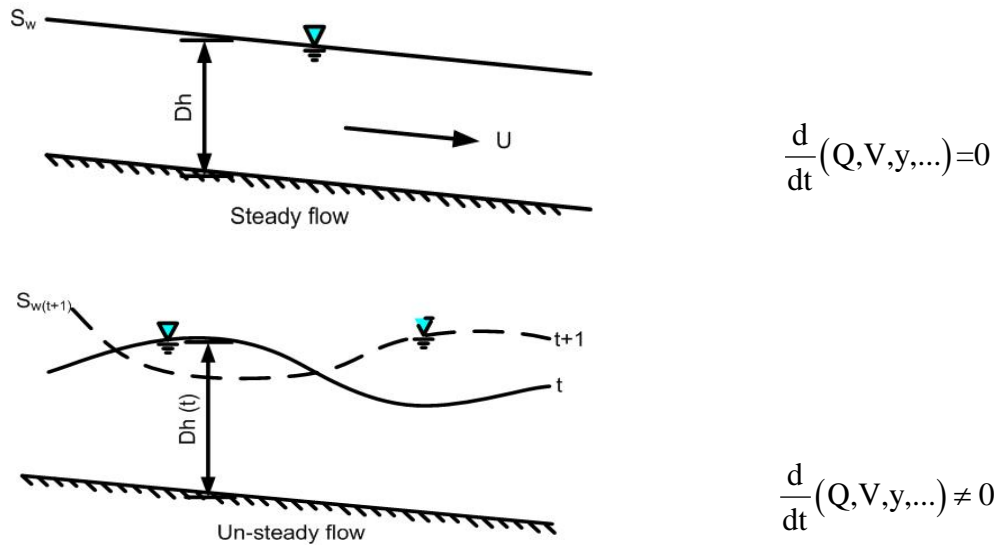
### ประเภทการไหลในทางน้ำเปิด (Type of Flow in Open Channel)

การไหลในทางน้ำเปิดสามารถ จำแนกประเภทการไหลได้ 2 ชนิดคือ จำแนกตามชนิดของการไหล และ จำแนกตามสภาวะการไหล โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### จำแนกตามชนิดของการไหล (Type of Flow)

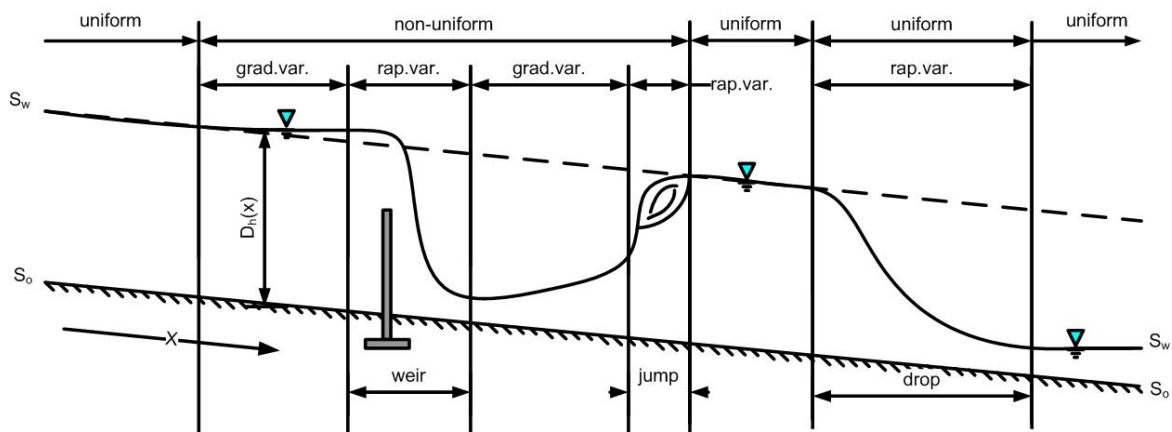
การแบ่งประเภทการไหลในทางน้ำตามชนิดของการไหลมีเกณฑ์ในการพิจารณาได้ 2 แบบคือ การใช้เวลา (Time, t) เป็นเกณฑ์ และ การใช้ตำแหน่งการไหล (Space, x) เป็นเกณฑ์

- การพิจารณาการเปลี่ยนแปลง การไหลโดยใช้เวลาเป็นเกณฑ์ (พิจารณารูปที่ 6.6) สามารถแบ่งออกได้ 2 ประเภทคือ การไหลแบบคงที่ (Steady Flow) และการไหลแบบไม่คงที่ (Unsteady Flow) หากพิจารณาการไหลในช่วงหนึ่ง (ระหว่าง 2 หน้าตัด) การไหลจะเป็นแบบคงที่ก็ต่อเมื่อความเร็ว และความลึกการไหล ไม่เปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางตามเวลา ส่งผลให้อัตราการไหลคงที่กล่าวคือไม่มีน้ำไหลเข้าและไหลออกในช่วง เวลาการไหลที่กำลังพิจารณา ในทำนองตรงกันข้ามหากมีน้ำไหลเข้าหรือไหลออกในช่วงการไหลที่กำลังพิจารณาจะทำให้ความเร็วเฉลี่ย และความลึกของการไหลเปลี่ยนแปลงไปส่งผลให้อัตราการไหลไม่คงที่ซึ่งการไหลแบบนี้จะเป็นแบบไม่คงที่ (หากอัตราการไหลเข้าและไหลออกมีค่าเท่ากันการไหลจะเป็นแบบคงที่)



รูปที่ 6.6 ลักษณะการไหลเปรียบเทียบกับเวลา

- การพิจารณาการไหลเปรียบเทียบกับตำแหน่งการไหล (Space Variation) แบ่งออกได้ 2 ประเภทคือ การไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform Flow) และการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-Uniform Flow) ดังรูปที่ 6.7 การไหลแบบสม่ำเสมอคือการไหลที่มีความลึกการไหลคงที่ตลอดระยะทางในช่วงทางน้ำที่กำลังพิจารณา ในทางตรงกันข้ามหากความลึกการไหลเปลี่ยนแปลงไปตามระยะทางการไหลก็จะเป็นการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ สำหรับการไหลแบบไม่สม่ำเสมอนั้นสามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ การไหลแบบเปลี่ยนแปลงน้อย (Gradually Varies Flow, grad.var.) และการไหลแบบเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว (Rapidly Varies Flow, rap.var.)



รูปที่ 6.7 ลักษณะการไหลเปรียบเทียบกับตำแหน่ง

ดังนั้นหากนำเกณฑ์ทั้งเวลาและตำแหน่งของการไหลมาพิจารณาร่วมกัน สามารถจำแนกประเภทของการไหลที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

- การไหลแบบสม่ำเสมอ และไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Uniform Flow) คือ ความลึก ความเร็ว อัตราการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหล ตลอดช่วงความยาว ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลาที่พิจารณา โดยรูปแบบการไหลแบบนี้เกือบทั้งหมดจะเกิดขึ้นในทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น เนื่องจากรูปตัดขวางของทางน้ำมักจะสร้างให้มีรูปร่างคงที่ และในการใช้งานเราสามารถควบคุมความเร็ว และอัตราการไหลได้
- การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Gradually Varied Flow) คือสภาพการไหลความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่ความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลที่จุดใดจุดหนึ่งนั้นจะคงที่ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Rapidly Varied Flow) คือสภาพการไหลความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณา แต่ความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลที่จุดใดจุดหนึ่งนั้นจะคงที่ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
- การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Uniform Flow) คือสภาพการไหลความลึก ความเร็ว อัตราการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหล เท่ากันตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา
- การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Gradually Varied Flow) คือสภาพการไหลความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา และเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กัน
- การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Rapidly Varied Flow) คือสภาพการไหลความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณาและเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กัน

### จำแนกประเภทตามสถานะของการไหล (State of Flow)

การจำแนกประเภทการไหลตามสถานะของการไหลนั้นจะพิจารณาจากพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของของไหลในทางน้ำ รวมถึงผลกระทบของแรงที่มีอิทธิพลต่อการไหล โดยสามารถแบ่งเกณฑ์ตามค่าของฟรูดนัมเบอร์ และค่าของเรย์โนลด์นัมเบอร์ได้ดังนี้

- จำแนกโดยพิจารณาจากฟรูดนัมเบอร์ (Froude number :  $F_r$ )

ฟรูดนัมเบอร์คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความโน้มถ่วง (Gravity Force) และแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล (Inertia Force) ดังสมการ

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad (6.1)$$

เมื่อ  $F_r$  คือฟรูดนัมเบอร์ (ไม่มีหน่วย)  $V$  คือความเร็วการไหล (m/s)  $D$  คือความลึกชลศาสตร์ (m)  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง ( $m/s^2$ ) จากสมการที่ 6.1 เมื่อคำนวณค่าฟรูดนัมเบอร์ได้ก็สามารถทราบสถานะการไหลได้ดังนี้

- หากฟรูดนัมเบอร์น้อยกว่า 1 การไหลจะเป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต (Subcritical Flow)
- หากฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1 การไหลจะเป็นการไหลวิกฤต (Critical Flow)
- หากฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 1 การไหลจะเป็นการไหลสูงกว่าวิกฤต (Supercritical Flow)

- จำแนกโดยพิจารณาจาก เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynold number :  $Re$ )

เรย์โนลด์นัมเบอร์คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความหนืด (Viscous Force) และแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล (Inertia Force) ดังสมการ

$$Re = \frac{VR}{\nu} \quad (6.2)$$

เมื่อ  $Re$  คือ เรย์โนลด์นัมเบอร์ (ไม่มีหน่วย)  $R$  คือรัศมีชลศาสตร์ (m)  $V$  คือความเร็วการไหล (m/s)  $\nu$  คือ ความหนืดจลนศาสตร์ของไหล (Kinematic Viscosity,  $m^2/s$ ) สามารถแบ่งสถานะการไหลโดยใช้ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ได้ดังนี้

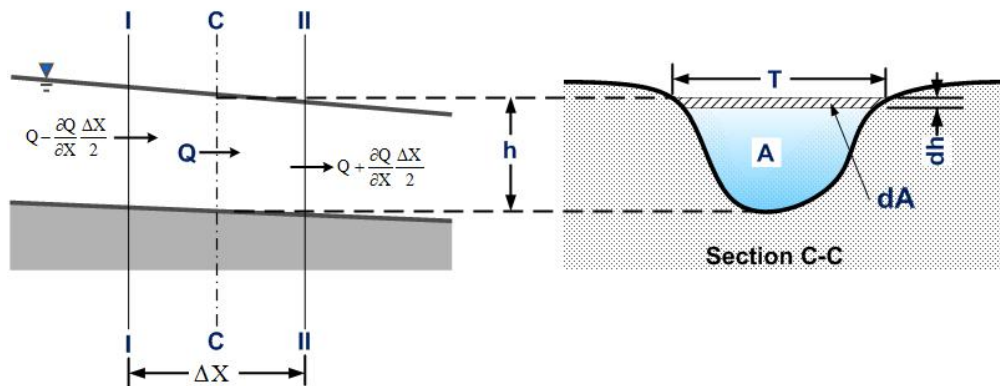
- การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างเป็นระเบียบ จะเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วต่ำ หรือความหนืดของของไหลมีอิทธิพลต่อการไหลมาก โดยเรย์โนลด์์นัมเบอร์จะมีค่าต่ำกว่า 500
- การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างไม่เป็นระเบียบ จะเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วสูง หรือความหนืดของไหลต่ำมีอิทธิพลต่อการไหลน้อย โดยเรย์โนลด์์นัมเบอร์จะมีค่ามากกว่า 2,000
- การไหลแบบช่วงแปรเปลี่ยน (Transitional Flow) เป็นสภาวะการไหลที่ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นการไหลแบบปั่นป่วน หรือการไหลแบบราบเรียบ โดยเรย์โนลด์์นัมเบอร์จะมีค่าอยู่ระหว่าง 500 ถึง 2,000

### สมการควบคุมการไหล (Governing Equations)

สมการควบคุมการไหลสามารถแบ่งได้ 3 สมการหลักคือ สมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม และสมการพลังงาน

### สมการความต่อเนื่อง (Continuities Equation)

พิจารณารูปที่ 6.8 กำหนดให้น้ำไหลเข้าที่หน้าตัด I และไหลออกไปหน้าตัด II ซึ่งมีความยาวเท่ากับ  $\Delta X$  โดยที่  $Q$ ,  $h$ ,  $A$  และ  $B$  คืออัตราการไหล ความลึกการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหล และความกว้างของผิวน้ำที่ระยะ  $\Delta X/2$  (หน้าตัด C) ตามลำดับ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงปริมาตรในช่วงเวลา  $\Delta t$  จะได้



รูปที่ 6.8 การไหลผ่านหน้าตัดใด ๆ

$$\left[ \left( Q - \frac{\partial Q}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} \right) - \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial X} \frac{\Delta X}{2} \right) \right] \cdot \Delta t = - \frac{\partial Q}{\partial X} \cdot \Delta X \cdot \Delta t \quad (6.3)$$

การเปลี่ยนแปลงปริมาตรสามารถหาได้จาก

$$\frac{\partial V}{\partial t} \cdot \Delta t = \frac{\partial (A \Delta X)}{\partial t} \cdot \Delta t = \frac{\partial (A)}{\partial t} \cdot \Delta X \cdot \Delta t \quad (6.4)$$

พิจารณาสมการที่ 6.3 และ 6.4 ซึ่งมีค่าเท่ากันจะได้

$$\frac{\partial A}{\partial t} \cdot \Delta X \cdot \Delta t = - \frac{\partial Q}{\partial X} \cdot \Delta X \cdot \Delta t \quad (6.5)$$

หารสมการ 6.5 ด้วย  $\Delta X \cdot \Delta t$  จะได้



$$\frac{\partial Q}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (6.6)$$

จากรูปที่ 6.8 พบว่า  $\partial A = T \partial h$  แทนค่าลงใน 6.6 จะได้สมการ

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + T \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (6.7)$$

สมการที่ 6.7 เป็นสมการความต่อเนื่องของการไหลแบบไม่คงที่ (Unsteady Flow) กรณีที่ไม่มี การไหลเข้าหรือไหลออกในช่วง  $\Delta X$  หรือกล่าวได้ว่าไม่มีการไหลเข้าหรือไหลออกทางด้านข้างในช่วง ระยะทางที่สนใจอย่างไรก็ตามหากมีการไหลเข้าหรือไหลออกระหว่างหน้าตัด I และหน้าตัด II จะต้อง นำเอาอัตราการไหลเข้าหรือออกดังกล่าวมาพิจารณาด้วย สมการที่ 6.7 จะเปลี่ยนเป็น

$$\frac{\partial Q}{\partial X} + T \frac{\partial h}{\partial t} = \pm q \quad (6.8)$$

เมื่อ  $q$  คืออัตราการไหลเข้าหรือออกต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง โดยเมื่อมีน้ำไหลเข้าให้ใช้  $+q$  และ เมื่อมีการไหลออกให้ใช้  $-q$  อย่างไรก็ตามหากการไหลเป็นแบบคงที่ ซึ่งเป็นการไหลที่ไม่เปลี่ยนแปลงตาม เวลาจะได้  $\partial h / \partial t = 0$  ดังนั้นส่งผลให้  $\partial Q / \partial X = 0$  หรือกล่าวได้ว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงการไหลในช่วง หน้าตัดการไหลตัด I และหน้าตัด II หรืออัตราการไหลเข้าเท่ากับอัตราการไหลออก ทำให้สมการที่ 6.8 สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

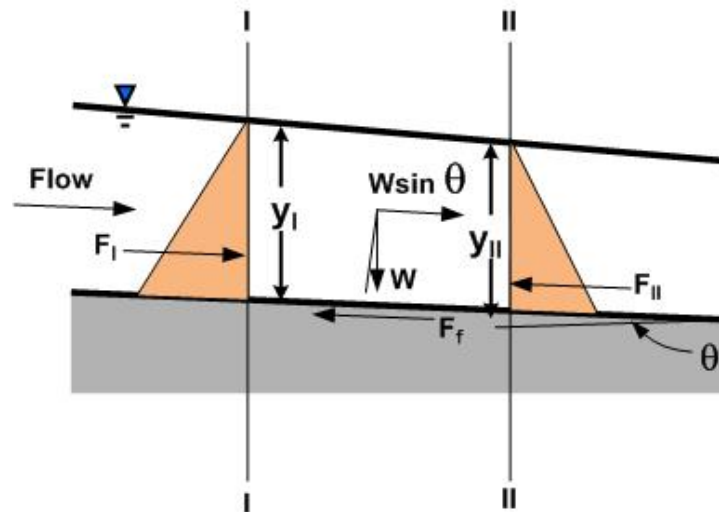
$$Q_I = Q_{II} \quad (6.9)$$

สมการที่ 6.9 เป็นสมการความต่อเนื่องสำหรับการไหลแบบคงที่ เมื่อ  $Q = AV$  โดยที่  $A$  คือหน้าตัดการไหล และ  $V$  คือความเร็วการไหล จะได้สมการความต่อเนื่องสำหรับการไหลสองหน้าตัดดังนี้

$$A_I V_I = A_{II} V_{II} \quad (6.10)$$

### สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's Second Law of Motion) การเปลี่ยนแปลง โมเมนตัม ของการไหลของก๊อนน้ำในหนึ่งช่วงเวลา มีค่าเท่ากับ ผลลัพธ์ของแรงภายนอก ซึ่งกระทำกับก๊อนน้ำนั้น เมื่อพิจารณารูปที่ 6.9 ของการไหลระหว่างหน้าตัดที่ I และ II และสามารถหาความสัมพันธ์ได้ดังสมการ



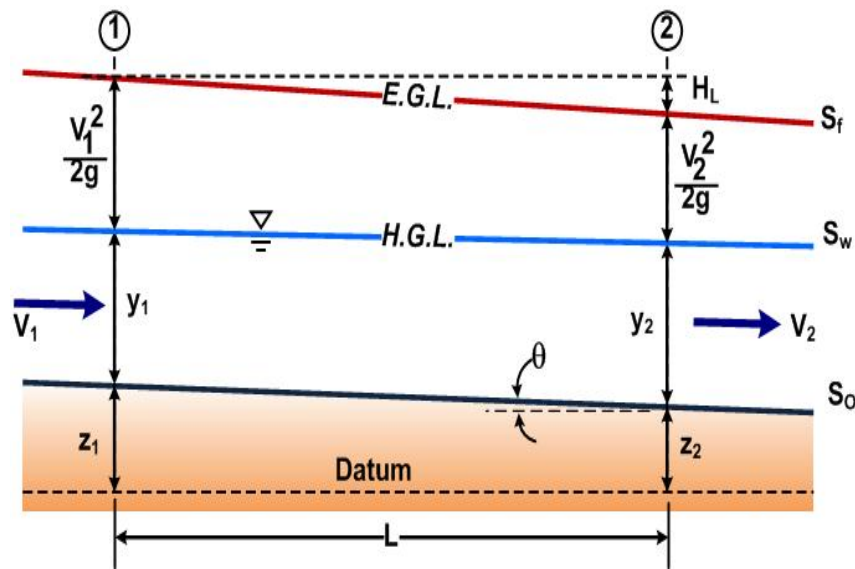
รูปที่ 6.9 การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

$$F_I + W \sin \theta - F_f - F_{II} = \rho Q (\beta_{II} V_{II} - \beta_I V_I) \quad (6.11)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหล  $V_1$  และ  $V_2$  คือความเร็วเฉลี่ยของการไหล  $\beta_1$  และ  $\beta_2$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของโมเมนตัม  $F_I$  และ  $F_{II}$  คือแรงกระทำเนื่องจากความดันของน้ำ  $\theta$  คือความลาดชันของท้องน้ำ  $\rho$  คือความหนาแน่นของน้ำ  $W$  คือน้ำหนักของก๊อนน้ำในปริมาตรควบคุม  $F_f$  คือแรงเสียดทานภายนอกที่กระทำกับผิวควบคุม (ตัวห้อยเลข I และ II อ้างถึงหน้าตัดการไหลที่ I และ II ตามลำดับ)

### สมการพลังงาน (Energy Equation)

การไหลในทางน้ำเปิด เป็นการไหลภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก เป็นการไหลจากที่สูงลงสู่ที่ต่ำ ทำให้เกิดแรงเสียดทานระหว่างของไหลกับผิวของทางน้ำเปิด สมการพลังงานสำหรับการไหลในทางน้ำเปิดนั้นสามารถนำสมการของ Bernoulli มาประยุกต์ใช้เพื่ออธิบาย พลังงานการไหลของน้ำใน รูปของเฮดน้ำ ซึ่งพลังงานการไหลทั้งหมด มีค่าเท่ากับผลรวมของความสูงวัดจากระดับอ้างอิง ( $Z$ ) เฮดความดัน ( $P/\gamma$ ) และเฮดความเร็ว ( $V^2/2g$ ) โดยที่พลังงานรวมที่หน้าตัดที่ 1 จะต้องเท่ากับผลรวมของพลังงานที่หน้าตัดที่ 2 บวกกับการสูญเสียพลังงานระหว่างหน้าตัดที่ 1 และ 2 (รูปที่ 6.10) และสมการที่ 6.12



รูปที่ 6.10 พลังงานของการไหลบนทางน้ำเปิด

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (6.12)$$

สมการที่ 6.12 เป็นสมการพลังงานสำหรับการไหลจากหน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 เมื่อ  $z_1$  และ  $z_2$  คือ ความสูงวัดจากระดับอ้างอิง  $P_1$  และ  $P_2$  คือความดัน  $V_1$  และ  $V_2$  คือความเร็วเฉลี่ยของการไหล  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก  $H_L$  คือ พลังงานที่สูญเสียระหว่างการไหลจากหน้าตัดที่ 1 ไปหน้าตัดที่ 2 (ตัวห้อยเลข 1 และ 2 อ้างถึงหน้าตัดการไหลที่ 1 และ 2 ตามลำดับ) จากรูปที่ 6.9 เมื่อ  $y_1 = P_1/\gamma$  และ  $y_2 = P_2/\gamma$  ดังนั้นสมการที่ 6.12 จะเขียนได้เป็น

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + H_L \quad (6.13)$$

จากรูปที่ 6.10 มีเส้นลาดความชันอยู่สามค่าคือ ความลาดชันท้องน้ำ (Bottom Slope,  $S_o$ ) ความลาดชันชลศาสตร์ (Hydraulic Grade Line, H.G.L.) หรือความลาดชันผิวน้ำ (Water Surface Slope,  $S_w$ ) และความลาดชันของพลังงาน (Energy Grade Line, E.G.L.) หรือความลาดชันของแรงเสียดทาน (Friction Slope,  $S_f$ ) โดยจากสมการที่ 6.13 สามารถหาสมการความลาดชันต่าง ๆ ได้ดังนี้

$$\square \text{ ความลาดชันท้องน้ำ } S_o = \frac{z_1 - z_2}{L} \quad (6.14)$$

$$\square \text{ ความลาดชันผิวน้ำ } S_w = \frac{(z_1 + y_1) - (z_2 + y_2)}{L} \quad (6.15)$$

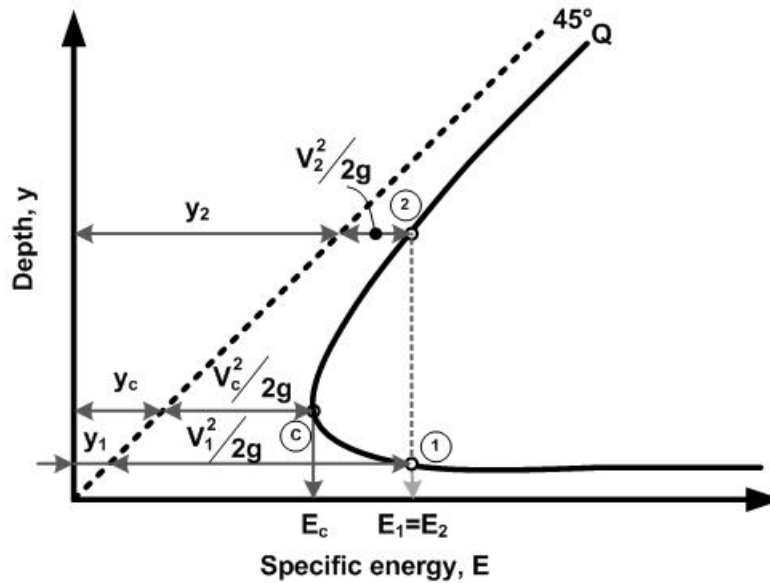
$$\square \text{ ความลาดชันของพลังงาน } S_f = \frac{(z_1 + y_1 + V_1^2/2g) - (z_2 + y_2 + V_2^2/2g)}{L} = \frac{H_L}{L} \quad (6.16)$$

### พลังงานจำเพาะและการไหลวิกฤต (Specific Energy and Critical Flow)

พลังงานการไหลในทางน้ำเปิดที่ตำแหน่งหน้าตัดใดมีค่าคงที่เท่ากับ ผลรวมของเฮตระดับ ( $z$ ) ความลึกการไหลหรือเฮตความดัน ( $y$ ) และ เฮตความเร็ว ( $v^2/2g$ ) หากกำหนดให้ระดับท้องน้ำเป็นระดับอ้างอิงจะทำให้เฮตระดับมีค่าเท่ากับศูนย์ ( $z=0$ ) พลังงานการไหลจะมีเพียงความลึกการไหลบวกกับเฮตความเร็ว ซึ่งก็คือพลังงานจำเพาะนั่นเอง หรืออาจกล่าวได้ว่าพลังงานจำเพาะคือพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของน้ำที่หน้าตัดใด ๆ ในทางน้ำเปิด โดยสามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการทั่วไปได้ดังนี้

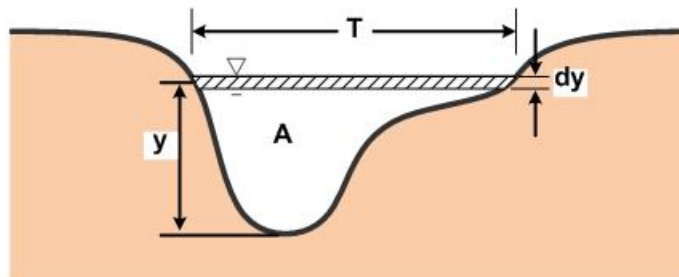
$$E = y + \frac{v^2}{2g} \quad (6.17)$$

เมื่อ  $E$  คือพลังงานจำเพาะ ( $m$ )  $y$  คือความลึกการไหล ( $m$ )  $V$  คือความเร็วการไหล ( $m^2/s$ ) และ  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m^2/s$ ) จากสมการที่ 6.17 เมื่อนำความลึกการไหล ( $y$ ) และพลังงานจำเพาะ ( $E$ ) มาพล็อตกราฟหาความสัมพันธ์ ณ อัตราการไหล  $Q$  จะโค้งพลังงานจำเพาะดังรูปที่ 6.11



รูปที่ 6.11 โค้งพลังงานจำเพาะ

รูปที่ 6.11 แสดงโค้งพลังงานจำเพาะที่อัตราการไหล  $Q$  หากพิจารณาเส้นโค้งจะพบว่าจะมีจุดเปลี่ยนโค้งอยู่ทางซ้ายมือสุด จุดเปลี่ยนโค้งดังกล่าวนี้คือตำแหน่งที่การไหลมีพลังงานจำเพาะต่ำที่สุดและเรียกความลึกการไหลที่ตำแหน่งนี้ว่าความลึกการไหลวิกฤต (Critical Depth,  $y_c$ ) สำหรับตำแหน่งอื่นจะพบว่ามีความลึกการไหลอยู่ 2 ค่าที่ให้ค่าพลังงานจำเพาะเท่ากันเรียกความลึกทั้งสองว่าความลึกทดแทน (Alternated Depth) ได้แก่ความลึกการไหลที่มีค่าน้อยกว่าความลึกวิกฤต ( $y_1$ ) และความลึกการไหลที่มีค่ามากกว่าความลึกวิกฤต ( $y_2$ )



รูปที่ 6.12 หน้าตัดการไหล

พิจารณารูปที่ 6.12 สามารถหาความลึกวิกฤตซึ่งเป็นความลึกมีพลังงานจำเพาะต่ำที่สุด ได้จากการทำการอนุพันธ์พลังงานจำเพาะ (E) จากสมการที่ 6.17 เทียบกับค่าความลึกการไหล (y) โดยสามารถวิเคราะห์ได้ดังนี้

พิจารณากรณีอัตราการไหลคงที่

$$\text{เมื่อ} \quad \frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left( y + \frac{v^2}{2g} \right) \quad (6.18)$$

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left( y + \frac{Q^2}{2gA^2} \right)$$

เมื่อกำหนดให้อัตราการไหลคงที่จะได้

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g} (-2A^{-3}) \frac{dA}{dy} \quad (6.19)$$

จากรูปที่ 6.12  $dA = Tdy$  นำไปแทนค่าในสมการที่ 6.19

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{Q^2}{2g} (-2A^{-3}) \frac{Tdy}{dy}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3} \quad (6.20)$$

ค่าความลึกการไหลที่ทำให้พลังงานจำเพาะน้อยที่สุดเมื่อ  $\frac{dE}{dy} = 0$  จากสมการที่ 6.20 จะได้

$$0 = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}$$

$$\text{หรือ} \quad \frac{Q^2 T}{gA^3} = 1 \quad (6.21)$$

จากสมการที่ 6.1 เมื่อ  $Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}$

หรือ 
$$Fr = \frac{Q}{A\sqrt{gD}}$$

ทำการยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$Fr^2 = \frac{Q^2}{A^2 g D} \quad (6.22)$$

เมื่อความลึกชลศาสตร์  $D = A/T$  สามารถเขียนสมการที่ 6.22 ใหม่ได้เป็น

$$Fr^2 = \frac{Q^2 T}{g A^3} = 1$$

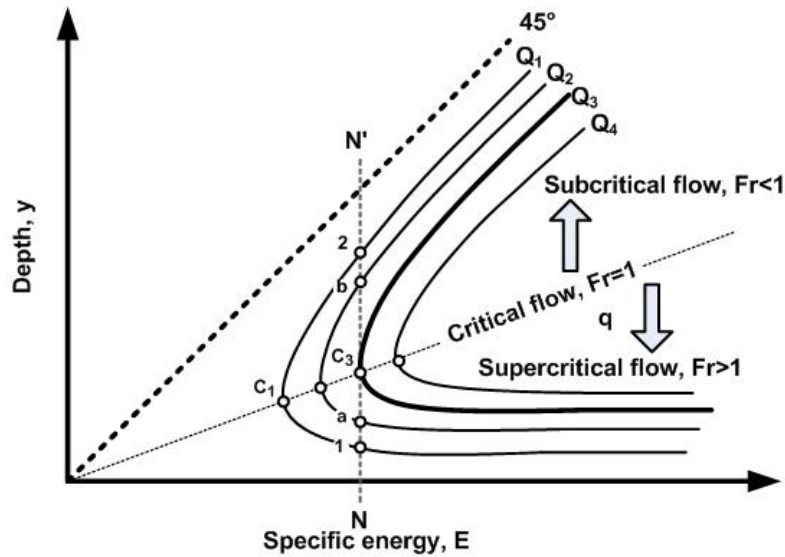
หรือ 
$$Fr = \sqrt{\frac{Q^2 T}{g A^3}} = \sqrt{1} = 1$$

(6.23)

จะเห็นได้ว่าสมการที่ 6.21 และ 6.23 มีค่าเท่ากันดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ณ.ความลึกการไหลวิกฤตพลังงานจำเพาะการไหลจะมีค่าต่ำที่สุดและมีค่าฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1

### พิจารณากรณีอัตราการไหลเปลี่ยนแปลง

จากสมการที่ 6.17 ณ. อัตราการไหลหนึ่งค่าสามารถพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะกับค่าความลึกการไหลได้ 1 เส้น (รูปที่ 6.10) อย่างไรก็ตามถ้าใช้ค่าอัตราการไหลหลาย ๆ ค่าก็จะได้โค้งความสัมพันธ์หลายเส้นดังรูปที่ 6.13



รูปที่ 6.13 โค้งพลังงานจำเพาะสำหรับอัตราการไหลต่างกัน

รูปที่ 6.13 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความลึกการไหล ( $y$ ) และพลังงานจำเพาะ ( $E$ ) ที่อัตราการไหลต่าง ๆ โดยอัตราการไหลหนึ่งค่า จะให้โค้งความสัมพันธ์ 1 เส้นโดยแต่ละเส้นจะไม่ตัดกัน ค่าอัตราการไหลที่มากที่สุดจะอยู่ทางขวามือและน้อยสุดจะอยู่ทางซ้ายมือ จากรูปที่ 6.1 พบว่า  $Q_1 < Q_2 < Q_3 < Q_4$  หากพิจารณาพลังงานจำเพาะคงที่ค่าหนึ่ง (เส้นประ  $NN'$ ) จะพบว่า มีเส้นโค้งตัดเส้นประหลายจุด ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีอัตราการไหล ซึ่งไหลในทางน้ำเปิดนี้ได้หลายค่าที่มีพลังงานจำเพาะ (จากรูปที่ 6.12 พบว่าจุด 1 และ 2 ของการไหล  $Q_1$  จุด a และ b ของการไหล  $Q_2$  และ จุด  $C_3$  ของการไหล  $Q_3$  มีพลังงานจำเพาะเท่ากัน) โดยอัตราการไหลที่มากที่สุดเกิดขึ้น ณ ตำแหน่งจุด  $C_3$  บนเส้นประของเส้นกราฟ  $Q_3$  การไหลที่ให้อัตราการไหลสูงสุดเมื่อพลังงานจำเพาะคงที่ เรียกว่าการไหลวิกฤต ดังนั้นจุด  $C_3$  ต้องเป็นจุดวิกฤตด้วย ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

พิจารณารณณ์อัตราการไหลเปลี่ยนแปลงเมื่อพลังงานจำเพาะคงที่

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$Q = A\sqrt{2g(E-y)} \quad (6.24)$$

ทำการอนุพันธ์สมการที่ 6.24 เทียบกับ  $y$  โดยให้  $E$  คงที่



$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g(E-y)} \frac{dA}{dy} - \frac{gA}{\sqrt{2g(E-y)}} \quad (6.25)$$

ค่าความลึกการไหลที่ทำให้อัตราการไหลมากที่สุดเมื่อ  $\frac{dQ}{dy} = 0$  จากสมการที่ 6.25 จะได้

$$\frac{gA}{\sqrt{2g(E-y)}} = \sqrt{2g(E-y)} \frac{dA}{dy} \quad (6.26)$$

เมื่อ  $\frac{Q}{A} = \sqrt{2g(E-y)}$  และ  $\frac{dA}{dy} = T$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.26 จะได้

$$\frac{gA^2}{Q} = \frac{Q}{A} T$$

หรือ 
$$\frac{Q^2 T}{gA^3} = 1 \quad (6.27)$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ 6.27 และ 6.23 มีค่าเท่ากันดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ณ.ความลึกการไหลวิกฤตพลังงานจำเพาะการไหลจะมีค่าต่ำที่สุดและมีค่าฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1 และหากลากเส้นผ่านจุดวิกฤตสำหรับอัตราการไหลค่าต่าง ๆ และสามารถแบ่งโซนการไหลได้ดังนี้ การไหลที่มีความลึกมากกว่าความลึกวิกฤตจะเป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต และการไหลที่มีความลึกการไหลสูงกว่าวิกฤตจะเป็นการไหลในย่านสูงกว่าวิกฤต (รูปที่ 6.13)

### การไหลวิกฤตในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ตั้งรายละเอียดข้างต้นในสภาวะการไหลวิกฤตค่าฟรูดนัมเบอร์จะเท่ากับ 1 และมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$Fr = \frac{v_c}{\sqrt{gD_c}} = 1$$

หรือ 
$$\frac{v_c}{\sqrt{g(A/T)_c}} = 1 \quad (6.28)$$

โดยทั่วไปแม่น้ำจะมีขนาดความกว้างมากทำให้การวิเคราะห์พื้นที่หน้าตัดการไหลมักจะสมมติให้มีรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งพื้นที่หน้าตัดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (A) มีค่าเท่ากับ ความกว้าง (b) คูณด้วยความลึกการไหล (y) และ ความกว้างผืนน้ำ (T) มีค่าเท่ากับ ความกว้าง (b) ท้องน้ำ แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ 6.28

$$\frac{v_c}{\sqrt{g(Ty/T)_c}} = \frac{v_c}{\sqrt{gy_c}} = 1 \quad (6.29)$$

หรือ  $v_c = \sqrt{gy_c}$  นำไปแทนค่าลงในสมการพลังงานจำเพาะ  $E_c = y_c + \frac{v_c^2}{2g}$  จะได้

$$E_c = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2}y_c$$

(6.30)

สมการที่ 6.30 แสดงให้เห็นว่าพลังงานจำเพาะที่การไหลวิกฤตจะมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของความลึกวิกฤต และสามารถหาความลึกวิกฤต ( $y_c$ ) ได้ดังนี้ กำหนดให้อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง ( $q$ ) เท่ากับอัตราการไหลหารด้วยความกว้าง ( $q = Q/b$ ) และ  $D_c = (A/T)_c = (by/b)_c = y_c$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.27 จะได้

$$\frac{Q^2T}{gA^3} = \frac{q^2b^2T}{g(by_c)^2 A} = \frac{q^2}{gy_c^3} = 1$$

หรือ  $y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$

(ตัวห้อยกำกับ c หมายถึงสภาวะการไหลแบบวิกฤต)

**ตัวอย่างที่ 6.1** ทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 2.0 m มีพลังงานจำเพาะ 1.2 m เมื่ออัตราการไหลเท่ากับ  $6.0 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาความลึกทดแทน

วิธีทำ 
$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2} = y + \frac{Q^2}{2gb^2y^2}$$

$$1.2 = y + \frac{6^2}{2g2^2y^2} = y + \frac{0.459}{y^2}$$

แก้สมการหาค่า  $y$  จะได้  $y_1$  เท่ากับ 1.157 m และ 0.824 m

ตรวจสอบสภาวะการไหล

□ ถ้า  $y = 1.157 \text{ m}$  จะได้  $V = \frac{Q}{A} = \frac{6}{2 \times 1.157} = 2.59 \text{ m/s}$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{2.59}{\sqrt{1.157g}} = 0.77 \text{ เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต}$$

□ ถ้า  $y = 0.824 \text{ m}$  จะได้  $V = \frac{Q}{A} = \frac{6}{2 \times 0.824} = 3.64 \text{ m/s}$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{3.64}{\sqrt{0.824g}} = 1.28 \text{ เป็นการไหลสูงกว่าวิกฤต}$$

ความลึกทดแทนคือ  $y_1$  เท่ากับ 1.157 เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต และ  $y_2$  เท่ากับ 0.824 m เป็นการไหลสูงกว่าวิกฤต **ตอบ**

**ตัวอย่างที่ 6.2** จงคำนวณหาความลึกการไหลวิกฤตและพลังงานจำเพาะเมื่ออัตราการไหลเท่ากับ  $8.0 \text{ m}^3/\text{s}$  สำหรับการไหลในทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 4.0 m

วิธีทำ สำหรับทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

- ความลึกวิกฤต

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{(8/4)^2/g} = 0.742 \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

- พลังงานจำเพาะ

$$E_c = \frac{3}{2}y_c = 1.5 \times 0.742 = 1.113 \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

### การเปลี่ยนแปลงสภาพการไหล (Change of Flow Condition)

จากการพิสูจน์ทางทฤษฎีดังรายละเอียดที่ได้กล่าวมาแล้วพบว่าหน้าตัดการไหลใดที่ทราบค่าความลึกการไหลวิกฤตจะสามารถคำนวณหาอัตราการไหลได้ และเรียกหน้าตัดการไหลนั้นว่าหน้าตัดบังคับ โดยสามารถวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ได้โดยการประยุกต์สมการพลังงานของ Bernoulli ที่หน้าตัดบังคับใด ๆ ซึ่งพลังงานการไหลทั้งหมดสามารถเขียนได้ดังสมการ

$$H = z + y + \frac{v^2}{2g}$$

หรือ  $H = z + E$  (6.31)

เมื่อ  $H$  คือพลังงานรวมทั้งหมด  $E$  คือพลังงานจำเพาะ และ  $z$  คือระยะจากระดับอ้างอิงถึงท้องน้ำ

กำหนดให้  $x$  เป็นระยะทางวัดไปตามทิศทางการไหล ทำการหาอนุพันธ์  $H$  จากสมการที่ 6.31 จะได้

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} \quad (6.32)$$

หากไม่มีการสูญเสียพลังงานจะทำให้  $dH/dx = 0$  จะได้

$$0 = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

หรือ  $0 = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dy} \times \frac{dy}{dx}$  (6.33)

จากสมการที่ 6.20 และ 6.27 เมื่อ  $\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}$  และ  $Fr^2 = \frac{Q^2 T}{gA^3}$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.33

จะได้  $0 = \frac{dz}{dx} + (1 - Fr^2) \frac{dy}{dx}$  (6.34)

สมการที่ 6.34 จะใช้เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบสภาวะการไหลในทางน้ำเปิดกรณีดังต่อไปนี้

1) ถ้าท้องทางน้ำมีการยกระดับพื้นขึ้น

จากสมการที่ 6.34 ถ้าท้องน้ำมีการยกระดับพื้นจะทำให้  $\frac{dz}{dx}$  เป็นบวก ดังนั้น  $(1-Fr^2)\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นลบเสมอ ซึ่งเป็นได้สองกรณีดังนี้

- ถ้าการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะต่ำกว่าวิกฤต ( $Fr < 1$ ) จะทำให้  $1-Fr^2$  มีค่าเป็นบวก ดังนั้น  $\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นลบ นั่นหมายถึง ระดับผิวน้ำจะลดต่ำลงจากระดับเดิมดังรูปที่ 6.14a
- ถ้าการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะสูงกว่าวิกฤต ( $Fr > 1$ ) จะทำให้  $1-Fr^2$  เป็นลบดังนั้น  $\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นบวก นั่นหมายถึง ระดับผิวน้ำจะเพิ่มสูงขึ้นจากระดับเดิมดังรูปที่ 6.14b

2) ถ้าท้องทางน้ำลดระดับลง

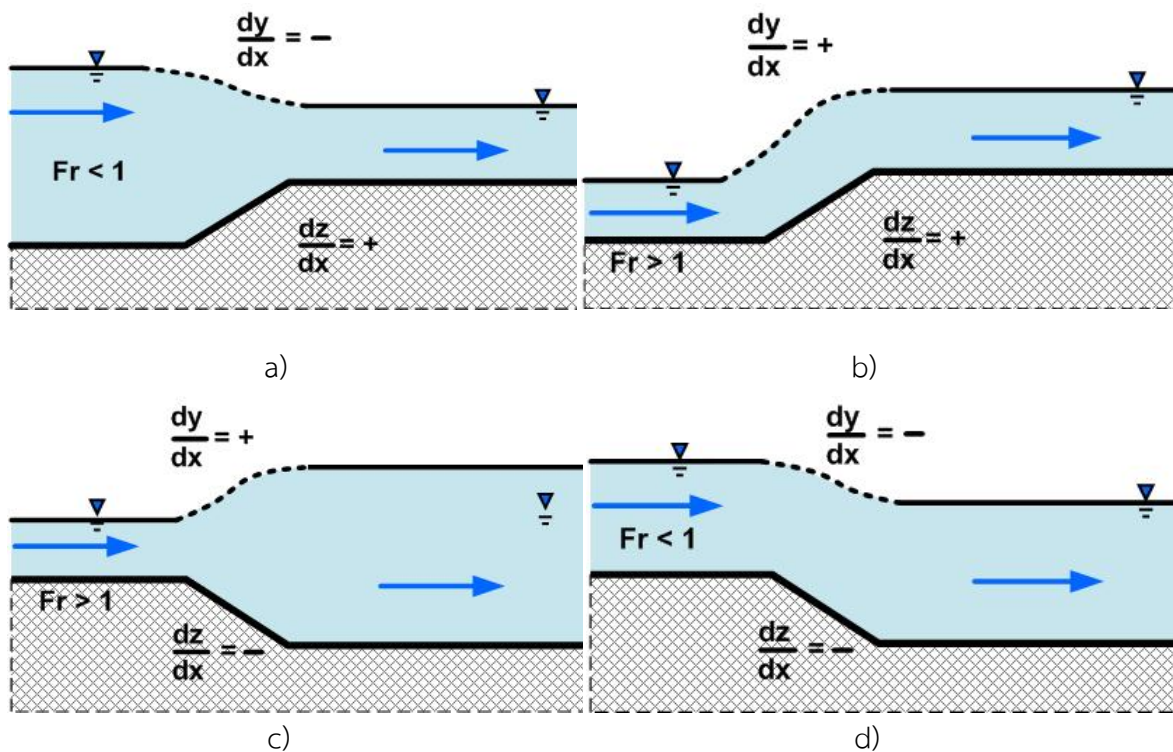
ในทำนองเดียวกัน จากสมการที่ 6.34 ถ้าท้องน้ำมีการลดระดับลงจะทำให้  $\frac{dz}{dx}$  เป็นลบ ดังนั้น  $(1-Fr^2)\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นบวกเสมอ ซึ่งเป็นได้สองกรณีดังนี้

- ถ้าการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะต่ำกว่าวิกฤต ( $Fr < 1$ ) จะทำให้  $1-Fr^2$  เป็นบวกดังนั้น  $\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นบวก นั่นหมายถึง ระดับผิวน้ำจะเพิ่มขึ้นจากระดับเดิมดังรูปที่ 6.14c
- ถ้าการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะสูงกว่าวิกฤต ( $Fr > 1$ ) จะทำให้  $1-Fr^2$  เป็นลบดังนั้น  $\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นลบ นั่นหมายถึง ระดับผิวน้ำจะลดต่ำลงจากระดับเดิมดังรูปที่ 6.14d

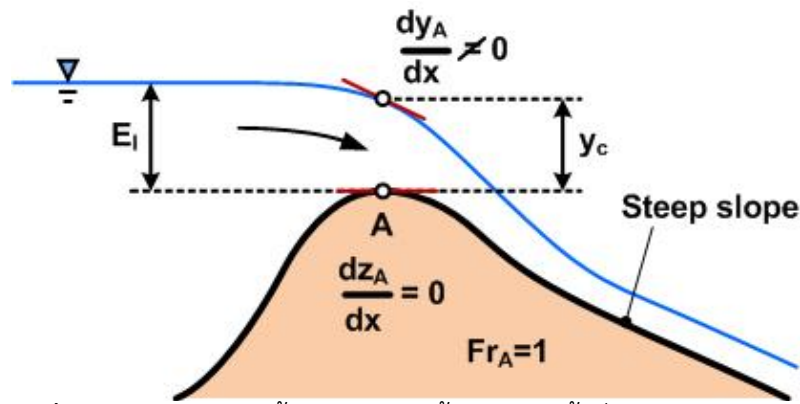
3) ถ้าท้องน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลงระดับ

ถ้าท้องน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้  $\frac{dz}{dx}$  เป็นศูนย์ ดังนั้น  $(1-Fr^2) \frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นศูนย์ด้วยเสมอ ซึ่งจะเป็นจริงได้ดังนี้

- $\frac{dy}{dx}$  ต้องเป็นศูนย์ หรือการไหลที่ผิวอิสระไม่มีการเปลี่ยนแปลง เช่นการไหลของน้ำผ่านทางน้ำที่ท้องน้ำค่อย ๆ เปลี่ยนแปลง (Step Transition) ซึ่งจะทำให้ระดับน้ำเท่ากันตลอด ซึ่งไม่ค่อยพบมากนัก
- $Fr = 1$  ซึ่งสามารถพบได้กรณีการไหลของน้ำไหลจากอ่างเก็บน้ำเข้าสู่ปากทางน้ำเปิดที่มีความลาดชันท้องคลองมาก ๆ (Steep Slope) พิจารณารูปที่ 6.15 ณ.ตำแหน่งสูงสุด (จุด A) ท้องน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลง  $\left(\frac{dz}{dx} = 0\right)$  และการไหลของน้ำผ่านจุดนี้จะเกิดความเร่งดังนั้น  $\frac{dy}{dx}$  จะไม่เท่ากับศูนย์ ทำให้การไหล ณ.จุดนี้ต้องมีค่า  $Fr=1$  เท่านั้นสมการที่ 6.34 จึงเป็นจริงได้ และสภาวะการไหลที่จุด A ต้องเป็นการไหลแบบวิกฤต



รูปที่ 6.14 ลักษณะการไหลเมื่อระดับท้องน้ำมีการเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 6.15 การไหลของน้ำจากอ่างเก็บน้ำเข้าสู่ทางน้ำที่มีความลาดชันสูง

ตัวอย่างที่ 6.3 ทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 2.4 m มีอัตราการไหล  $5.4 \text{ m}^3/\text{s}$  และความลึกการไหล 1.8 m ทางด้านท้ายน้ำมีการยกระดับพื้นทางน้ำขึ้น 0.12 m จงหาระดับน้ำทางด้านท้ายน้ำ (ไม่คิดการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล)

วิธีทำ สภาวะการไหลทางด้านเหนือน้ำ (ก่อนพื้นที่ถูกยกระดับ)

- ความเร็ว,  $V_U = \frac{Q}{A} = \frac{5.4}{2.4 \times 1.8} = 1.25 \text{ m/s}$
- ฟรูดนัมเบอร์  $Fr_U = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{1.25}{\sqrt{1.8g}} = 0.30$  เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต

ถ้าท้องน้ำมีการยกระดับขึ้นและการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะต่ำกว่าวิกฤตจะทำให้ระดับผิวน้ำจะลดต่ำลง (ความลึกของน้ำลดลง) พิจารณาสมการพลังงาน (เลข 1 แทนหน้าตัดการไหลก่อนเปลี่ยนระดับท้องน้ำ และ 2 แทนหน้าตัดการไหลหลังระดับท้องน้ำถูกยกขึ้น)

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta z$$

$$1.8 + \frac{1.25^2}{2g} = 0.12 + y_2 + \frac{(5.4/2.4)^2}{2gy_2^2}$$

$$1.76 = y_2 + \frac{0.258}{y_2^2}$$

แก้สมการจะได้  $y_2$  เท่ากับ 1.667 m และ 0.443 m

ตรวจสอบสภาวะการไหล

$$\square \text{ ถ้า } y_2 = 1.667 \text{ m จะได้ } V = \frac{Q}{A} = \frac{5.4}{2.4 \times 1.667} = 1.35 \text{ m/s}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{1.35}{\sqrt{1.667g}} = 0.33 \text{ เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต}$$

$$\square \text{ ถ้า } y_2 = 0.443 \text{ m จะได้ } V = \frac{Q}{A} = \frac{5.4}{2.4 \times 0.443} = 5.08 \text{ m/s}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{5.08}{\sqrt{0.443g}} = 2.44 \text{ เป็นการไหลสูงกว่าวิกฤต}$$

เมื่อท้องน้ำมีการยกระดับขึ้นและการไหลทางด้านเหนือน้ำอยู่ในสภาวะต่ำกว่าวิกฤตจะทำให้ความลึกของน้ำลดลง เมื่อพิจารณาคำตอบระดับน้ำ  $y_2$  ทั้งสองคำตอบ (1.667 m และ 0.443 m) มีค่าน้อยกว่าระดับน้ำก่อนยกระดับพื้น (1.8 m) ทั้ง 2 ค่า ดังนั้นทำการตรวจสอบว่าควรเลือกค่าใดได้ดังนี้

- พิจารณาค่าความลึกวิกฤต

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g} = \sqrt[3]{(5.4/2.4)^2/g} = 0.802 \text{ m}$$

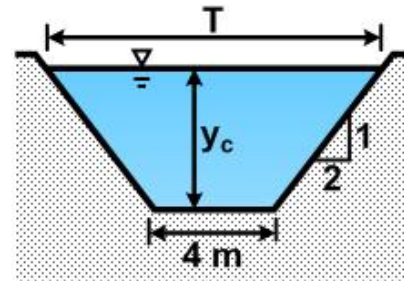
- พลังงานจำเพาะ

$$E_c = \frac{3}{2} y_c = 1.5 \times 0.802 = 1.203 \text{ m}$$

เนื่องจากการไหลที่หน้าตัดก่อนพื้นทางน้ำมีการเปลี่ยนแปลง (หน้าตัดที่ 1) เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต ดังนั้นการไหลที่หน้าตัดที่ทางน้ำถูกยกระดับพื้นขึ้น (หน้าตัดที่ 2) ต้องเป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤตด้วย ดังนั้นระดับน้ำที่พื้นที่การยกระดับ เท่ากับ 1.667 m (เลือกระดับน้ำที่มีค่ามากกว่า 0.802 m) ตอบ



ตัวอย่างที่ 6.4 ทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความลาดเท  
ด้านข้างในแนวตั้งต่อแนวราบเท่ากับ 1:2 และความกว้าง  
ท้องน้ำ 4 m ดังรูป จงหาความลึกวิกฤตและความเร็ววิกฤต  
เมื่ออัตราการไหลเท่ากับ  $12 \text{ m}^3/\text{s}$



วิธีทำ ณ. สภาวะการไหลวิกฤต

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = 1 \quad (\text{E6.4-1})$$

เมื่อ  $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$  ความกว้างผิวน้ำ  $T = 4 + 2 \times 2 \times y_c$  พื้นที่หน้าตัดการไหล  
 $A = (4 + 2y_c) y_c$  แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ E6.4-1 จะได้

$$\frac{12^2 \times 4(1 + y_c)}{g [(4 + 2y_c) y_c]^3} = 1$$

แก้สมการจะได้  $y_c$  เท่ากับ 0.839 m

ความเร็ววิกฤต  $V_c = \frac{Q}{A_c} = \frac{12}{4 \times 0.839} = 3.58 \text{ m/s}$

ความลึกการไหลวิกฤตเท่ากับ 0.78 m และความเร็วการไหลวิกฤตเท่ากับ 3.58 m/s

### การไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform flow)

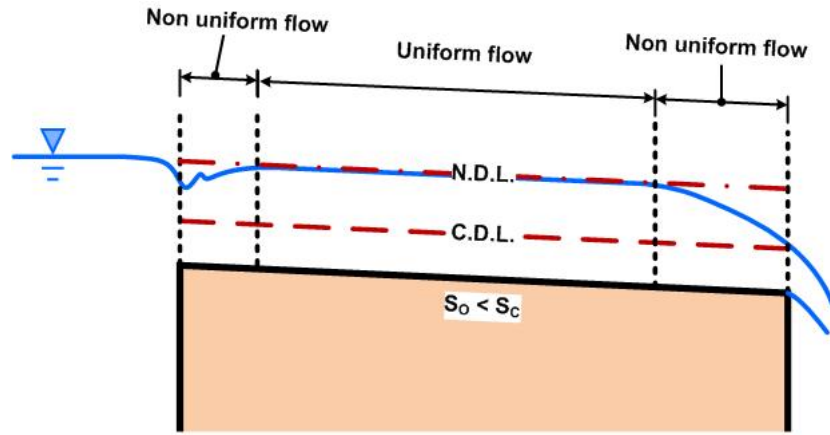
การไหลในทางน้ำเปิดเกิดจากการกระทำด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก และแรงต้านทานการไหลของน้ำเนื่องจากแรงเสียดทาน การไหลแบบสม่ำเสมอสามารถเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อแรงต้านทานการไหลของน้ำอยู่ในสภาวะสมดุลกับแรงโน้มถ่วงของโลก โดยลักษณะการไหลจะมีลักษณะดังรูปที่ 6.16 ดังนี้

- การไหลลักษณะดังรูปที่ 6.16a ถ้าการไหลเกิดขึ้นบนทางน้ำที่มีความลาดชันท้องน้ำ ( $S_o$ ) ต่ำกว่าความลาดชันวิกฤต ( $S_c$ ) ซึ่งน้ำจะไหลอย่างช้าๆทางด้านเหนือน้ำ ซึ่งมีแรงต้านทานการไหลน้อยกว่าแรงโน้มถ่วงของโลกส่งผลทำให้เกิดความเร่งทางด้านเหนือน้ำ ดังนั้นการไหลช่วงนี้จะเป็นการไหลแบบไม่สม่ำเสมอ จนเมื่อแรงต้านทานการไหลค่อยๆ เพิ่มขึ้นและมีค่าเท่ากับแรงโน้มถ่วงของโลก การไหลของน้ำช่วงนี้จะกลายเป็นการไหลแบบสม่ำเสมอ เมื่อพิจารณาทางด้านท้ายน้ำแรงต้านทานการไหลมีมากกว่าแรงโน้มถ่วงของโลกการไหลจะกลับมาเป็นแบบไม่สม่ำเสมออีกครั้ง
- การไหลลักษณะดังรูปที่ 6.16b ถ้าการไหลเกิดขึ้นบนทางน้ำที่มีความลาดชัน ( $S_o$ ) เท่ากับความลาดชันวิกฤต ( $S_c$ ) ดังรูปที่พบว่าการไหลของน้ำมีผิวน้ำเป็นลอนคลื่นเล็ก ๆ ตลอดการไหล ลอนคลื่นบริเวณเหนือน้ำจะมีขนาดใหญ่กว่าช่วงกลางน้ำและท้ายน้ำ โดยทั่วไปถือว่าช่วงต้นน้ำการไหลจะเป็นแบบไม่สม่ำเสมอ และถัดไปจะกำหนดให้การไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ
- การไหลลักษณะดังรูปที่ 6.16b ถ้าการไหลเกิดขึ้นบนทางน้ำที่มีความลาดชัน ( $S_o$ ) มากกว่าความลาดชันวิกฤต ( $S_c$ ) พบว่าความลึกการไหลจะต่ำกว่าความลึกวิกฤต ลักษณะ การไหลจะเหมือนการไหลบนทางน้ำที่มีความลาดชันเท่ากับความลาดชันวิกฤตแต่จะไม่มีลอนคลื่นปรากฏที่ผิวน้ำ เช่นเดียวกันถือว่าช่วงต้นน้ำการไหลจะเป็นแบบไม่สม่ำเสมอ และถัดไปจะกำหนดให้การไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ

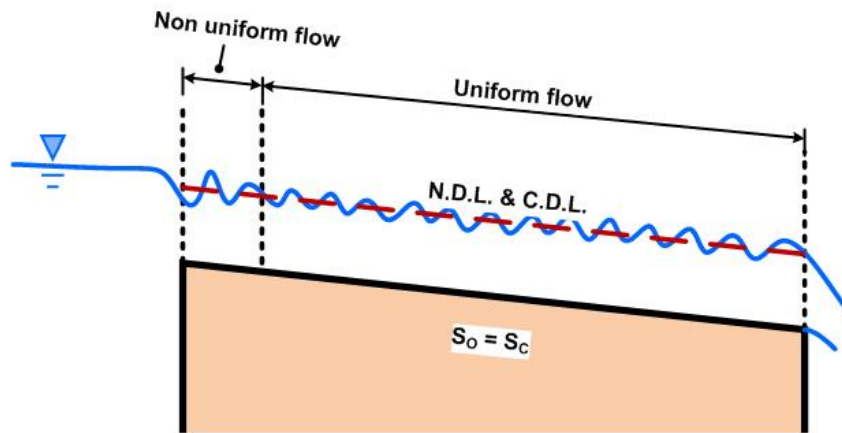
จากลักษณะดังกล่าวสามารถกำหนดคุณสมบัติของการไหลแบบสม่ำเสมอได้ดังนี้

- ความลึก ความเร็ว พื้นที่หน้าตัด และปริมาณการไหลของน้ำ ทุกๆตำแหน่ง ตลอดช่วงความยาวของ ทางน้ำมีค่าคงที่
- ความลาดชันของเส้นพลังงาน ความลาดชันของ ผิวน้ำ และ ความลาดชัน พื้นทางน้ำ มีค่าเท่ากัน หรือเส้นของความลาดชันทั้งสามขนานกัน

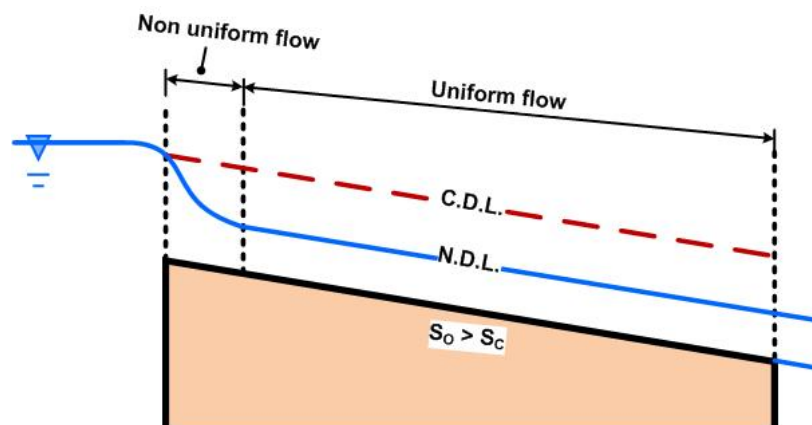
ในทางน้ำธรรมชาติการไหลแบบ คงที่และสม่ำเสมอ จะเกิดขึ้นได้ยากแต่ถึงกระนั้นในการคำนวณเรามักสมมติให้การไหลเป็นแบบ คงที่และสม่ำเสมอ อยู่บ่อยๆและผลที่ได้รับก็มีความใกล้เคียงกับผลที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ



a)



b)



c)

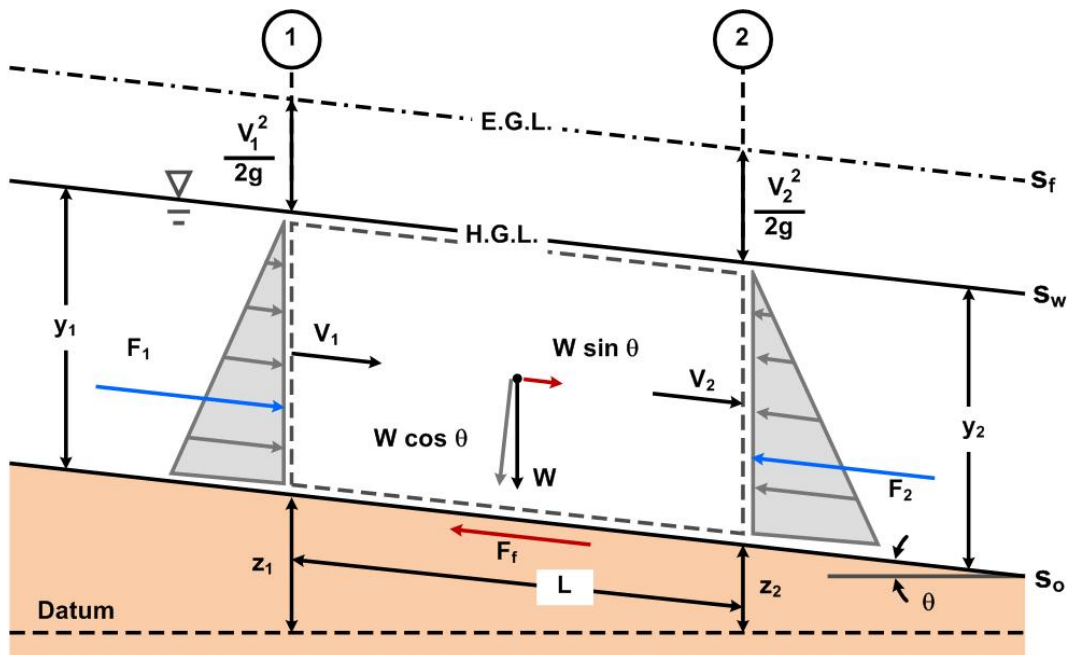
รูปที่ 6.16 การเกิดการไหลแบบสม่ำเสมอในทางน้ำเปิด

### การคำนวณหาความเร็วการไหลในทางน้ำเปิด

สูตรที่ใช้คำนวณหาความเร็วของการไหลแบบ สม่าเสมอสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการ ทั่วไปได้ ดังนี้

$$V = CR^x S^y \quad (6.35)$$

เมื่อ  $V$  คือความเร็วเฉลี่ย  $R$  คือรัศมีชลศาสตร์  $S$  คือความลาดชันของเส้นพลังงาน  $C$  คือสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานของการไหล  $x$  และ  $y$  คือเลขชี้กำลัง เราสามารถสมมติให้การไหลของน้ำในทางน้ำเปิดธรรมชาติเป็นแบบสม่าเสมอได้เมื่อไม่มีการไหลบ่าของน้ำหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลง การไหลอย่างมากเนื่องจากความไม่สม่าเสมอของทางน้ำ แต่ผลที่ได้เป็นเพียงการประมาณอย่างหยาบเท่านั้น สูตรที่ใช้คำนวณหาความเร็วเฉลี่ยที่รู้จักกันและนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายคือสูตรของ เชซี (Chezy Formula) และสูตรของแมนนิง (Manning Formula) หากพิจารณาการไหลในทางน้ำเปิดที่หน้าตัดการไหลคงที่และการไหลเป็นแบบสม่าเสมอดังรูปที่ 6.17



รูปที่ 6.17 แรงกระทำของการไหลในทางน้ำเปิด

จากรูปที่ 6.1 7 พิจารณาแรงกระทำกับปริมาตรควบคุม (เส้นประ) ในทิศทางการไหลของน้ำ พบว่ามีแรงกระทำอยู่ 4 แรงด้วยกันคือแรงดันน้ำที่หน้าตัดการไหลที่ 1 ( $F_1$ ) แรงดันน้ำที่หน้าตัดการไหลที่ 2 ( $F_2$ ) น้ำหนักของน้ำในทิศทางการไหล ( $W \sin \theta$ ) และแรงเสียดทานของการไหลที่ผิวทางน้ำ ( $F_f$ ) หากพิจารณาสมดุลของแรงจะได้

$$F_1 + W \sin \theta = F_2 + F_f \quad (6.36)$$

เนื่องจากการไหลแบบสม่ำเสมอความลึกการไหลและพื้นที่หน้าตัดการไหลที่หน้าตัดที่ 1 และหน้าตัดที่ 2 มีค่าเท่ากันทำให้  $F_1 = F_2$  ดังนั้นสมการที่ 6.35 จะเป็น

$$W \sin \theta = F_f \quad (6.37)$$

เมื่อ  $W$  คือน้ำหนักของมวลน้ำ และ  $\theta$  คือมุมเอียงของทางน้ำวัดจากแนวระนาบ จากรูปสามารถหาแรงเสียดทานได้ดังดังนี้

$$F_f = \tau_o PL \quad (6.38)$$

เมื่อ  $\tau_o$  คือ ความเค้นเฉือนที่ผิวทางน้ำ  $P$  คือ เส้นขอบเปียกของทางน้ำ และ  $L$  คือความยาวของทางน้ำ ในปี ค.ศ. 1769 วิศวกรชาวฝรั่งเศสชื่อ Antoine Chezy พบว่าความเค้นเฉือนที่ผิวทางน้ำเปิดเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเร็วกการไหลยกกำลังสอง ( $V^2$ ) ดังสมการ

$$\tau_o \propto v^2$$

$$\text{หรือ } \tau_o = K v^2 \quad (6.39)$$

เมื่อ  $K$  คือค่าคงที่แทนค่าลงในสมการที่ 6.38 จะได้

$$F_f = (K v^2) PL \quad (6.40)$$

แทนค่าสมการ 6.40 ลงในสมการที่ 6.37 จะได้

$$W \sin \theta = (K v^2) PL \quad (6.41)$$

น้ำหนักของมวลน้ำ  $W = \gamma V = \gamma AL$  เมื่อ  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ  $A$  คือพื้นที่หน้าตัดการไหล และ  $L$  คือความยาวของทางน้ำ สำหรับทางน้ำที่มีความลาดชันน้อย ๆ ค่า  $\sin \theta = \tan \theta$  และมีค่าเท่ากับความลาดชันท้องน้ำ แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ 6.40 จะได้

$$\gamma ALS = (K v^2) PL$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{K}\right)\left(\frac{A}{P}\right)} S \quad (6.42)$$

โดยที่ รัศมีชลศาสตร์  $R = A/P$  และ Chezy กำหนดให้  $C = \sqrt{\gamma/K}$  สมการที่ 6.42 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$v = C\sqrt{RS} \quad (6.43)$$

สมการที่ 6.43 เป็นสมการหาความเร็วเฉลี่ยของ Chezy และ  $C$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy ซึ่งขึ้นอยู่กับสภาพ ของทางน้ำเปิดและสภาวะการไหล ในปี ค.ศ. 1869 วิศวกรชาวสวิสชื่อ Gunguillet และ Kutter ได้เสนอสมการสำหรับหาค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy ดังนี้

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{S}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{S}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (6.44)$$

เมื่อ  $C$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy  $n$  คือ สัมประสิทธิ์ของความขรุขระ  $S$  คือ ความลาดเทของเส้นพลังงาน และ  $R$  คือ รัศมีชลศาสตร์ ต่อมา ปี ค.ศ. 1897 วิศวกรชาวฝรั่งเศสชื่อ H. Basin ได้เสนอสูตรคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของ Chezy ให้ง่ายขึ้นดังสมการ

$$C = \frac{87}{1 + m/\sqrt{R}} \quad (6.45)$$

เมื่อ  $m$  คือสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ เบนซิน สูตรของเบนซินได้มาจากข้อมูลซึ่งมีการเก็บรวบรวมจากร่องน้ำขนาดเล็กเสียโดยมากในการใช้งานทั่วไปจึงไม่ค่อยได้ผลดีเหมือนสูตร ของ Gunguillet และ Kutter ต่อมาในปี ค.ศ. 1889 วิศวกรชาวไอริชชื่อนายโรเบิร์ต แมนนิง (Robert Manning) ได้เสนอสูตรซึ่งใช้หาความเร็วการไหลแบบ สม่าเสมอในทางน้ำเปิดและสูตรนี้ได้ถูกปรับปรุงและแก้ไขต่อมาจนถึงรูปแบบซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในสมการที่ 6.46

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (6.46)$$

เมื่อ  $n$  คือสัมประสิทธิ์ของความขรุขระหรือสัมประสิทธิ์ของแมนนิง  $S$  คือความลาดชันของเส้นพลังงาน สูตรของแมนนิงมีผู้นิยมใช้สูตรนี้ในการคำนวณความเร็วเฉลี่ยการไหลในทางน้ำเปิดหรือคลองที่มีการไหลแบบสม่าเสมอกัน เพราะผลที่ได้ใกล้เคียงกับความจริงมากทั้งการคำนวณได้ง่ายและรวดเร็วกว่า

สูตรอื่น ตารางที่ 6.3 แสดงสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งของทางน้ำเปิดลักษณะผิวต่างๆ ซึ่งจะสังเกตได้ว่า  $n$  จะมีค่าสูงขึ้นเมื่อค่าความขรุขระมากขึ้น จากสมการของแมนนิ่ง (สมการที่ 4.46) จะส่งผลให้ความเร็วการไหล และอัตราการไหลมีค่าลดลง สำหรับค่า  $C$  ในสมการของ Chezy นั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับความขรุขระของผิวทางน้ำเปิดแต่เพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่ยังสัมพันธ์กับความลึกการไหล และรัศมีชลศาสตร์ด้วย ดังนั้นจึงไม่มีการทำตารางสรุปค่า  $C$  เอาไว้เพื่อนำไปใช้ แต่อย่างไรก็ตามเมื่อทำการเปรียบเทียบสมการ 6.43 และ 6.46 จะทำให้สามารถหาค่า  $C$  จากค่า  $n$  และ  $R$  ได้ดังนี้

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (6.47)$$

เมื่อ  $C$  คือสัมประสิทธิ์ของ Chezy  $n$  คือสัมประสิทธิ์ของความขรุขระหรือสัมประสิทธิ์ของแมนนิ่ง และ  $R$  คือ รัศมีชลศาสตร์

**ตารางที่ 6.3** สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง

ชนิดของผิว	Manning's $n$
ผิวกอนกรีตเรียบมาก และไม่แผ่นเรียบ	0.011
ผิวกอนกรีตเรียบ	0.012
ผิวกอนกรีตธรรมดา	0.013
ไม้ซึ่งมีผิวในสภาพดี	0.014
ดินเผา	0.015
คอนกรีตพื้นและร่องน้ำดินซึ่งมีสภาพดีเยี่ยม	0.017
ร่องน้ำดินในแนวตรง และสภาพดี	0.020
แม่น้ำและคลองในสภาพปานกลาง ซึ่งมีวัชพืชปกคลุมตลิ่งบางส่วน	0.025
ลำน้ำธรรมชาติในสภาพไม่ดี คดเคี้ยว และมีวัชพืชปกคลุมมาก	0.035
ลำน้ำในหุบเขา ซึ่งมีผิวเป็นหินขรุขระ	0.040-0.050

การที่จะเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง ( $n$ ) นั้นจะกำหนดค่า  $n$  ค่าใดค่าหนึ่งสำหรับทางน้ำแบบใดแบบหนึ่งโดยเฉพาะเป็นการไม่ถูกต้องนัก โดยเฉพาะทางน้ำธรรมชาติซึ่งสภาพของทางน้ำจะมีการเปลี่ยนแปลงจากจุดใดจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งซึ่งจะมีผลทำให้ค่าของ  $n$  มีการเปลี่ยนแปลงตลอดช่วงของลำน้ำ ดังนั้นเราควรจะต้องรู้ถึงสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า  $n$  ซึ่งจะมีประโยชน์มากต่อการที่จะเลือกใช้ค่า  $n$  ได้ถูกต้องและเหมาะสมยิ่งขึ้น ซึ่งอิทธิพลต่อค่าสัมประสิทธิ์ของความขรุขระโดยทั่วไปมีดังนี้

- ความขรุขระของผิวทางน้ำ (Surface roughness) ถ้าพิจารณาถึงขนาดและรูปร่างของ เม็ดของวัสดุบนผิวของทางน้ำหรือเส้นรอบรูปเปียก วัสดุดังกล่าวอาจได้แก่ ดินเหนียว ดินร่วน ดินทราย หิน หรือกรวด หรือวัสดุเหล่านี้ผสมกัน วัสดุจำพวกที่มี เม็ดละเอียดจะก่อให้เกิดการต้านทานการไหลของน้ำน้อยกว่าพวกที่มี เม็ดหยาบ หรือค่า  $n$  จะมีค่าน้อย ถ้าทางน้ำเกิดจากวัสดุที่มี เม็ดละเอียด และค่า  $n$  จะมีค่ามากถ้าทางน้ำมีวัสดุที่มีเม็ดหยาบ
- พืชที่ขึ้นอยู่ในทางน้ำ (Vegetation) ต้นไม้หรือพุ่มไม้ที่ขึ้นอยู่บนผิวของทางน้ำและตามตลิ่ง จะทำให้อัตราการไหลลดน้อยลงเพราะพืชเหล่านี้จะต้านทานการไหลของน้ำ นอกจากนี้วัชพืชที่ลอยอยู่ในน้ำเช่น สาหร่าย ผักตบชวา จอก แหน ก็เป็นตัวการสำคัญที่ทำให้อัตราการไหลของน้ำลดลงหรือทำให้ค่า  $n$  เพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามอิทธิพลของพืชต่อ ค่า  $n$  จะขึ้นอยู่กับชนิด ความสูง ความหนาแน่น และการแพร่กระจายของพืชด้วย
- ความไม่สม่ำเสมอของพื้นที่หน้าตัดตลอดทางน้ำ (Channel irregularity) การเปลี่ยนแปลงขนาดของรูปร่างของหน้าตัด ตลอดลำน้ำ จะมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าของ  $n$  ตามปกติแล้วถ้าเกิดการเปลี่ยนแปลงเป็นไปอย่างช้าๆและสม่ำเสมอจะไม่มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าของ  $n$  มากนักแต่ถ้าการเปลี่ยนแปลงเป็นไปอย่างรวดเร็วและจะมีผลทำให้ค่า  $n$  เพิ่มขึ้นมาก
- แนวของทางน้ำ (Channel alignment) ทางน้ำที่มีลักษณะคดเคี้ยวไปมามาก จะมีค่า  $n$  สูงกว่าทางน้ำที่มีลักษณะตรงหรือทางน้ำที่มีความคดเคี้ยวไปมาน้อย ความคดเคี้ยวของเราสามารถสังเกตได้จากรัศมีความโค้งถ้ารัศมีความโค้งมีมากแสดงว่าทางน้ำมีความคดเคี้ยวน้อย
- การตกตะกอนและการกัดเซาะ (Siltation and Scouring) การตกตะกอนจะทำให้พื้นที่หน้าตัดตลอดลำน้ำค่อนข้างสม่ำเสมอ เมื่อเปรียบเทียบกับกัดเซาะนั้นจึงมีผลทำให้  $n$  ลดลงส่วน



การกัดเซาะจะเป็นกระบวนการที่กลับกัน แต่อย่างไรก็ตามการตกตะกอนและการกัดเซาะจะขึ้นอยู่กับชนิดของวัตถุในลำน้ำและความเร็วของการไหลของน้ำ

- สิ่งกีดขวางในลำน้ำ (Obstruction) เช่น ต่อม่อของสะพาน จะทำให้ค่า  $n$  เพิ่มขึ้นอิทธิพลของสิ่งกีดขวางต่อค่า  $n$  จะขึ้นอยู่กับขนาดรูปร่างและจำนวนของสิ่งกีดขวาง
- ระดับน้ำและอัตราการไหล (Stage and discharge) โดยทั่วไปค่า  $n$  จะลดลงเมื่อระดับน้ำและอัตราการไหลเพิ่มขึ้นเพราะในขณะที่ระดับน้ำใน ทางน้ำธรรมชาติลดลงมาก ๆ อิทธิพลของความไม่สม่ำเสมอของท้องน้ำจะเพิ่มขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม ค่า  $n$  อาจเพิ่มขึ้นที่ระดับน้ำสูง ก็ได้ ถ้าหากตามตลิ่งของทางน้ำมีพืชขึ้นอยู่อย่างหนาแน่นโดยเฉพาะหากการไหลเกิดขึ้นบนตลิ่งลำน้ำ
- วัสดุแขวนลอยและวัสดุท้องน้ำ (Suspended material and bed load) จะก่อให้เกิดการสูญเสียพลังงานในขณะที่น้ำไหลและมีผลทำให้ค่า  $n$  เพิ่มขึ้น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่าเงื่อนไขใดๆก็ตามที่มีแนวโน้มทำให้การไหลของน้ำเป็นแบบปั่นป่วนจะมีผลทำให้เกิดความต้านทานการไหลของน้ำเพิ่มขึ้นหรือจะทำให้ค่า  $n$  เพิ่มขึ้นในทางตรงกันข้ามถ้าลดความปั่นป่วนของการไหลและความต้านทานของน้ำลงได้จะทำให้ ค่า  $n$  ลดลง เพื่อให้ได้ค่า  $n$  ถูกต้อง Woody L. Cower ได้เสนอแนะสมการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งไว้ดังสมการ

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) m_5 \quad (6.48)$$

เมื่อ  $n_0$  คือ ค่า  $n$  พื้นฐานสำหรับทางน้ำเปิดเรียบและมีแนวตรงสม่ำเสมอตามลักษณะของวัสดุทางน้ำเปิด  $n_1$  คือ ค่าปรับแก้สำหรับผลของความผันแปรของผิวทางน้ำเปิด  $n_2$  คือค่าปรับแก้สำหรับความผันแปรของรูปร่างและขนาดหน้าตัดของทางน้ำเปิด  $n_3$  คือค่าปรับแก้สำหรับสิ่งกีดขวางการไหลในทางน้ำเปิด  $n_4$  คือค่าปรับแก้สำหรับการมีพืชปกคลุม และ  $m_5$  คือค่าปรับแก้สำหรับผลของความคดเคี้ยวของทางน้ำเปิด โดยค่าต่าง ๆ สามารถหาได้จากตารางที่ 6.4

ตารางที่ 6.4 ค่าปรับแก้ต่าง ๆ สำหรับการคำนวณสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง

ลักษณะของทางน้ำเปิด		ค่าปรับแก้
วัสดุทางน้ำเปิด ( $n_0$ )	ดิน	0.020
	กรวดละเอียด	0.024
	หินตัด	0.025
	กรวดหยาบ	0.028
ผลจากความผันแปรของผิวทางน้ำเปิด ( $n_1$ )	เรียบ	0.000
	ไม่เรียบเล็กน้อย	0.005
	ไม่เรียบเล็กน้อยปานกลาง	0.010
	ไม่เรียบมาก	0.020
ผลจากความผันแปรของรูปร่างและขนาดหน้าตัดของทางน้ำเปิด ( $n_2$ )	ไม่เปลี่ยนแปลง หรือ ค่อย ๆ เปลี่ยนแปลง	0.000
	หน้าตัดเปลี่ยนแปลงน้อย	0.005
	หน้าตัดเปลี่ยนแปลงมาก	0.010-0.015
ผลจากสิ่งกีดขวางการไหลในทางน้ำเปิด ( $n_3$ )	ไม่มี	0.000
	มีเล็กน้อย	0.01-0.015
	มีปานกลาง	0.020-0.030
	มีมาก	0.040-0.060
ผลจากพืชปกคลุม ( $n_4$ )	มีน้อย	0.005-0.010
	มีปานกลาง	0.010-0.025
	มีมาก	0.025-0.050
	มีมากที่สุด	0.050-0.100
ผลจากความคดเคี้ยวของทางน้ำเปิด ( $n_5$ )	ไม่มีหรือคดเคี้ยวเล็กน้อย	1.000
	คดเคี้ยวปานกลาง	1.150
	คดเคี้ยวมาก	1.300

ที่มา: Chow (1959)

อย่างไรก็ตามสำหรับทางน้ำเปิดบางประเภทอาจมีค่า  $n$  มากกว่า 1 ค่าสำหรับหน้าตัดการไหลใด ๆ การหาความเร็วในทางน้ำเปิดโดยใช้สูตรของแมนนิง สำหรับทางน้ำที่มีค่า  $n$  แตกต่างกันตลอดเส้นรอบรูปเปียก จำเป็นที่จะต้องหาค่าสัมประสิทธิ์ของความขรุขระสมมูลก่อน (Equivalent Roughness Coefficient) โดยการแบ่งหน้าตัดของทางน้ำออกเป็น ส่วน ๆ แต่ละส่วนมีค่าเส้นรอบรูปเปียกเท่ากับ  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_N$  และสัมประสิทธิ์ของความขรุขระเท่ากับ  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_N$  Horton และ Einstein เสนอสมการหาค่า สัมประสิทธิ์ของความขรุขระสมมูล โดยสมมติว่าแต่ละหน้าตัดมีความเร็วย่อยเฉลี่ยเท่ากันและมีค่าเท่ากับความเร็วเฉลี่ยของหน้าตัดการไหลทั้งหมด และเสนอสมการ

$$n = \left( \frac{\sum_{i=1}^N P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3} \quad (6.49)$$

เมื่อ  $P$  คือเส้นขอบเปียกทั้งหมด  $= P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N$

ฟลอสกิสและคณะ ได้เสนอสมการหาค่า สัมประสิทธิ์ของความขรุขระสมมูล โดยตั้งสมมติฐานว่าแรงต้านทานการไหลทั้งหมดตลอดพื้นที่หน้าตัดเท่ากับผลรวมของแรงต้านทานการไหลที่เกิดขึ้นในแต่ละหน้าตัดการไหลย่อยและเสนอสมการ

$$n = \frac{\left( \sum_{i=1}^N P_i n_i^2 \right)^{1/2}}{P^{1/2}} \quad (6.50)$$

เมื่อ  $P$  คือเส้นขอบเปียกทั้งหมด  $= P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N$

ลือตเตอร์ได้ใช้สูตรของแมนนิงในแต่ละหน้าตัดกันหลายย่อยโดยตั้งข้อสมมติฐานว่าอัตราการไหลทั้งหมดเท่ากับผลรวมของแต่ละการไหลในแต่ละหน้าตัดย่อย โดยเสนอการหาค่า สัมประสิทธิ์ของความขรุขระสมมูลดังสมการ

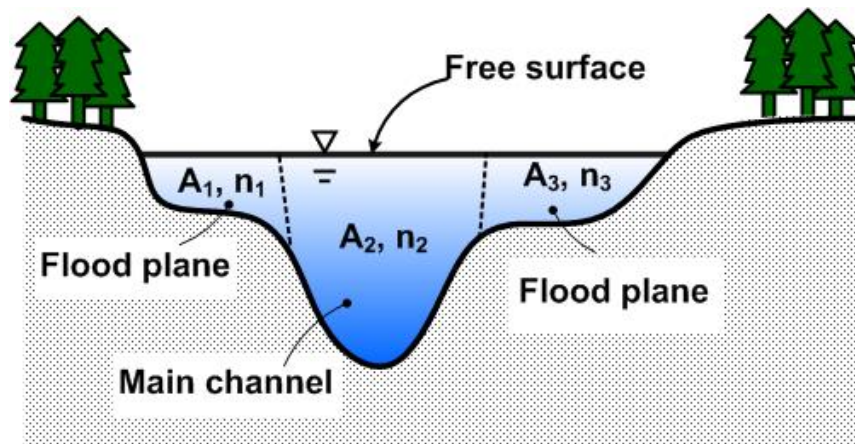
$$n = \frac{PR^{5/3}}{\sum_i \left( \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i} \right)} \quad (6.51)$$

เมื่อ  $R$  คือ รัศมีชลศาสตร์ของหน้าตัดการไหลทั้งหมด และ  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$  คือ รัศมีชลศาสตร์ของหน้าตัดการไหลย่อย สำหรับทางน้ำเปิดที่หน้าตัดมีหลายส่วน เช่น ทางน้ำเปิดที่น้ำไหลล้นฝั่งในฤดูน้ำ

หลากดังแสดงในรูปที่ 6.18 ค่าของ  $n$  ในทางน้ำย่อยด้านข้างจะไม่เท่ากับค่าของ  $n$  ในทางน้ำหลักและมักจะมีค่ามากกว่า วิธีการวิเคราะห์หาอัตราการไหลทั้งหมดสามารถทำได้โดยการหาผลรวมของอัตราการไหลในแต่ละส่วนของหน้าตัด ถ้าทางน้ำเปิดในรูป 6.18 มีความลาดเทของทางน้ำเท่ากันทั้ง 3 ส่วนจะได้ว่า

$$Q = \left( \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} + \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} + \frac{A_3}{n_3} R_3^{2/3} \right) S^{1/2} \quad (6.52)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหลทั้งหมด  $A$  คือพื้นที่หน้าตัดทางน้ำ  $R$  คือรัศมีชลศาสตร์  $n$  คือสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง และ  $S$  คือความลาดชันของท้องน้ำ (หรือความลาดชันผิวน้ำหรือความลาดชันพลังงาน)



รูปที่ 6.18 ทางน้ำเปิดที่มีหน้าตัดหลายส่วน

ตัวอย่างที่ 6.5 ทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความลาดเทด้านข้างในแนวดิ่งต่อแนวนราบเท่ากับ 1:3 และความกว้างท้องน้ำ 4 m ท้องน้ำมีความลาดเทเท่ากับ 0.002 เมื่ออัตราการไหลเท่ากับ  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  วัดความลึกการไหลได้เท่ากับ 2 m จงหาค่าค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy และสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิงเมื่อการไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ

วิธีทำ คุณสมบัติทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A = (b+my)y = (4+3 \times 2) \times 2 = 20 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P = b+2y\sqrt{1+z^2} = 4+2 \times 2\sqrt{1+3^2} = 16.65 \text{ m}$
- ความเร็วการไหล,  $V = \frac{Q}{A} = \frac{12}{20} = 0.6 \text{ m/s}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{A}{P} = \frac{20}{16.65} = 1.2 \text{ m}$

จากสมการของ Chezy

$$v = C\sqrt{RS}$$

$$C = \frac{v}{\sqrt{RS}} = \frac{0.6}{\sqrt{1.2 \times 0.002}} = 12.25$$

จากสมการของแมนนิง

$$v = \frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2}$$

$$n = \frac{V}{R^{2/3}S^{1/2}} = \frac{1.2^{2/3} \cdot 0.002^{1/2}}{0.6} = 0.0842$$

ตรวจสอบ จากสมการ

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6}$$

$$C = \frac{1}{0.0842}1.2^{1/6} = 12.25 \quad \text{OK.}$$

สัมประสิทธิ์ของ Chezy เท่ากับ 12.25 และสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิงเท่ากับ 0.0842 ตอบ

**ตัวอย่างที่ 6.6** คลองคอนกรีตส่งน้ำหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความกว้างก้นคลอง 4 m ความลาดเทด้านข้างแนวตั้งต่อแนวนราบเท่ากับ 1:2 มีความลาดเทเท่ากับ 0.001 คลองคอนกรีตมีค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิงเท่ากับ 0.015 วัดความความลึกการไหลเท่ากับ 1.8 m จงหาอัตราการไหลที่ไหลผ่านคลองนี้เมื่อการไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ

**วิธีทำ** คุณสมบัติทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A = (b+my)y = (4+2 \times 1.8) \times 1.8 = 13.68 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P = b+2y\sqrt{1+z^2} = 4+2 \times 1.8\sqrt{1+2^2} = 12.05 \text{ m}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{A}{P} = \frac{13.68}{12.05} = 1.14 \text{ m}$

จากสมการของแมนนิง

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} = \frac{1}{0.015} \times 13.68 \times 1.14^{2/3} \times 0.001^{1/2} = 31.47 \text{ m}^3/\text{s}$$

อัตราการไหลเท่ากับ 31.47 m<sup>3</sup>/s      ตอบ

**ตัวอย่างที่ 6.7** ร่องน้ำดินในแนวตรงและสภาพดีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างกันคลอง 12 m เมื่ออัตราการไหลเท่ากับ  $80 \text{ m}^3/\text{s}$  วัดความความลึกการไหลได้เท่ากับ 3.2 m และระดับของผิวน้ำด้านเหนือน้ำและทำน้ำสูง +108.00 MSL และ +99.00 MSL ตามลำดับ จงหาความยาวของทางน้ำดังกล่าวเมื่อการไหลเป็นแบบสม่ำเสมอ

**วิธีทำ** คุณสมบัติทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A = by = 12 \times 3.2 = 38.4 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P = b + 2y = 12 + 2 \times 3.2 = 18.4 \text{ m}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{A}{P} = \frac{38.4}{18.4} = 2.09 \text{ m}$
- ความเร็วการไหล,  $V = \frac{Q}{A} = \frac{80}{38.4} = 2.08 \text{ m/s}$
- จากตารางที่ 6.3 เมื่อทางน้ำเป็นร่องน้ำดินในแนวตรงและสภาพดี,  $n = 0.02$

จากสมการของแมนนิง

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

$$S^{1/2} = \frac{Vn}{R^{2/3}} = \frac{2.08 \times 0.02}{2.09^{2/3}} = 9.543 \times 10^{-3}$$

$$S = 0.098$$

เมื่อ  $S$  คือความลาดชันของท้องน้ำ ( $S_o$ ) ซึ่งถ้าเป็นการไหลแบบสม่ำเสมอจะมีความลาดชันเท่ากับผิวน้ำ ( $S_w$ ) ดังนั้น

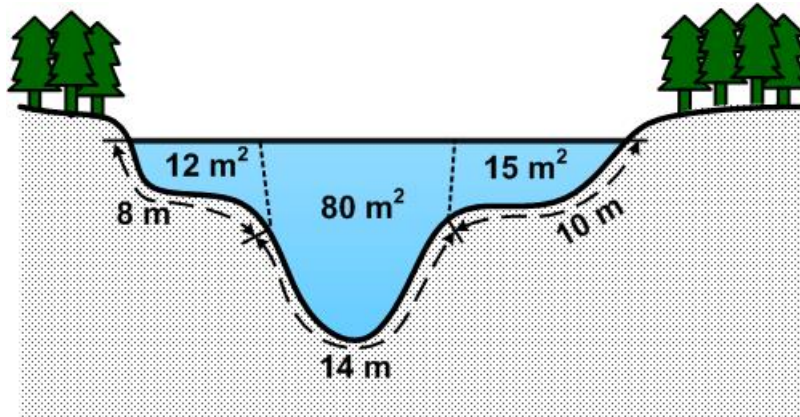
$$\text{ความยาวของทางน้ำ, } L = \frac{y_1 - y_2}{S_w} = \frac{108 - 99}{0.098} = 91.84 \text{ m}$$

เมื่อ  $y_1$  และ  $y_2$  คือระดับของผิวน้ำด้านเหนือน้ำและทำน้ำตามลำดับ

ความยาวของทางน้ำเท่ากับ 91.84 m

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.8 แม่น้ำสายหนึ่งในระหว่างการเกิดน้ำท่วม มีรูปร่างและพื้นที่หน้าตัดดังรูป Ex6.8-1 ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.02 ในทางน้ำหลัก และเท่ากับ 0.12 สำหรับทางน้ำย่อยทั้งสองข้าง ความลาดชันของแม่น้ำเท่ากับ 0.0002 จงหาอัตราการไหลของแม่น้ำสายนี้



วิธีทำ คุณสมบัติแม่น้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A_1 = 12 \text{ m}^2$ ,  $A_2 = 80 \text{ m}^2$ ,  $A_3 = 15 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P_1 = 8 \text{ m}$ ,  $P_2 = 14 \text{ m}$ ,  $P_3 = 10 \text{ m}$
- รัศมีไฮดรอลิก,  $R = \frac{A}{P}$ ,  $R_1 = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ m}$ ,  $R_2 = \frac{80}{14} = 5.71 \text{ m}$ ,  $R_3 = \frac{15}{10} = 1.5 \text{ m}$

จากสมการของแมนนิ่งสำหรับทางน้ำหลายส่วนอัตราการไหลทั้งหมด

$$Q = \left( \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} + \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} + \frac{A_3}{n_3} R_3^{2/3} \right) S^{1/2}$$

$$Q = \left( \frac{12}{0.12} 1.5^{2/3} + \frac{80}{0.02} 5.71^{2/3} + \frac{15}{0.12} 1.5^{2/3} \right) 0.0002^{1/2} = 184.89 \text{ m}^3/\text{s}$$

อัตราการไหลในแม่น้ำทั้งหมดเท่ากับ  $184.89 \text{ m}^3/\text{s}$

ตอบ



**ตัวอย่างที่ 6.9** ทางน้ำคอนกรีตหน้าตัดสี่เหลี่ยมคางหมูมีความลึกการไหลปกติ ( Normal Depth) เท่ากับ 2.0 m ทางน้ำมีพื้นที่กว้าง (b) เท่ากับ 4.0 m ความลาดเทด้านข้างเท่ากับ 1:2 ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิงเท่ากับ 0.015 ความลาดเทของพื้นทางน้ำเท่ากับ 0.001 จงหาอัตราการไหลและความเร็วการไหล

**วิธีทำ** คุณสมบัติทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A = (b+my)y = (4+2 \times 2) \times 2 = 16.00 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P = b+2y\sqrt{1+z^2} = 4+2 \times 2\sqrt{1+2^2} = 12.94 \text{ m}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{A}{P} = \frac{16.00}{12.94} = 1.24 \text{ m}$

จากสมการของแมนนิง

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} = \frac{1}{0.015} \times 1.24^{2/3} \times 0.001^{1/2} = 2.43 \text{ m/s}$$

$$Q = AV = 16 \times 2.43 = 38.88 \text{ m}^3/\text{s}$$

ความเร็วการไหลเท่ากับ 2.43 m/s และ อัตราการไหลเท่ากับ 38.88 m<sup>3</sup>/s

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.10 ถ้าปริมาณการไหลในตัวอย่างที่ 6.9 เท่ากับ  $29 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาความลึกการไหลปกติ

วิธีทำ คุณสมบัติทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A = (b+my)y = (4+2y)y$
- เส้นขอบเปียก,  $P = b+2y\sqrt{1+z^2} = 4+2y\sqrt{1+2^2}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{(4+2y)y}{b+2y\sqrt{5}}$

จากสมการแมนนิง

$$Q = \frac{1}{n} AR_h^{2/3} S^{1/2}$$

$$29 = \frac{1}{0.015} \frac{[(4+2y)y]^{5/3}}{[4+4.47y]^{2/3}} 0.001^{1/2}$$

$$13.76 = \frac{[(4+2y)y]^{5/3}}{[4+4.47y]^{2/3}} \quad (\text{Ex6.10-1})$$

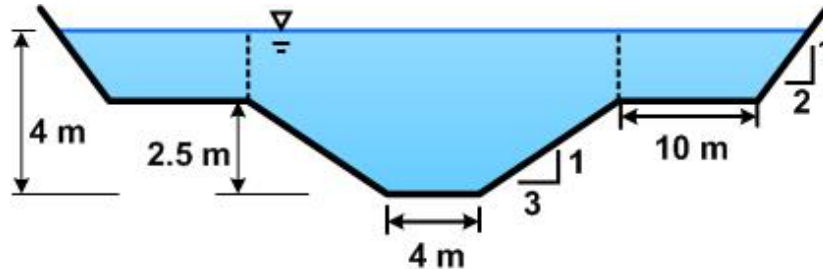
จากสมการที่ Ex6.10-1 เราสามารถหาค่าของความลึก  $y$  โดยการใช่วิธี trial and error โดยการสมมติค่า  $y$  แทนลงในด้านขวาของสมการที่ (1) ถ้าได้ค่าเท่ากับหรือใกล้เคียง 13.76 แสดงว่าค่า  $y$  ที่สมมติถูกต้อง พิจารณาจากตัวอย่างที่ 6.9 ค่า  $y$  ต้องน้อยกว่า 2 m (เพราะอัตราการไหลน้อยกว่า)

ค่า $y$ ที่สมมติ	ซ้ายมือของสมการ (1)
1.5	10.37
1.8	14.89
1.75	14.07
1.73	13.75 ใกล้เคียงกับ 13.76

เมื่อทางน้ำเปิดมีอัตราการไหล  $Q = 29 \text{ m}^3/\text{s}$  จะมีความลึกการไหลปกติ  $y = 1.73 \text{ m}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.11 ทางน้ำคอนกรีตหน้าตัดสี่เหลี่ยมคางหมูเมื่อถูกน้ำท่วมจะมีลักษณะดังรูป ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งในทางน้ำหลักเท่ากับ 0.015 และบริเวณพื้นที่น้ำท่วมทั้งสองฝั่งเท่ากับ 0.035 ความลาดเทของพื้นทางน้ำเท่ากับ 0.001 จงประมาณหาอัตราการไหลเมื่อความลึกของน้ำท่วมเท่ากับ 4 m



วิธีทำ คุณสมบัติทางน้ำหน้าตัดทางน้ำหลัก

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A_m = (4+3 \times 2.5) \times 2.5 + 1.5 \times (4+15) = 57.25 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P = 4 + 2(7.91) = 19.82 \text{ m}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{57.25}{19.82} = 2.89 \text{ m}$

คุณสมบัติทางน้ำหน้าตัดทางย่อย (ทางน้ำที่ถูกล้นน้ำท่วม)

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A_l = \frac{1}{2}(10+13) \times 1.5 = 17.25 \text{ m}^2$
- เส้นขอบเปียก,  $P_l = 10 + 3.35 = 13.35 \text{ m}$
- รัศมีชลศาสตร์,  $R = \frac{17.25}{13.35} = 1.29 \text{ m}$

จากสมการของแมนนิ่งสำหรับทางน้ำหลายส่วน อัตราการไหลทั้งหมดเท่ากับ

$$Q = \left[ \frac{A_m}{n_m} R_m^{2/3} + 2 \left( \frac{A_l}{n_l} R_l^{2/3} \right) \right] S^{1/2}$$

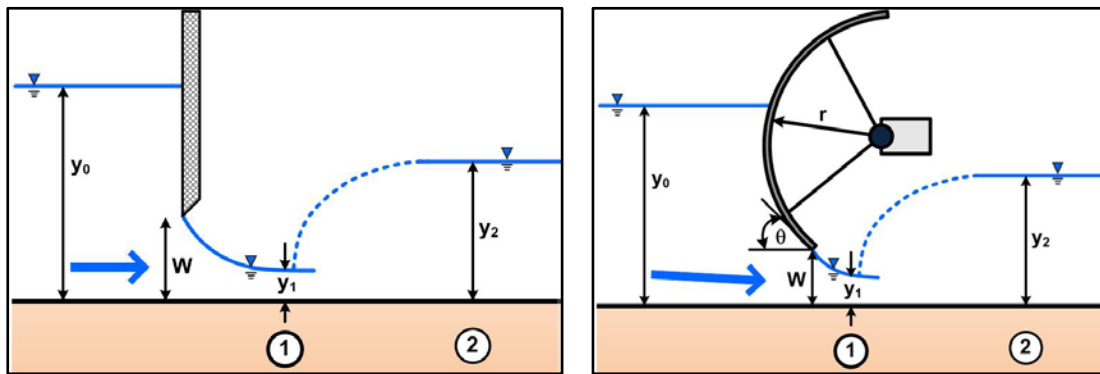
$$Q = \left[ \frac{57.25}{0.015} 2.89^{2/3} + 2 \left( \frac{17.25}{0.035} 1.29^{2/3} \right) \right] 0.001^{1/2} = 281.82 \text{ m}^3/\text{s}$$

อัตราการไหลในแม่น้ำทั้งหมดเท่ากับ  $281.82 \text{ m}^3/\text{s}$

ตอบ

## ปรากฏการณ์น้ำโจน (Hydraulic jump)

ปรากฏการณ์น้ำโจนเป็นปรากฏการณ์ทางด้านชลศาสตร์ที่พบเห็นได้ในการไหลในทางน้ำเปิด เมื่อน้ำมีการเปลี่ยนแปลงจากสภาวะการไหลเหนือวิกฤต ( Supercritical Flow) เป็นการไหลใต้วิกฤต (Subcritical Flow) ซึ่งสามารถพบเห็นได้บ่อยบริเวณท้ายฝายน้ำล้น (Spillway) บ่อน้ำนิ่ง (Stilling Basin) ในอาคารสลายพลังงาน ( Energy Dissipater) หรือบริเวณท้ายประตูควบคุมน้ำในทางน้ำเปิด ดังแสดงในรูปที่ (6.19) เมื่อน้ำที่ไหลอยู่ทางเหนือน้ำ (Upstream) มีความเร็วการไหลสูงกว่าวิกฤต (ความลึกการไหลน้อย,  $y_2$ ) มาบรรจบกับท้ายน้ำ (Downstream) ที่ไหลด้วยความเร็วต่ำกว่าวิกฤต (ความลึกการไหลมาก,  $y_3$ ) ทำให้ระดับน้ำเกิดการยกตัวขึ้น จากการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์เป็นพลังงานศักย์เพื่อรักษาสมดุล การเกิดปรากฏการณ์น้ำโจนนี้ ทำให้พลังงานการไหลบางส่วนสูญเสียไปจากความปั่นป่วน (Turbulence) ซึ่งน้ำจะแตกเป็นฟองและดูดเอาฟองอากาศเข้ามาด้วย ในบริเวณที่เกิดน้ำโจนนั้น



a) Sluice gate

b) Radial gate

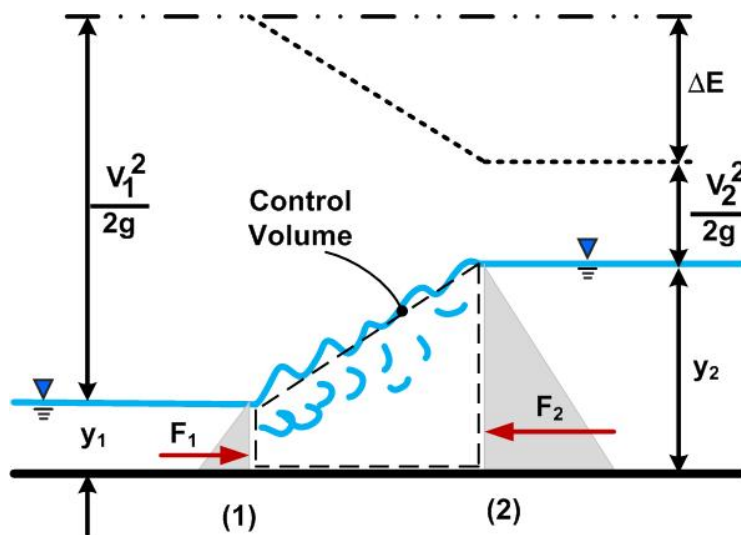
รูปที่ 6.19 ปรากฏการณ์น้ำโจนหลังการผ่านประตูควบคุม

ประโยชน์ของน้ำโจนมีหลายอย่างซึ่งพอที่จะสรุปได้ดังนี้

- ช่วยทำลายพลังงานของน้ำที่ไหลลงมาจากเขื่อนฝายและอาคารลดระดับจึงช่วยลดการกัดเซาะทางด้านท้ายน้ำและลดค่าใช้จ่ายที่จะต้องเสียไปในการป้องกันการกัดเซาะ
- ช่วยยกระดับผิวน้ำทางด้านท้ายน้ำของรางน้ำทำให้เราสามารถวัดความลึกของน้ำได้แน่นอนยิ่งขึ้นและช่วยรักษาระดับน้ำในคลองชลประทานให้มีระดับสูง
- ช่วยเพิ่มน้ำหนักบนลานคอนกรีตหรืออ่างท้ายอาคารและยังช่วยลดแรงดันของน้ำที่ดันอยู่ใต้อาคารชลศาสตร์ด้วย
- ช่วยผสมสารเคมีเช่นคลอรีนที่ใช้ในการทำให้น้ำบริสุทธิ์

- ช่วยเพิ่มอัตราการไหลของน้ำลอดผ่านประตูบานตรงโดยการทำให้เกิด น้ำโจนแทนที่จะทำให้เกิดการไหลแบบท่วมท้ายน้ำด้านหลังประตู
- ช่วยไล่อากาศในท่อส่งน้ำเพื่อไม่ให้เกิดความดันติดลบ (Air locking)

การวิเคราะห์เกี่ยวกับปรากฏการณ์น้ำโจนไม่อาจใช้สมการพลังงาน (Energy Equation) เพียงอย่างเดียว เนื่องจากมีการสูญเสียพลังงานไปจำนวนหนึ่งซึ่งไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องนำสมการโมเมนตัม (Momentum Equation) มาใช้ร่วมในการวิเคราะห์ด้วย พิจารณาจากปริมาตรควบคุม (Control Volume) ที่มีขอบเขตครอบคลุมช่วงที่เกิดน้ำโจนที่แสดงไว้ในรูปที่ 6.20



รูปที่ 6.20 ปริมาตรควบคุมสำหรับวิเคราะห์ปรากฏการณ์น้ำโจน

จากรูปที่ 6.20 สามารถเขียนสมการโมเมนตัมในแนวนอน (แกน x) สำหรับทางน้ำเปิดหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างทางน้ำเท่ากับ  $b$  และอัตราการไหล  $Q$  ได้ดังนี้

$$\sum F_x = \rho Q (V_2 - V_1) \quad (6.53)$$

$$F_1 - F_2 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$\frac{1}{2} \gamma b y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma b y_2^2 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

เอา  $b$  ทหารตลอดจะได้

$$\frac{1}{2}\gamma y_1^2 - \frac{1}{2}\gamma y_2^2 = \rho q(V_2 - V_1) \quad (6.54)$$

เมื่อ  $q$  คืออัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง  $q = (Q/b)$

จากสมการการไหลแบบต่อเนื่อง

$$V_1 y_1 = V_2 y_2 = q$$

หรือ  $V_1 = \frac{q}{y_1}$  และ  $V_2 = \frac{q}{y_2}$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.54 จะได้

$$\frac{1}{2}\gamma y_1^2 - \frac{1}{2}\gamma y_2^2 = \rho q \left( \frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1} \right)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\frac{y_1^2 - y_2^2}{2} = \frac{q^2}{g} \left( \frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1} \right)$$

หรือ 
$$\frac{y_2^2}{2} + \frac{y_1 y_2}{2} - \frac{q^2}{g y_1} = 0 \quad (6.55)$$

จากสมการที่ 6.55 สามารถแก้สมการหาคำตอบได้ดังนี้

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} \pm \sqrt{\frac{y_1^2}{4} + 2 \frac{q^2}{g y_1}}$$

เนื่องจากความลึกของน้ำ ( $y_1$  และ  $y_2$ ) ต้องเป็นบวกเสมอ ดังนั้นจะได้

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{8V_1^2}{g y_1}} \right]$$

หรือ 
$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right] \quad (6.56)$$

และวิเคราะห์ในทำนองเดียวกันจะได้ความสัมพันธ์

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right] \quad (6.57)$$

เมื่อ  $y_2$  คือความลึกของน้ำหลังจากเกิดน้ำโจน  $y_1$  คือความลึกของน้ำก่อนเกิดน้ำโจนและ  $Fr_1$  คือฟรูดนัมเบอร์ที่หน้าตัดการไหลที่ 1 (ก่อนเกิดน้ำโจน) ซึ่ง  $Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$

### การสูญเสียพลังงานในการเกิดน้ำโจน

สามารถหาค่าพลังงานการไหลที่สูญเสียไป (Energy Losses,  $\Delta E$ ) เนื่องจากการเกิดปรากฏการณ์น้ำโจนได้จากสมการพลังงานระหว่างหน้าตัดการไหลที่ 1 กับหน้าตัดการไหลที่ 2 ได้ดังนี้

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta E \quad (6.58)$$

จากสมการโมเมนตัมจะได้  $q^2 = \frac{g y_1 y_2 (y_2^2 - y_1^2)}{2(y_2 - y_1)}$  นำไปแทนค่าลงในสมการที่ 6.58 และจัดรูปสมการที่ 6.58 ใหม่จะได้

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \quad (6.59)$$

### ประสิทธิภาพของปรากฏการณ์น้ำโจน

ประสิทธิภาพของปรากฏการณ์น้ำโจน คือ อัตราส่วนของพลังงานจำเพาะหลังเกิดน้ำโจนต่อพลังงานจำเพาะก่อนเกิดน้ำโจนมีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(8Fr_1^2 + 1)^{3/2} - 4Fr_1^2 + 1}{8Fr_1^2(2 + Fr_1^2)} \quad (6.60)$$

ประสิทธิภาพของน้ำโจนไม่มีหน่วยและขึ้นอยู่กับ  $Fr_1$  เท่านั้น

### ความสูงของปรากฏการณ์น้ำโจน

ความสูงของปรากฏการณ์น้ำโจน ( $h_j$ ) คือความแตกต่างของความลึกของน้ำก่อนเกิด ( $y_1$ ) และความลึกของน้ำหลังเกิด ( $y_2$ ) น้ำโจน

$$h_j = y_2 - y_1 \quad (6.61)$$

### ความยาวของปรากฏการณ์น้ำโจน

สำหรับความยาวของปรากฏการณ์น้ำโจน (Hydraulic Jump Length,  $L_j$ ) นั้น เป็นค่าที่ไม่สามารถวิเคราะห์ได้ทางทฤษฎี ต้องหาจากการทดลองเท่านั้น โดยทั่วไปถือว่าความยาว ปรากฏการณ์น้ำโจนเป็นระยะทางจากจุดเริ่มเกิดการกระโดดถึงจุดด้านท้ายน้ำที่เริ่มมีความลึกคงที่ และสามารถประมาณได้จากสมการต่างๆ ดังนี้

□ สมการของ Elevatorski  $L_j = 6.9(y_2 - y_1)$  (6.62)

□ สมการของ Jain  $L_j = 6y_2$  เมื่อ  $4.5 < Fr_2 < 13$  (6.63)

- สำหรับทางน้ำเปิดรูปตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า วางตัวในแนวราบ Silvester (1964) เสนอให้ประมาณค่า  $L_j$  จากสมการดังนี้

$$L_j = 9.75 y_1 (Fr_1 - 1)^{1.01} \quad (6.64)$$

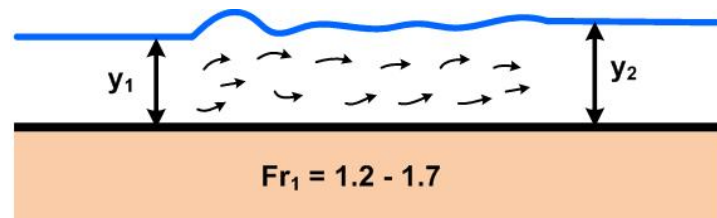
### การแบ่งประเภทของน้ำโจน

สำหรับการไหลแบบเหนือวิกฤตในทางน้ำเปิดที่ไม่มีความลาดเท พลังงานของการไหลจะถูกทำลายโดยแรงเสียดทานตามพื้นทางน้ำ เป็นผลให้ความเร็วลดลงและความลึกเพิ่มขึ้นตามทิศทางการไหล ปรากฏการณ์น้ำโจน จะเกิดขึ้นได้ถ้าจำนวนฟรูดน์เบอร์ (Froude Number) และความลึกก่อนเกิดน้ำโจน (ความลึกด้านเหนือน้ำ,  $y_1$ ) และความลึกหลังเกิดน้ำโจน (ความลึกด้านเหนือน้ำ,  $y_2$ ) มีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ 6.56 หรือ 6.57 และสามารถ แบ่งประเภทของปรากฏการณ์การเกิดน้ำโจนบน พื้นราบ ออกได้เป็น 5 ประเภทดังรูปที่ 6.21 ได้แก่ โดยพิจารณาจากค่าฟรูดน์เบอร์ของการไหลทางด้านเหนือน้ำได้ดังนี้

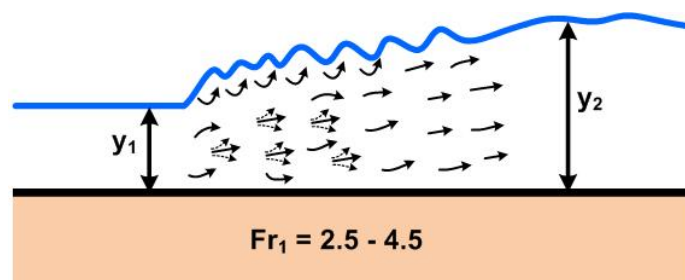
- ประเภทที่ 1 (รูปที่ 6.2 1a) น้ำโจนเป็นลอน (Undular Jump) น้ำโจนประเภทนี้มีค่าฟรูดน์เบอร์ ระหว่าง 1.2 ถึง 1.7 จะมีระลอกของคลื่นวิ่งไปตามผิวหน้า ผิวหน้าของคลื่นจะไม่แตกตัว การสูญเสียพลังงานจะมีน้อย พลังงานที่สูญเสียจะกระจายส่งไปในรูปของความเร็วกลุ่ม (Group Velocity)
- ประเภทที่ 2 (รูปที่ 6.2 1b) น้ำโจนอย่างอ่อน (Weak Jump) เกิดขึ้นเมื่อการไหลมีจำนวนฟรูดน์เบอร์ ระหว่าง 1.7 ถึง 2.5 มีการม้วนตัวต่อเนื่องบนผิวหน้า แต่ทางด้านท้ายน้ำผิวน้ำยังคงราบเรียบ การสูญเสียพลังงานมีมากกว่าน้ำโจนประเภทที่ 1 แต่ถือว่ายังน้อยอยู่



- ประเภทที่ 3 (รูปที่ 6.21c) น้ำโจนแบบกวดแกว่ง (Oscillating Jump) มีค่าของฟรูดนัมเบอร์อยู่ระหว่าง 2.5 ถึง 4.5 คลื่นจะมีการโยนตัวจากท้องคลองถึงผิวน้ำ เกิดคลื่นขนาดใหญ่ความยาวคลื่นไม่แน่นอนและคลื่นนี้เคลื่อนที่ไปได้ไกล เป็นผลทำให้เกิดการกัดเซาะคันดิน และหินเรียงที่อยู่ท้ายของอาคาร การสูญเสียพลังงานมีมากถึง 45 เปอร์เซ็นต์ของพลังงานก่อนเกิดน้ำโจน
- ประเภทที่ 4 (รูปที่ 6.21d) น้ำโจนแบบทรงตัวมันคง (Steady Jump) มีค่าของ ฟรูดนัมเบอร์อยู่ระหว่าง 4.5 ถึง 9.0 เป็นน้ำโจนที่รุนแรงแต่มีรูปร่างมันคง เกิดการม้วนตัวอย่างเต็มที่ การสูญเสียพลังงานจะอยู่ระหว่าง 45 ถึง 70 เปอร์เซ็นต์ น้ำโจนแบบนี้เป็นที่ต้องการในการออกแบบอาคารสลายพลังงานหรืออ่างพักน้ำ
- ประเภทที่ 5 (รูปที่ 6.21e) น้ำโจนแบบรุนแรงมีค่าฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 9.0 เนื่องจากกระแสน้ำมีความเร็วสูง จะก่อให้เกิดการม้วนตัวที่ผิวน้ำ เกิดคลื่นทางด้านท้ายน้ำและผิวน้ำไม่ราบเรียบอย่างมากมีการสูญเสียพลังงานสูงถึง 85 เปอร์เซ็นต์

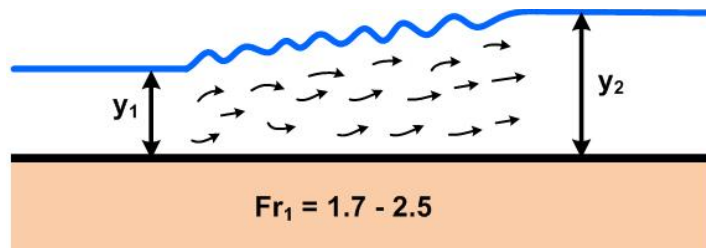


a)

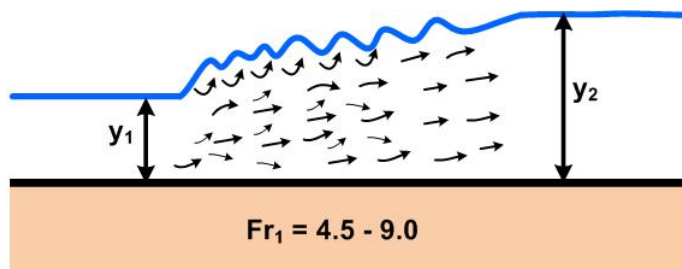


b)

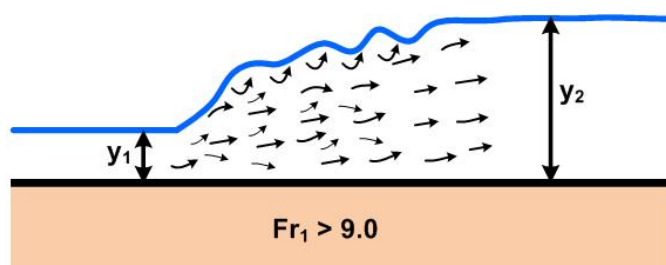
รูปที่ 6.21 การเกิดปรากฏการณ์น้ำโจนประเภทต่าง ๆ



c)



d)



e)

รูปที่ 6.21 (ต่อ)

**ตัวอย่างที่ 6.12** อาคารน้ำตกหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 8 m มีอัตราการไหล 84 m<sup>3</sup>/s หลังจากไหลผ่านอาคารลงมาในแนวราบจะเกิดน้ำโจนโดยสามารถวัดความลึกหลังเกิดน้ำโจนได้เท่ากับ 2.5 m จงหาความลึกการไหลและฟรูดนัมเบอร์ก่อนเกิดน้ำโจนพลังงานที่สูญเสียไปหลังจากเกิดน้ำโจนและตรวจสอบว่าน้ำโจนจัดอยู่ในประเภทใด

**วิธีทำ** คุณสมบัติของทางน้ำ

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A_2 = 8 \times 2.5 = 20 \text{ m}^2$
- ความเร็วการไหล,  $V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{84}{20} = 4.2 \text{ m/s}$
- ความลึกชลศาสตร์,  $D = 2.5 \text{ m}$  สำหรับทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าความลึกชลศาสตร์ (D) เท่ากับความลึกการไหล (y)
- ฟรูดนัมเบอร์,  $Fr_2 = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{4.2}{\sqrt{2.5g}} = 0.85$  เป็นการไหลต่ำกว่าวิกฤต

จากสมการที่ 6.50  $\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+8Fr_2^2} - 1)$

$$y_1 = \frac{2.5}{2}(\sqrt{1+8 \times 0.85^2} - 1) = 2 \text{ m}$$

ความลึกการไหลก่อนเกิดน้ำโจนเท่ากับ 2 m ตอบ

ตรวจสอบการไหลที่หน้าตัดที่ 1 (ก่อนเกิดน้ำโจน)

- พื้นที่หน้าตัดการไหล,  $A_2 = 8 \times 2.0 = 16 \text{ m}^2$
- ความเร็วการไหล,  $V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{84}{16} = 5.25 \text{ m/s}$
- ความลึกชลศาสตร์,  $D = 2.0 \text{ m}$
- ฟรูดนัมเบอร์,  $Fr_2 = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{5.25}{\sqrt{2.0g}} = 1.2$  เป็นการไหลสูงกว่าวิกฤต

น้ำโจนเป็นแบบประเภทที่ 1 (รูปที่ 6.21 a) ซึ่งมีลักษณะผิวน้ำโจนเป็นลอน (Undular jump) และมีระลอกของคลื่นวิ่งไปตามผิวน้ำ ผิวน้ำของคลื่นจะไม่แตกตัว ตอบ

พลังงานที่สูญเสียไปหลังจากเกิดน้ำโจนหาได้จากสมการ

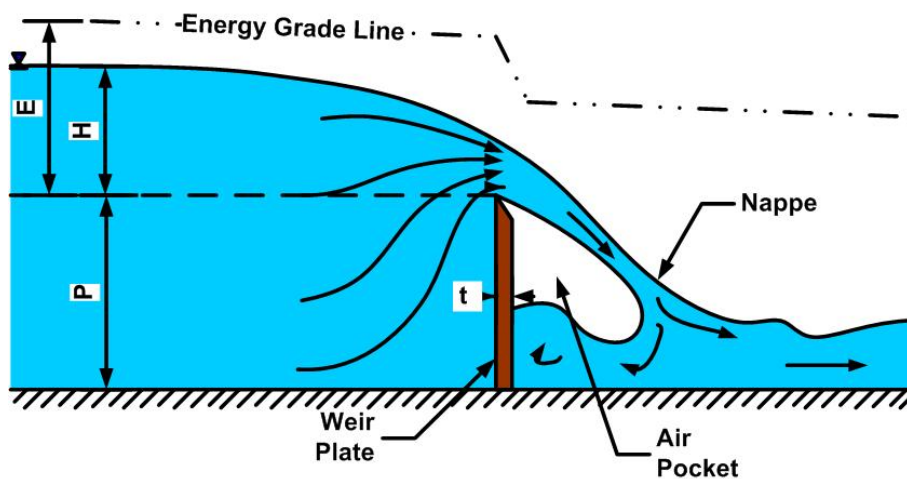
$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2}$$

$$\Delta E = \frac{(2.5-2.0)^3}{4 \times 2.5 \times 2.0} = 6.25 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \text{ตอบ}$$

## การวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิด (Flow measurement in open channel)

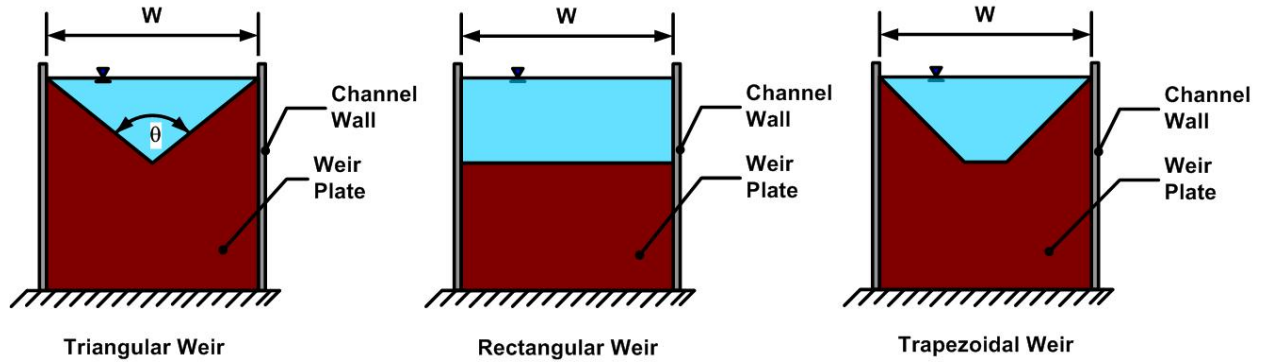
การวัดอัตราการไหลในทางน้ำเปิดมักจะวัดความเร็วของกระแสน้ำ ซึ่งมักจะใช้เครื่องมือวัดความเร็วที่มีโดยทั่วไปเช่น เครื่องมือวัดความเร็วกระแสน้ำแบบถ้วยหรือเครื่องมือวัดความเร็วกระแสน้ำด้วยอิเล็กทรอนิกส์ จากนั้นนำความเร็วเฉลี่ยที่ได้แต่ละหน้าตัดมาคูณด้วยพื้นที่หน้าตัด ก็จะสามารถคำนวณหาอัตราการไหลที่ผ่านหน้าตัดทางน้ำนั้น ๆ ได้ หรืออีกวิธีหนึ่งคือการใช้โครงสร้างสร้างขวางทางน้ำเพื่อทำให้คุณสมบัติของการไหลเปลี่ยนไป และทำการวิเคราะห์หาสมการหาอัตราการไหล อาคารที่สร้างขวางทางน้ำและใช้ในการวัดอัตราการไหลที่นิยมคือฝาย

ฝาย (Weir) คือสิ่งก่อสร้างขวางการไหลของน้ำในทางน้ำเปิด โดยมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อยกระดับน้ำทางด้านเหนือน้ำให้สูงขึ้น และยอมให้น้ำส่วนหนึ่งจะไหลล้นข้ามสันฝาย ฝายมีหลายประเภทด้วยกันทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบและลักษณะการใช้งาน ในที่นี้จะกล่าวถึงฝายสันคม (Sharp-Crested Weir) คือฝายน้ำล้นที่มีความหนาไม่มาก หรือมีอัตราส่วนระหว่างระดับพลังงานการไหลด้านเหนือน้ำ (E) ต่อความหนาของฝาย (t) มากกว่า 15 เท่า ( $E/t > 15$ , รูปที่ 6.22) ฝายถูกติดตั้งในแนวตั้งตั้งฉากกับทิศทางการไหลในทางน้ำเปิดเพื่อให้น้ำที่ล้นสันฝายไหลพุ่งเป็นแผ่นน้ำ (Nappe) อย่างชัดเจน โดยสามารถหาอัตราการไหลได้เมื่อรู้ระดับน้ำเหนือสันฝาย (H)



รูปที่ 6.22 การไหลของน้ำผ่านฝายสันคม

โดยทั่วไปความหนาของสันฝาย (The crest thickness, ตำแหน่งตรงยอดสุดของฝาย) มีค่าน้อยกว่า 2 mm ดังนั้นฝายสันคมที่นิยมโดยทั่วไปมี 3 ลักษณะด้วยกันคือ ฝายรูปสามเหลี่ยม (Triangular weir) ฝายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular weir) และฝายรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal weir) ดังรูปที่ 6.23

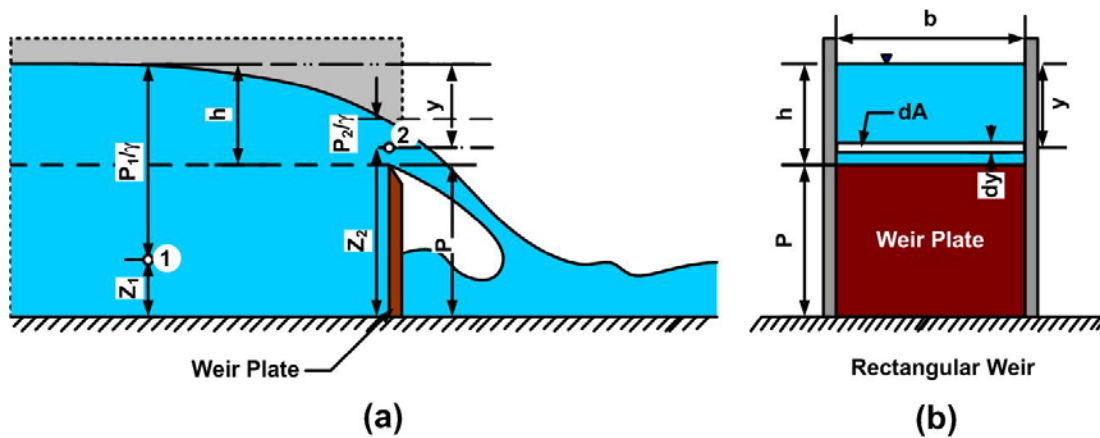


รูปที่ 6.23 รูปแบบของฝายสันคม

การหาอัตราการไหลผ่านฝายสันคม

ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะการหาอัตราการไหลทางทฤษฎีผ่านฝายสันคมเฉพาะฝายสันคมที่มีรูปร่างสี่เหลี่ยมและรูปร่างสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นรูปร่างฝายสันคมที่นิยมใช้ในการวัดอัตราการไหลโดยทั่วไป

ฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม



รูปที่ 6.24 การไหลผ่านฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม

หากพิจารณาสมการพลังงานระหว่างตำแหน่งที่ 1 และ 2 ดังรูปที่ 6.24 โดยอาศัยสมการของ Bernoulli ที่มีสมมติฐานว่าไม่มีการสูญเสียพลังงานการไหลระหว่างตำแหน่งที่ 1 และตำแหน่งที่ 2 จะได้

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \tag{6.65}$$

เมื่อ  $Z_1$  คือระดับอ้างอิงในตำแหน่งที่ 1  $Z_2$  คือระดับอ้างอิงในตำแหน่งที่ 2  $P_1$  คือความดันในตำแหน่งที่

1  $P_2$  คือ ความดันในตำแหน่งที่ 2  $V_1$  คือ ความเร็วในตำแหน่งที่ 1  $V_2$  คือ ความเร็วในตำแหน่งที่ 2  $\gamma$  คือ ความน้ำหนักจำเพาะของของไหล  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก จากสมการที่ 6.65 สามารถกำหนดเงื่อนไขในการคำนวณได้ดังนี้

- การไหลเป็นแบบอิสระ (free Flow) ไม่มีการรบกวนการไหลด้านท้ายน้ำ (Downstream)
- ความเร็วการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 หากนำมาเปรียบเทียบกับความเร็วที่ตำแหน่งที่ 2 ถือว่ามีค่าน้อยมากดังนั้นจึงพิจารณาความเร็วการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0
- ความลึกการไหลที่ตำแหน่งที่ 2 มีค่าน้อยจนทำให้ความดันที่ตำแหน่งที่ 2 ( $P_2$ ) มีค่าเข้าใกล้ความดันบรรยากาศ ดังนั้นหากพิจารณาเป็นความดันเกจ  $P_2$  มีค่าเท่ากับ 0

สมการที่ 6.65 กลายเป็น

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{0^2}{2g} = Z_2 + \frac{0}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

หากพิจารณารูปที่ 6.22 พบว่า  $Z_1 + \frac{P_1}{\gamma}$  มีค่าเท่ากับ  $P+h$  เพราะฉะนั้นจะได้

$$P+h = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

หรือ  $\frac{V_2^2}{2g} = P+h-Z_2 = y$  โดยที่  $y = P+h-Z_2$  (จากรูปที่ 6.24)

จะได้

$$V_2 = \sqrt{2gy} \quad (6.66)$$

เมื่อ  $V_2$  คือความเร็วการไหลที่สันฝาย (ตำแหน่งที่ 2 ในรูป 6.24)  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก  $y$  คือความลึกจากผิวน้ำที่วัดลงมาในแนวตั้งมายังจุดที่ต้องการทราบค่าความเร็วที่สันฝาย (ข้อสังเกตความลึก  $y$  นี้ไม่ควรวัด ณ ตำแหน่งสันฝาย แต่ ควรวัดที่ห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำ ประมาณ 3-4 เท่าของความลึกที่มากที่สุดที่ไหลข้ามสันฝาย หากพิจารณารูป 6.23 (b) พบว่าอัตราการไหล ( $dQ$ ) ที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด  $dA$  มีค่าเท่ากับ  $VdA$  ดังสมการ

$$dQ = V_2 dA \quad (6.67)$$

จากรูปที่ 6.23 (b) จะได้  $dA = bdy$  และจากสมการที่ 6.60  $V_2 = \sqrt{2gy}$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.67 จะได้

$$dQ = \sqrt{2gy}(bdy) \quad (6.68)$$

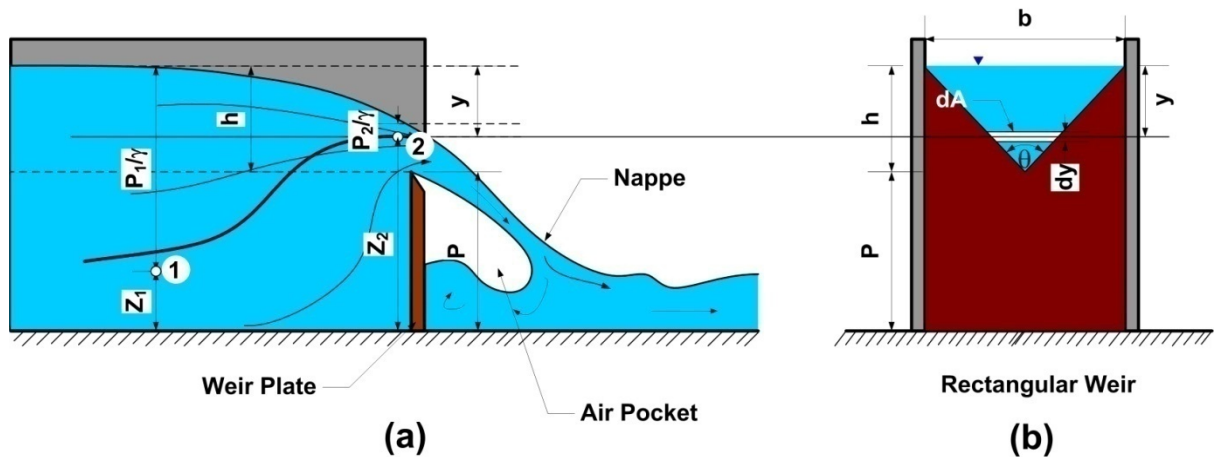
หากต้องการทราบค่าอัตราการไหลที่ไหลผ่านหน้าตัดฝายทั้งหมดสามารถทำได้โดยการอินทิเกรตสมการที่ 6.68 จากสันฝายถึงความลึกของน้ำที่มากที่สุด (h)

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^h \sqrt{2gy}(bdy) \\ Q &= b\sqrt{2g} \left[ \frac{y^{3/2}}{3/2} \right]_0^h \\ Q &= \frac{2}{3} \sqrt{2gy}bh^{3/2} \end{aligned} \quad (6.69)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหลทางทฤษฎีของการไหลผ่านฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม  $b$  คือความกว้างของฝาย  $h$  คือความลึกของน้ำที่วัดจากสันฝายในแนวตั้ง วัด ตรงตำแหน่งห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำประมาณ 3-4 เท่าของความลึก  $h$   $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก สมการที่ 6.69 สามารถใช้ได้เฉพาะกรณีที่การไหลเป็นแบบอิสระ และไม่คิดการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล อย่างไรก็ตาม หากคิดการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล จำเป็นต้องปรับแก้สมการโดยการคูณค่าสัมประสิทธิ์เข้าไป ซึ่งได้แก่สัมประสิทธิ์การไหลผ่านฝาย (Discharge coefficient,  $C_D$ ) ดังสมการ

$$Q = \frac{2}{3} C_D \sqrt{2g}bh^{3/2} \quad (6.70)$$

ฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม (รูปตัววี)



รูปที่ 6.25 การไหลผ่านฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม

จากหลักการเดียวกับการวิเคราะห์การหาความเร็วการไหลผ่านฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยมจะได้

$$V_2 = \sqrt{2gy} \quad (6.71)$$

เมื่อ  $V_2$  คือ ความเร็วการไหลที่สันฝาย (ตำแหน่งที่ 2 ในภาพที่ 6.25)  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก  $y$  คือความลึกจากผิวน้ำที่วัดลงมาในแนวตั้งมายังจุดที่ต้องการทราบค่าความเร็วที่สันฝาย (ข้อสังเกตความลึก  $y$  นี้ไม่ควรวัด ณ ตำแหน่งสันฝาย แต่ ควรวัดที่ห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำ ประมาณ 3-4 เท่าของความลึกที่มากที่สุดที่ไหลข้ามสัน หากพิจารณารูปที่ 6.24 (b) พบว่าอัตราการไหล ( $dQ$ ) ที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด  $dA$  มีค่าเท่ากับ  $VdA$  ดังสมการ

$$dQ = V_2 dA \quad (6.72)$$

จากรูปที่ 6.25b จะได้  $dA = 2(h - y)\tan(\theta/2)dy$  และจากสมการที่ 6.71  $V_2 = \sqrt{2gy}$  แทนค่าลงในสมการที่ 6.72 จะได้

$$dQ = 2(h - y)\tan(\theta/2)\sqrt{2gy}dy$$

$$Q = 2 \tan(\theta/2)\sqrt{2g} \int_0^h (h - y)ydy$$

$$Q = 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\sqrt{2g} \left[ \frac{hy^{3/2}}{3/2} - \frac{y^{5/2}}{5/2} \right]_0^h$$



$$Q = 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{2g} \frac{4}{15} h^{5/2}$$

$$Q = \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{2g} h^{5/2} \quad (6.73)$$

เมื่อ  $Q$  คืออัตราการไหลทางทฤษฎีของการไหลผ่านฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม  $\theta$  คือมุมปากของฝาย  $h$  คือความลึกของน้ำที่วัดจากสันฝายในแนวตั้ง วัดตรงตำแหน่ง ห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำ ประมาณ 3-4 เท่าของความลึกที่มากที่สุดที่ไหลข้ามสันฝาย  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ในทำนองเดียวกันกับการไหลผ่านฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม สมการที่ 6.73 สามารถใช้ได้เฉพาะกรณีที่มีการไหลเป็นแบบอิสระ และไม่คิดการสูญเสียพลังงานระหว่างการหากคิดการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหล จำเป็นต้องปรับแก้สมการโดยการคูณค่าสัมประสิทธิ์การไหล ( $C_D$ ) เข้าไป ดังสมการ

$$Q = \frac{8}{15} C_D \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{2g} h^{5/2} \quad (6.74)$$

ในทางปฏิบัติหากต้องการนำฝายไปใช้งานจำเป็นต้องสอบเทียบหาค่าสัมประสิทธิ์การไหลผ่านฝายก่อน โดยการวัดอัตราการไหลผ่านฝายที่ความลึกการไหลเหนือสันฝายค่าต่าง ๆ และนำค่าดังกล่าวมาเปรียบเทียบกับอัตราการไหลทางทฤษฎี ก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การไหล ( $C_D$ ) ได้ดังสมการ

#### กรณีฝายสันคมรูปสี่เหลี่ยม

$$C_D = \frac{Q_{measure}}{\frac{2}{3} \sqrt{2g} b h^{3/2}} \quad (6.75)$$

เมื่อ  $C_D$  คือสัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านฝาย  $Q_{measure}$  คืออัตราการไหลที่เกิดจากการวัด  $b$  คือความกว้างของฝาย  $h$  คือความลึกของน้ำที่วัดจากสันฝายในแนวตั้งวัดตรงตำแหน่ง ห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำประมาณ 3-4 เท่าของความลึก  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

#### กรณีฝายสันคมรูปสามเหลี่ยม

$$C_D = \frac{Q_{measure}}{\frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \sqrt{2g} h^{5/2}} \quad (6.76)$$

เมื่อ  $C_D$  คือ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านฝาย  $Q_{measure}$  คือ อัตราการไหลที่เกิดจากการวัด  $\theta$  คือมุมปากของฝาย ( degree)  $h$  คือความลึกของน้ำที่วัดจากสันฝายในแนวตั้ง วัด ตรงตำแหน่ง ห่างออกไปทางด้านเหนือน้ำประมาณ 3-4 เท่าของความลึก  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

### การไหลลอดผ่านประตูบานตรง (Flow through sluice gate)

ประตูควบคุมน้ำชนิดบานตรง (Sluice Gate) เป็นประตูน้ำที่มีบานประตูเป็นแผ่นเรียบ ใช้ติดตั้งขวางทางเดินของน้ำดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 6.26 เพื่อประโยชน์ในการควบคุมระดับน้ำ (Flow Control) และ/หรือ การวัดปริมาณน้ำ (Flow Measurement) ซึ่งปริมาณน้ำที่ไหลลอดประตู ขึ้นอยู่กับ ขนาดของช่องเปิดใต้บานประตูที่ยอมให้น้ำไหลผ่าน และชนิดของการไหล (Flow Regime) ที่ผ่านประตู และถูกกำหนดโดย ระดับน้ำทางด้านเหนือน้ำ (Upstream) และท้ายน้ำ (Downstream) ของประตูด้วย โดยทั่วไปแล้ว ชนิดของการไหลผ่านประตูมีอยู่ด้วยกันสองประเภทด้วยกัน คือ การไหลแบบอิสระ (Free Flow) และการไหลแบบท่วมหรือจม (Submerged Flow) โดยรายละเอียดทางทฤษฎีและสมการที่เกี่ยวข้องกับการทดลองครั้งนี้ สามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 6.26 ประตูควบคุมน้ำชนิดบานตรง

### การไหลแบบอิสระ (Free Flow Regime)

การไหลแบบอิสระ หมายถึง การไหลในลักษณะที่ลำน้ำ (Jet) ที่พุ่งลอดประตูออกมาไม่มีสิ่งใดมา กดทับมันอยู่ ผิวบนของลำน้ำสัมผัสกับอากาศ จึงมีความดันเท่ากับความดันบรรยากาศ ซึ่งโดยทั่วไป แล้ว ในสภาพการไหลแบบอิสระ สภาพการไหลของน้ำที่ตำแหน่งเหนือประตูจะมีสถานะการเป็นแบบต่ำกว่าวิกฤต (Subcritical Flow) โดยมีค่าฟรูดนัมเบอร์น้อยกว่า 1 และที่ตำแหน่งท้ายประตูจะเป็นแบบสูงกว่าวิกฤต (Supercritical Flow) โดยมีค่าฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 1 สำหรับการไหลแบบอิสระเรามักจะสมมติว่าพลังงานที่สูญเสียจากการไหลมีค่าน้อยมาก เราจึงสามารถ แปลงสมการ Bernoulli มาใช้ในการคำนวณหาลักษณะการไหลได้ ดังนี้ จากรูปที่ 6.27 เมื่อพิจารณาระหว่างหน้าตัดการไหลที่ 1 ซึ่งอยู่หน้าบานประตูน้ำเป็นระยะพอสมควรและแนว หน้าตัดที่ 2 อยู่หลังประตูน้ำตรงที่เรียกว่า Vena Contracta โดยถือว่าในการที่น้ำไหลจาก หน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 ไม่มีการสูญเสียพลังงาน ดังนั้นสามารถเขียนสมการ Bernoulli ตามกฎอนุรักษ์พลังงานได้ดังนี้

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad (6.77)$$

เมื่อระดับท้องน้ำไม่เปลี่ยนแปลง ( $z_1 = z_2$ ) และการไหลรูปลิ่มเหลี่ยมผืนผ้า  $V = \frac{q}{y}$  เมื่อ  $q$  คืออัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง ดังนั้น

$$y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2g y_2^2} \quad (6.78)$$

$$q = y_1 y_2 \sqrt{\frac{2g}{y_1 + y_2}} = y_2 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{y_2}{y_1}}} \sqrt{2g y_1}$$

ถ้ากำหนดให้  $y_2 = C_c w$  โดยที่  $C_c$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การบีบหดตัว (Contraction Coefficient) และ  $w$  คือ ระยะยกของบานประตู สมการ 6.78 จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$q = C_c w \sqrt{\frac{1}{1 + C_c \frac{w}{y_1}}} \sqrt{2g y_1} \quad (6.79)$$

และถ้าสมมติให้  $C_d = C_c \sqrt{\frac{1}{1 + C_c \frac{w}{y_1}}}$  โดยที่  $C_d$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์อัตราการไหล (Discharge

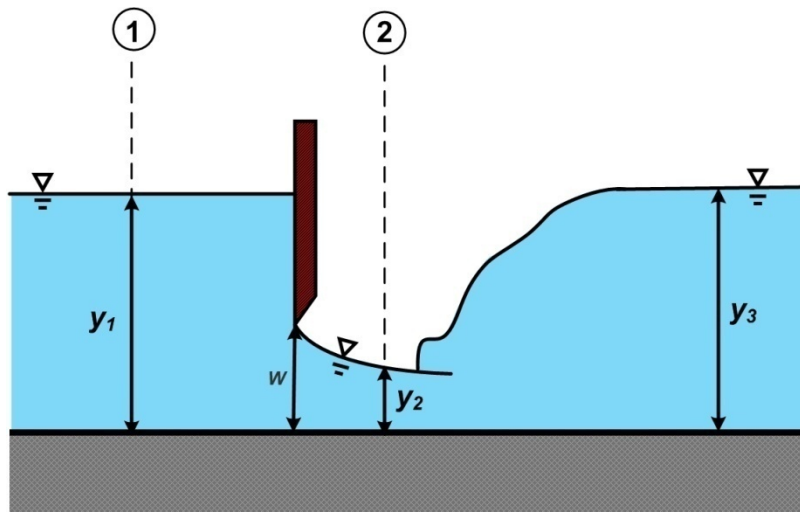
Coefficient) สมการที่ 6.79 จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$q = C_d w \sqrt{2g y_1} \quad (6.80)$$

ดังนั้นสำหรับรูปตัดการไหลสี่เหลี่ยมผืนผ้า  $Q = qb$  ดังนั้นอัตราการไหลภายใต้สภาพการไหลอิสระ (Free Flow Discharge,  $Q_f$ ) ที่ไหลลอดใต้ประตูควบคุมน้ำบานตรงรูปตัดการไหลสี่เหลี่ยมผืนผ้า จึงสามารถคำนวณได้จาก

$$Q_f = C_d w b \sqrt{2g y_1} \quad (6.81)$$

จากสมการที่ 6.81 จะเห็นว่า ค่า  $C_d$  ขึ้นอยู่กับชนิดของบานประตูจากค่า  $C_c$  และระยะยกบานประตูและระดับน้ำเหนือประตูจาก ค่า  $\frac{w}{y_1}$  แต่เนื่องจากค่า  $C_c$  สำหรับประตูแต่ละบานไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก โดยทั่วไป ถ้าขอบล่างบานประตูปาดเป็นขอบคมค่า  $C_c$  จะมีค่าประมาณ 0.60 ดังนั้นค่า  $\frac{w}{y_1}$  จึงมีความสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงค่าของ  $C_d$  มากกว่า



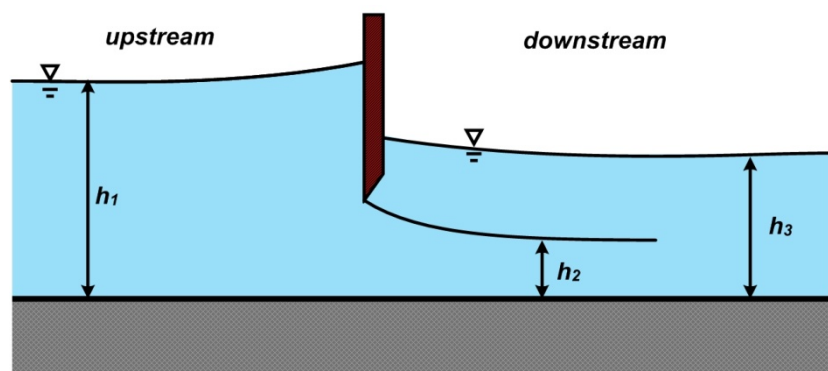
รูปที่ 6.27 ลักษณะการไหลแบบอิสระ

### การไหลแบบจม (Submerged Flow Regime)

ในการไหลแบบจม (Submerged Flow) นั้น ลำน้ำที่พุ่งลอดประตูออก  $y_2$  มาจะปะทะและถูกกดทับให้จมลงด้วยน้ำทางด้านท้ายบานประตูด้วยความลึกการไหล  $y_3$  ดังแสดงในรูปที่ (6.28) มีผลทำให้ความดันที่กดบนผิวด้านบนของลำน้ำที่ลอดผ่านประตูออกมาจะไม่เท่ากับบรรยากาศ น้ำส่วนที่กดทับอยู่นี้จะไหลวนเวียนขึ้นลงไปมาไม่มีทิศทางที่แน่นอน มักจะเรียกว่า Vortex หรือ Eddy Current ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว สภาวะการไหลของน้ำที่ตำแหน่งเหนือและท้ายประตูจะมีสภาวะแบบใต้วิกฤต (Subcritical Flow) การไหลแบบจมนั้นมีการสูญเสียพลังงานการไหลมาก เนื่องจากความปั่นป่วนของกระแสน้ำทางด้านท้ายน้ำที่เกิดขึ้น ในการวิเคราะห์จึงไม่สามารถพิจารณาแต่เพียงสมการ Bernoulli แต่เพียงอย่างเดียว จำเป็นต้องนำ สมการ Momentum มาร่วมในการวิเคราะห์ด้วย ส่งผลให้การวิเคราะห์สมการของการไหลแบบจมมีความยุ่งยากกว่าการไหลแบบอิสระมาก

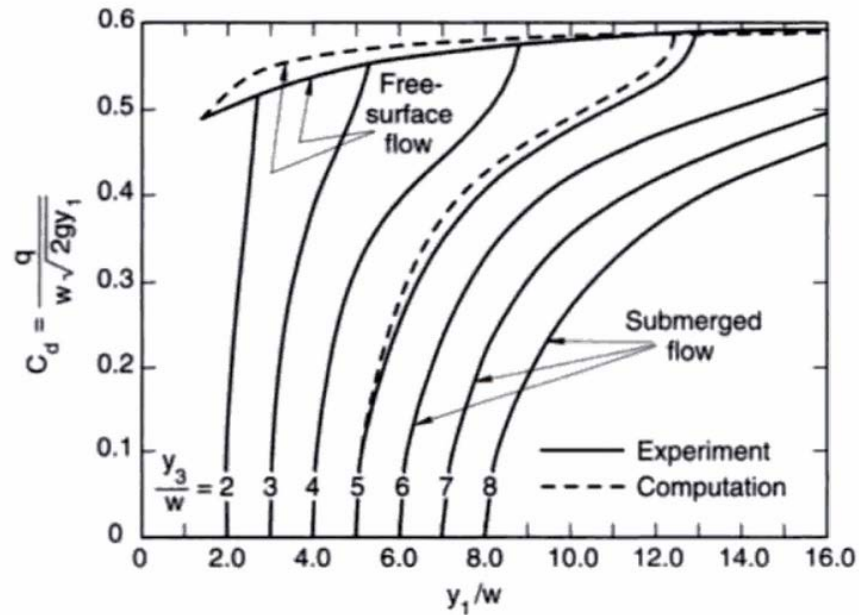
อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ ได้มีการนำสมการ (6.81) มาดัดแปลง เพื่อประยุกต์ใช้กับการไหลแบบจม โดยใช้ความแตกต่างของระดับน้ำทางด้านหน้าและด้านท้าย ( $y_1 - y_3$ ) ของประตูน้ำลงในสมการแทนค่า  $y_1$  และจะได้สมการสำหรับอัตราการไหลแบบจมของการไหลลอดผ่านประตูบานตรงได้ดังนี้

$$Q_s = C_d w b \sqrt{2g(y_1 - y_3)} \quad (6.82)$$



รูปที่ 6.28 ลักษณะการไหลแบบจม

สำหรับค่า  $C_d$  ในกรณีการไหลแบบจม นอกจากจะขึ้นอยู่กับ  $\frac{w}{y_1}$  ดังเช่นในกรณีการไหลแบบอิสระแล้ว ยังขึ้นอยู่กับ  $\frac{y_3}{w}$  อีกด้วย ซึ่ง Henry (1950) ได้แสดงค่า  $C_d$  สำหรับประตูควบคุมน้ำชนิดตรงไว้ ดังรูปที่ 6.29



รูปที่ 6.29 สัมประสิทธิ์อัตราการไหล

ที่มา: สันติ ทองพำนัก (2534)

จะเห็นว่าการประยุกต์ใช้สมการ (6.82) นั้นมีความยุ่งยากมากกว่าสมการ (6.81) ดังนั้นจึงได้มีการดัดแปลงสูตรที่ใช้ในการประมาณค่าอัตราการไหลในกรณีการไหลแบบจม ดังแสดงในสมการที่ (6.82) ซึ่งใช้สำหรับในกรณีไหลลอดประตูควบคุมรูปหน้าการไหลตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$Q_s = C_s y_3 b \sqrt{2g(y_1 - y_3)} \quad (6.83)$$

$$C_s = \alpha \left( \frac{w}{y_3} \right)^\beta \quad (6.84)$$

จากสมการที่ 6.84 ค่าพารามิเตอร์  $\alpha, \beta$  เป็นค่าเฉพาะที่ขึ้นอยู่กับลักษณะการติดตั้งบานประตู ซึ่งสามารถหาได้จากการทดลองและโดยทั่วไปแล้วค่า  $\beta$  จะมีค่าใกล้เคียงกับ 1 ซึ่งถ้า  $\beta = 1$

### แบบฝึกหัดท้ายบท

1. คลองสี่เหลี่ยมคางหมูมีความกว้างกันคลอง (b) เท่ากับ 2 m ความลาดเทตลิ่งแนวตั้งต่อแนวราบ เท่ากับ 1 ต่อ 1.5 ความลึกปกติเท่ากับ 2.5 m ค่าสัมประสิทธิ์ของแมนนิงเท่ากับ 0.015 และความลาดเทท้องคลองเท่ากับ 1 ต่อ 2,000 จงหาอัตราการไหลและตรวจสอบว่าสถานะการไหลในคลอง เป็นประเภทใด
2. ในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าปริมาณการไหลทำให้เกิดความลึกทดแทน ( Alternate Depth) เท่ากับ 3 m และ 1 m ตามลำดับจงหาความลึกวิกฤตของการไหล
3. คลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 2.5 m ถ้าที่หน้าตัดแห่งหนึ่งมีพลังงานจำเพาะ ( Specific Energy) มีค่าเท่ากับ 3 m จงหาอัตราการไหลสูงสุดที่สามารถไหลผ่านหน้าตัดแห่งนี้ได้
4. ทางน้ำตัดวงกลม มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 m ถ้าหน้าตัดแห่งหนึ่งเกิดการไหลแบบวิกฤต จะมีความลึก เท่ากับ 1.2 m จงหาอัตราการไหลในทางน้ำนี้
5. คลองหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้างมากๆ ถ้ามีความลึกของการไหลปกติเพิ่มขึ้นจากเดิม 30 % จงหาว่าอัตราการไหลจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์โดยประมาณ
6. ทางน้ำหน้าตัดวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m ความลาดเทท้องท่อ 1 ต่อ 2,000 และสัมประสิทธิ์ ของแมนนิงเท่ากับ 0.015 ทางน้ำนี้สามารถระบายน้ำได้สูงสุดเท่าไร
7. ทางน้ำรูปตัววี มีความลาดเทด้านข้างทำมุม 30 องศากับแนวระนาบ อัตราการไหลในทางน้ำ 1,573 L/s จงหาความลึกวิกฤตในทางน้ำสายนี้
8. คลองรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m ณ. หน้าตัดแห่งหนึ่งได้ติดตั้งประตูบานตรง เมื่ออัตราการไหล  $8 \text{ m}^3/\text{s}$  ไหล ลอดประตูทำให้เกิดน้ำกระโดดด้านท้ายประตู ความลึกหลังเกิดน้ำโจนมีค่าเท่ากับ 2 m การไหลลอดได้ประตูไม่มีการสูญเสียพลังงาน จงหาค่าความลึกก่อนเกิดน้ำโจน
9. ทางน้ำหน้าตัดวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ  $22 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาพลังงาน จำเพาะที่มีค่าน้อยสุดที่ทำให้อัตราการไหล  $22 \text{ m}^3/\text{s}$  ไหลผ่านได้
10. ท่อระบายน้ำมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 m และมีน้ำไหลครึ่งท่อ ถ้าน้ำไหลด้วยความเร็ว 5 m/s สถานะการไหลในท่อประเภทใด
11. ท่อระบายน้ำมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 m จงหาความเร็ววิกฤต เมื่อความลึกวิกฤตเท่ากับ 1 m

12. ทางน้ำเปิดหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 4 m สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง 0.018 ความลาดเทท้องคลอง 0.0088 ถ้าอัตราการไหล  $28 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหา
- ความลึกวิกฤต
  - ความลึกปกติ
  - ความลาดเทท้องคลองเป็น Mild slope หรือ Critical slope หรือ Steep slope
  - จงหาค่าของ Critical slope ที่ทำให้อัตราการไหลปกติในทางน้ำเปิดเท่ากับ 28 ลบ.ม./วินาที
13. ในคลองสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง 3 m ถ้าเกิดการไหลวิกฤตและความลึกวิกฤตเท่ากับ 1.5 m จงหาอัตราการไหลในคลองสายนี้
14. คลองสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 2.5 m และอัตราการไหล  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาพลังงานจำเพาะที่มีค่าน้อยที่สุดที่ยังคงทำให้อัตราการไหลเท่ากับ  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  ไหลผ่านหน้าตัดคลองนี้ได้
15. น้ำไหลจากทะเลสาบเข้าสู่คลองหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 3 m คลองมีความลาดเท 0.0016 และค่าสัมประสิทธิ์แมนนิ่งเท่ากับ 0.018 ปากคลองไม่มีประตูระบายควบคุม และระดับน้ำในทะเลสาบอยู่สูงกว่าพื้นตรงปากคลองอยู่ 2.85 m จงหาอัตราการไหลจากทะเลสาบเข้าสู่คลอง
16. ในรูปเป็นคลองสายหนึ่งที่มีน้ำล้นตลิ่งอยู่ 1.5 m ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของคลอง หลักเท่ากับ 0.02 และค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของพื้นที่ริมตลิ่งที่ถูกลูกน้ำท่วม เท่ากับ 0.04 และความลาดเทของท้องคลองและพื้นที่ริมตลิ่งมีค่าเท่า 0.001 จงประมาณหาค่าอัตราการไหลทั้งหมด
17. ในรูปเป็นคลองสายหนึ่งที่มีน้ำล้นตลิ่งอยู่ 1.5 m ถ้าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของคลองเท่ากับ 0.03 และค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของพื้นที่ริมตลิ่งที่ถูกลูกน้ำท่วมเท่ากับ 0.04 ความลาดเทของท้องคลองและพื้นที่ริมตลิ่ง มีค่าเท่ากับ 0.0002 จงประมาณหาค่าอัตราการไหลทั้งหมด และค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระสัมพัทธ์ (Equivalent Roughness Coefficient, ตอบทศนิยม 4 ตำแหน่ง)



18. ชุมชนแห่งหนึ่งมีพื้นที่  $60 \text{ km}^2$  ความหนาแน่นของประชากร  $6,500 \text{ person per km}^2$  ปริมาณน้ำที่ใช้ ประจำวันที่แต่ละคนต้องใช้  $240 \text{ L}$  จากการศึกษาพฤติกรรมกาใช้น้ำพบว่ากาใช้น้ำพบว่าการใช้น้ำจะเกิดขึ้นสูงสุดในช่วงเช้า เวลา  $06.00-07.00 \text{ น.}$  และคิดเป็นปริมาณน้ำเท่ากับ  $20\%$  ของปริมาณน้ำใช้ทั้งวัน จึงออกแบบคลองคอนกรีต ( $n=0.015$ ) เพื่อนำน้ำจากแหล่งน้ำมาสู่โรงทำน้ำประปาของชุมชน โดยขนาดคลองต้องมีปริมาณน้ำเพียงพอกับการใช้น้ำในช่วงเวลาที่มีการใช้น้ำสูงสุด
19. ออกแบบคลองหน้าตัดสี่เหลี่ยมคางหมูที่มีคุณสมบัติที่ดีที่สุดทางชลศาสตร์ ( Best Hydraulic Section) โดย  $n=0.016$  และ  $S=0.0008$
20. ออกแบบคลองหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีคุณสมบัติที่ดีที่สุดทางชลศาสตร์โดย  $n=0.016$  และ  $S_o=0.0008$
21. น้ำไหลจากทะเลสาบเข้าสู่คลองรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีความลาดเทด้านข้าง ( Side Slope) เท่ากับ  $1:2$  ความลาดเทท้องคลอง  $0.015$  และค่า  $n=0.02$  ถ้าระดับน้ำในทะเลสาบอยู่สูงเหนือก้นคลองตรงปากทางอยู่เท่ากับ  $3.2 \text{ m}$  จงหา
- ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าคลองสายนี้
  - ความลาดเทวิกฤตของคลองสายนี้ ควรจะมีค่าเท่ากันเท่าไร เมื่อปริมาณการไหลเท่ากับค่าในข้อ a
22. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง  $4 \text{ m}$  มีอัตราการไหล  $25 \text{ m}^3/\text{s}$  พื้นมีการลดระดับที่หน้าตัดที่ 1 และทำให้เกิดน้ำโจนขึ้นด้านท้ายน้ำ (ที่หน้าตัดที่ 2 และความลึกหลังเกิด น้ำโจน(ที่หน้าตัดที่ 3) มีค่าเท่ากับ  $2.06 \text{ m}$  การลดระดับพื้นทำให้มีการสูญเสียพลังงานระหว่างหน้าตัดที่ 1 และ 2 เท่ากับ  $0.1 \frac{V_2^2}{2g}$  จงหาความสูงของพื้นที่ลดระดับลง  $\Delta Z$
23. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง  $4 \text{ m}$  เมื่อการไหลทำให้เกิด ความลึกสลับ เท่ากับ  $3.86$  และ  $1 \text{ m}$  ตามลำดับ จงหาอัตราการไหล
24. ทางน้ำรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีลาดตลิ่งทำมุม  $45$  องศา กับแนวราบ เมื่อเกิดการไหลแบบวิกฤตทำให้เกิดความลึกเท่ากับ  $1.2 \text{ m}$  จงหาอัตราการไหลผ่านทางน้ำสายนี้

25. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อเกิดการไหลแบบ สูงกว่าวิกฤต (Supercritical Flow) ทำให้ฟลูต넘เบอร์ เท่ากับ 2 และความลึกเท่ากับ 0.63 m จงหาความลึกวิกฤตในทางน้ำสายนี้
26. ทางน้ำหน้าตัดวงกลม มีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 1.8 m เมื่อเกิดการไหลวิกฤตจะมีอัตราการไหลเท่ากับ  $4.2 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาค่าความลึกวิกฤต
27. ทางน้ำหน้าตัดวงกลม มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 2 m ความลาดเทที่ท้องท่อ 1 ต่อ 1,000 และสัมประสิทธิ์ความขรุขระ เท่ากับ 0.016 เมื่อเกิดการไหลปกติ ทางน้ำสายนี้สามารถระบายน้ำได้สูงสุดเท่าไร และมีความลึกเท่าไร
28. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 0 m มีอัตราการไหล  $3.0 \text{ m}^3/\text{s}$  สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง 0.016 จงหาความลาดชันวิกฤต (Critical Slope) ของทางน้ำสายนี้
29. ทางระบายน้ำวงกลมทำด้วยคอนกรีต มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.5 m สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง 0.014 และความลาดเทตามยาวของท้องท่อ 1 ต่อ 200 ถ้าความลึกการไหลเท่ากับ 1.5 m จงหาอัตราการไหลปกติ
30. ในทางน้ำหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้าความลึกการไหลเท่ากับ 1.5 m และ ฟลูต넘เบอร์เท่ากับ 0.73 ค่าพลังงานจำเพาะมีค่าเท่ากับเท่าไร
31. ในการออกแบบท่อระบายน้ำ ต้องการระบายน้ำได้สูงสุด  $8 \text{ m}^3/\text{s}$  ความลาดเทตามยาวของท้องท่อ 1 ต่อ 200 สัมประสิทธิ์ความขรุขระ 0.016 จงหาขนาดท่อที่เหมาะสม
32. ท่อระบายน้ำที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2 m เมื่อเกิดการไหลวิกฤตจะมีอัตราการไหลในท่อเท่ากับ  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  จงหาค่าความลึกวิกฤตในท่อระบายน้ำ
33. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 4 m อัตราการไหล  $17 \text{ m}^3/\text{s}$  สัมประสิทธิ์ความขรุขระ 0.015 ความลาดเทที่ท้องคลอง 1 ต่อ 1000 จงหา
  - a. ความลึกปกติของการไหลมีค่าเท่าไร
  - b. ความลาดเทของคลองสายนี้เป็นประเภท Mild slope , Critical slope หรือ Steep slope

34. จงออกแบบคลองรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่มีอัตราการไหล  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  สัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.015 และความลาดเทที่คลอง 0.002 จงหา
- หน้าตัดการไหลที่ดีที่สุดทางชลศาสตร์
  - ออกแบบขนาดคลองโดยใช้เงื่อนไข  $b/y = 3/1$
35. คลองสี่เหลี่ยมผืนผ้า ก้นคลองกว้าง 4 m มีอัตราการไหล  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  มีการยกพื้น  $\Delta Z$  คลองขึ้น 0.9 m ทำให้ความเร็วการไหลก่อนยกพื้นมีค่าเท่ากับ  $1.2 \text{ m/s}$  จงหาผลต่างของความลึก  $\Delta Y$  ก่อนและหลังยกพื้นคลองและหาระยะยกวิกฤต ( $\Delta Z_c$ )
36. คลองหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 m สัมประสิทธิ์ความขรุขระมีค่าเท่ากับ 0.016 ความลาดเทที่คลอง 0.0016 และมีอัตราการไหล  $30 \text{ m}^3/\text{s}$  ณ ตำแหน่งหนึ่ง น้ำไหลตกจากอาคารลดระดับพื้นเอง (Steep Slope) ดังแสดงในรูป จงวิเคราะห์เพื่อหาข้อมูลมายืนยันว่าเกิด Hydraulic Jump ขึ้นทางด้านท้ายน้ำหรือไม่ โดยสมมติว่าน้ำไหลตกลงมาไม่เกิดการสูญเสียพลังงาน
37. น้ำไหลจากทะเลสาบเข้าสู่ทางน้ำเปิดหน้าตัดสามเหลี่ยมซึ่งมีลาดตลิ่งทำมุมกับระนาบแนวนอน  $32^\circ$  องศา ความลาดเทที่ทางน้ำ 0.0005 ระดับน้ำในทะเลสาบอยู่สูงกว่าพื้นทางน้ำ 3 m ถ้าการไหลเข้าทางน้ำเปิดไม่มีการสูญเสียพลังงานตรงทางเข้า จงหาอัตราการไหลจากทะเลสาบเข้าสู่ทางน้ำเปิด สมมติค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของทางน้ำเท่ากับ 0.015
38. คลองหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m สัมประสิทธิ์ความขรุขระมีค่าเท่ากับ 0.018 ความลาดเทที่คลอง 0.0016 และมีอัตราการไหล 12.5 ลบ. m ต่อวินาที ณ ตำแหน่งหนึ่งน้ำไหลตกจากอาคารลดระดับพื้นเอียง Steep Slope ดังแสดงในรูป ถ้าเกิด Hydraulic Jump ที่ตีนอาคารลดระดับพอดี จงหาค่า  $\Delta Z$  โดยสมมติว่าน้ำไหลตกลงมาไม่เกิดการสูญเสียพลังงาน
39. ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 4 m อัตราการไหล  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  และความลึกมีค่าเท่ากับ 2.5 m ณ ตำแหน่งมีการบีบทางน้ำโดยการยกพื้นก้นคลอง จงหาว่าจะต้องยกพื้นด้วยความสูงเท่าไร เพื่อมิให้ความลึกการไหลเปลี่ยนไปจาก 2.5 m

## บทที่ 7

### เครื่องจักรกลในงานชลศาสตร์ (Hydraulic Machinery)

เครื่องจักรกลคือ เครื่องจักรที่ถ่ายเทพลังงานระหว่าง ตัวหมุน (Rotor) กับของเหลว (Fluid) ซึ่งแบ่งเป็น 2 ประเภทคือประเภทที่ถ่ายโอนพลังงานจากตัวหมุนไปยังของเหลวได้แก่เครื่องสูบน้ำ และประเภทที่ถ่ายโอนพลังงานจากของเหลวมายังตัวหมุนได้แก่กังหันน้ำ

#### เครื่องสูบน้ำ (Pump)

เครื่องสูบน้ำถูกนำมาใช้ในงานสูบน้ำเพื่อการ ชลประทาน การ ประปา งานระบายน้ำ และ งานบำบัดน้ำเสีย เครื่องสูบน้ำทุกแบบทำงานโดยการถ่ายเทพลังงานจากต้นกำลังไปสู่ของเหลวโดยการหมุนของใบพัด (Impeller) โดยมีห้องสูบ (Casing) ทำหน้าที่รวบรวมของเหลวที่ถูกเหวี่ยงหรือผลักดันออกไปจากใบพัดไปสู่ทางด้านจ่าย ในขณะที่ของเหลวไหลออกมานั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์บางส่วนมาเป็นความดัน เครื่องสูบน้ำที่ดีควร ปรับให้สามารถ เข้ากับต้นกำลังที่มีความเร็วสูงเช่นมอเตอร์ไฟฟ้า เครื่องยนต์ได้ง่าย มีขอบเขตการใช้งานกว้างขวางทั้งในแง่ของอัตราการสูบน้ำด้วยความดันที่ต้องการ มีประสิทธิภาพสูงและอัตราการไหลสม่ำเสมอ มีขนาดเล็กและราคาไม่แพง ใช้งานและบำรุงรักษาได้ง่าย

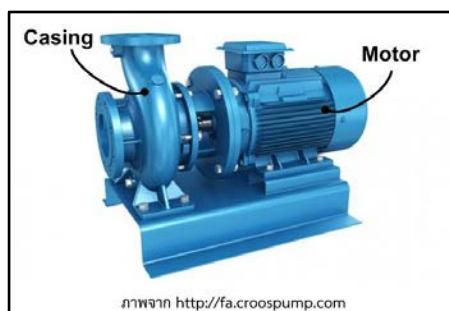
#### ชนิดของเครื่องสูบน้ำ (Type of Pumps)

เครื่องสูบน้ำมีมากมายหลายประเภท โดยสามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ตามลักษณะการขับเคลื่อนของเหลว และ ตามลักษณะการเพิ่มกำลังงานให้แก่ของเหลว

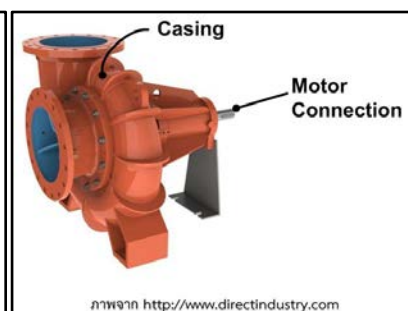
1. แบ่งตามลักษณะการขับเคลื่อนของเหลว สามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ
  - a. เครื่องสูบน้ำแบบให้การไหลเคลื่อนที่ต่อเนื่อง (Dynamic Pump) มีลักษณะการทำงานโดยเครื่องสูบเพิ่มความเร็วให้ของเหลว โดยของเหลว ไหลผ่านใบพัดที่กำลังหมุนจนเกิดแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง เนื่องจากมีชิ้นส่วนสำคัญคือใบพัดทำให้เครื่องสูบประเภทนี้มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า เครื่องจักรใบพัด (Turbo Machine) เครื่องสูบแบบให้การไหลเคลื่อนที่ต่อเนื่องสามารถแบ่งตามทิศทางของการไหลภายในห้องสูบ ได้เป็น 3 ประเภทคือ
    - i. ประเภทไหลในแนวรัศมีใบพัด (Radial Flow Pump) จะอาศัยแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางที่เกิดขึ้นในห้องสูบ (Casing) ของเหลวจะไหลออกจากใบพัดในทิศทางตั้งฉากกับเพลา ซึ่งใบพัดชนิดนี้จะให้เฮดมากกว่าประเภทไหลแบบผสมและประเภท

ไหลตามแนวแกนของใบพัด แต่ให้อัตราการสูบน้อยกว่า เครื่องสูบน้ำอีกสองชนิด เครื่องสูบน้ำที่เกษตรกรมักใช้เพื่อการเกษตรจะเป็นแบบ ไหลตามแนวรัศมีใบพัด ซึ่งมักถูกเรียกว่าเครื่องสูบน้ำแบบ หอยโข่งตามลักษณะของห้องสูบ หรือบางครั้งเรียกว่าแบบเซนตริฟูกอล (Centrifugal Pump) ดังรูปที่ 7.1a

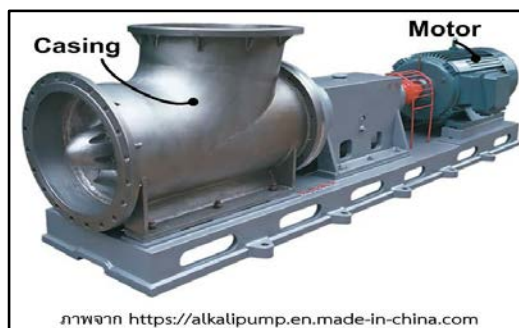
- ii. ประเภทไหลแบบผสม (Mixed Flow Pump) ทิศทางการไหลออกจากใบพัดทำมุมเอียง 45 องศา ถึง 80 องศา กับแกนเพลลาของใบพัดดังรูปที่ 7.1b เครื่องสูบประเภทนี้จะให้เสตมากกว่า ประเภทไหลตามแนวแกนของใบพัดแต่น้อยกว่าประเภทไหลในแนวรัศมีใบพัด
- iii. ประเภทไหลตามแนวแกนของใบพัด (Axial Flow Pump) ทิศทางการไหลจะขนานกับเพลลาใบพัด (Axis) ดังรูปที่ 7.1c เครื่องสูบประเภทนี้จะให้เสตน้อยกว่าประเภทไหลในแนวรัศมีใบพัดและประเภทไหลแบบผสมแต่ให้อัตราการสูบมากกว่า เครื่องสูบน้ำอีกสองชนิด



a) Radial Flow Pump



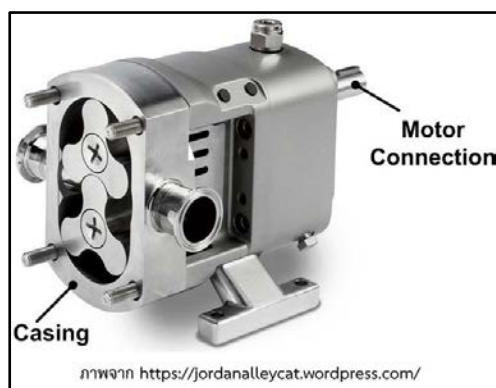
b) Mixed Flow Pump



c) Axial Flow Pump

รูปที่ 7.1 เครื่องสูบน้ำแบบแรงเหวี่ยง

2. เครื่องสูบบางแบบของเหลวแทนที่ (Positive Displacement Pump) มีลักษณะการทำงานโดยจะใช้ชิ้นส่วนของเครื่องจักรทำการอัดและดันของเหลว เพื่อให้เกิดการแทนที่และเคลื่อนที่ของของเหลวในห้องสูบอย่างต่อเนื่อง ชนิดของเครื่องสูบประเภทไหลแทนที่ที่รู้จักกันทั่วไป ได้แก่
- เครื่องสูบน้ำแบบโรตารี (Rotary Pump) ดังรูปที่ 7.2a เป็นเครื่องสูบน้ำ ที่เพิ่มพลังงานของเหลวโดยอาศัยการหมุนของฟันเฟืองรอบแกนกลาง มีชิ้นส่วนภายในที่หมุนได้ เพื่อตักหรือตวงของเหลว ของเหลว จะถูกดูดเข้าไปอัดและปล่อยออก โดยการหมุนรอบจุดศูนย์กลางของเครื่องมือกล ซึ่งมีช่องว่างให้ของเหลวไหลเข้าทางด้านดูดและเก็บอยู่ระหว่างผนังของห้องสูบกับชิ้นส่วนที่หมุนหรือโรเตอร์จนกว่าจะถึงด้านจ่าย การหมุนของโรเตอร์ทำให้เกิดการแทนที่ เป็นการเพิ่มปริมาตรของของเหลว ( Positive Displacement) ให้ทางด้านจ่าย
  - แบบลูกสูบชัก (Reciprocating pump) ดังรูปที่ 7.2b เป็นปั๊มประเภทแทนที่โดยการสร้างโพรงขยายขณะดูด โดย ของเหลวจะไหลเข้าไปในปั๊มเพื่อแทนที่โพรงขยายทั้งหมด และถูกทำให้เคลื่อนที่ออกมาเนื่องจากปริมาตรโพรงถูกลดลง ซึ่งปริมาณการไหลจะเท่ากันในแต่ละวงจรของการสูบชัก



a) Rotary Pump

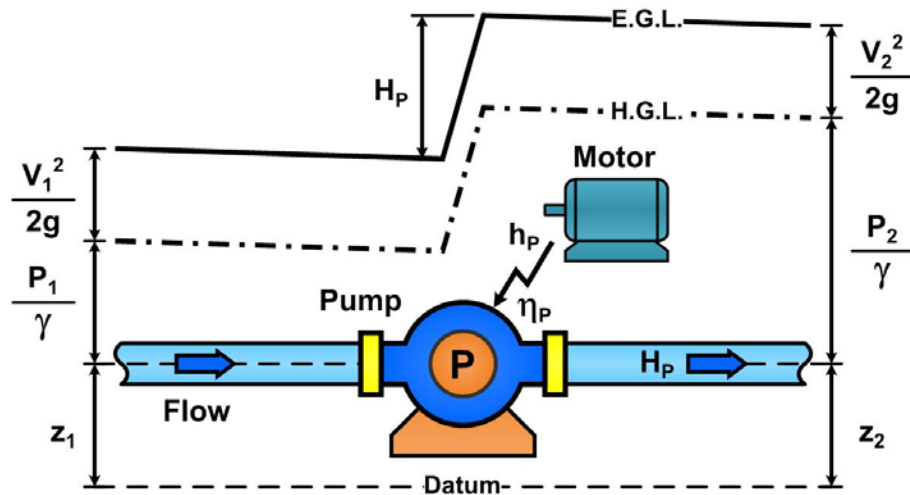


b) Reciprocating pump

รูปที่ 7.2 เครื่องสูบบางแบบของเหลวแทนที่

### หลักการการทำงานของเครื่องสูบน้ำ

เครื่องสูบน้ำเครื่องจักรกลทางกลศาสตร์ที่ทำหน้าที่ ถ่ายโอน พลังงานกลที่ได้รับมาจากแหล่งพลังงานให้กลายเป็นพลังงานของของเหลว ในรูปของแรงดัน ดังนั้น เมื่อของเหลว หรือระบบไหลผ่านเครื่องสูบน้ำ เหนือพลังงานรวมของระบบจะเพิ่มสูงขึ้น เป็นการเพิ่มกำลังงานให้แก่ของเหลว จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งดังรูปที่ 7.3 โดยทั่วไปเครื่องสูบน้ำจะถูกเรียกทับศัพท์ว่า ว่าเครื่องสูบน้ำ เครื่องสูบน้ำมีทั้งแบบที่ใช้มอเตอร์ไฟฟ้า และแบบที่ใช้เครื่องยนต์



รูปที่ 7.3 พลังงานของเครื่องสูบน้ำ

พิจารณารูปที่ 7.3 จากสมการพลังงานสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการไหลที่ตำแหน่งที่ 1 ไปตำแหน่งที่ 2 ได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_p = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum H_L \quad (7.1)$$

เมื่อ  $z_1$  และ  $z_2$  คือความสูงวัดจากระดับอ้างอิง (m)  $P_1$  และ  $P_2$  คือความดัน ( $N/m^2$ )  $V_1$  และ  $V_2$  คือความเร็วเฉลี่ยของการไหล (m/s)  $H_p$  คือเฮดของเครื่องสูบน้ำ (m)  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ ( $N/m^3$ )  $g$  คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m^2/s$ ) และ  $H_L$  คือพลังงานที่สูญเสียระหว่างการไหลจากตำแหน่งที่ 1 ไปยังตำแหน่งที่ 2 ( ตัวห้อยเลข 1 และ 2 อ้างถึง ตำแหน่ง การไหลที่ 1 และ 2 ตามลำดับ) จากสมการที่ 7.1 สามารถหาเฮดของระบบ (กำลังงานของน้ำในรูปความสูงของแท่งน้ำที่ต้องการเพื่อส่งไปยังท้ายน้ำได้) เมื่อทราบค่าเฮดของระบบก็จะสามารถนำไปคำนวณหา กำลังงานที่ของเหลว ได้รับ ( $P_w$ ) ได้และกำลังงานของเครื่องสูบน้ำ ( $P_p$ ) น้ำต่อไป

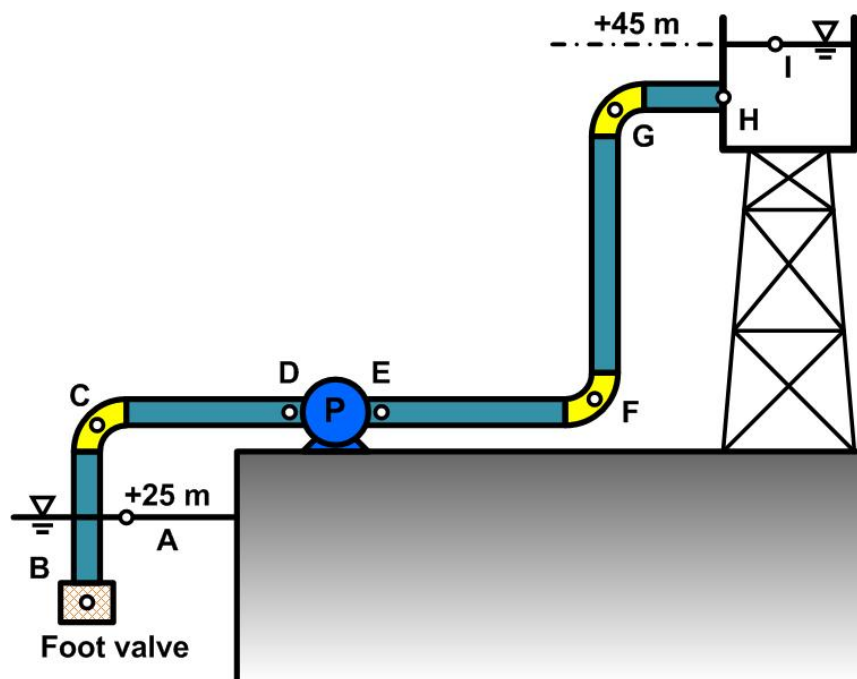
$$P_w = \gamma Q H_p \quad (7.2)$$

เมื่อ  $P_w$  คือกำลังงานที่ของเหลว ได้รับ ( $\frac{N \cdot m}{s}$  หรือ Watt, W)  $\gamma$  คือน้ำหนักจำเพาะของน้ำ ( $N/m^3$ )  $Q$  คืออัตราการไหล ( $m^3/s$ ) และ  $H_p$  คือเฮดของเครื่องสูบน้ำ (m) อย่างไรก็ตามขณะที่เครื่องสูบน้ำทำงานจะมีการสูญเสียพลังงานจากการไหลเวียนของของเหลว ในเรือนของเครื่องสูบน้ำ ทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของเครื่องสูบน้ำลดลง ดังนั้นในการเลือกใช้เครื่องสูบน้ำต้องนำประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำมาพิจารณาด้วย โดยกำลังงานของเครื่องสูบน้ำที่ต้องการหาได้จาก

$$P_p = \frac{P_w}{\eta_p} = \frac{\gamma Q H_p}{\eta_p} \quad (7.3)$$

เมื่อ  $P_p$  คือกำลังงานที่ของเหลว ได้รับ (W)  $\eta_p$  คือประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ (ไม่มีหน่วย)

**ตัวอย่างที่ 7.1** ระบบสูบน้ำถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป ต้องการสูบน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยอัตรา 58 liters/s ขนาดท่อดูดและท่อจ่ายเท่ากับ 12.5 cm และ 10.0 cm ตามลำดับ ถ้าการสูญเสียพลังงานทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 1.2 เท่าของเฮดความเร็วทางด้านจ่าย เครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 72 % จงหากำลังของเครื่องสูบน้ำที่ต้องใช้





วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างตำแหน่งที่ A และตำแหน่งที่ I

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + H_p = z_I + \frac{P_I}{\gamma} + \frac{V_I^2}{2g} + \sum H_{L_{A \rightarrow I}} \quad (\text{EX7.1-1})$$

หลักในการพิจารณา

- ความดันที่ผิวหน้าเท่ากับความดันบรรยากาศ = 0 (พิจารณาในระบบความดันเกจ)
- ความเร็วที่ผิวหน้ามีค่าเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจากตลอดการสูบน้ำระดับน้ำที่ A และ I ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากพิจารณาว่าแหล่งน้ำมีขนาดใหญ่ ดังนั้นในการแก้ปัญหานี้จะพิจารณาให้ความเร็วที่ผิวหน้า = 0

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ EX7.1-1 จะได้

$$125 + 0 + 0 + H_p = 145 + 0 + 0 + \sum H_{L_{A \rightarrow I}}$$

$$H_p = 20 + \sum H_{L_{A \rightarrow I}} \quad (\text{EX7.1-2})$$

เมื่อ  $\sum H_{L_{A \rightarrow I}} = 1.2 \frac{V_{EH}^2}{2g}$  (EX7.1-3)

ความเร็วของการไหลในท่อ EH  $V = \frac{Q}{A_{EH}} = \frac{0.058}{\frac{\pi}{4} 0.1^2} = 7.38 \text{ m/s}$

แทนค่าลงในสมการที่ EX7.1-3 จะได้

$$\sum H_{L_{A \rightarrow I}} = 1.2 \times \frac{7.38^2}{2g} = 3.33 \text{ m}$$

แทนค่าลงในสมการที่ EX7.1-2 จะได้

$$H_p = 20 + 3.33 = 23.33 \text{ m}$$

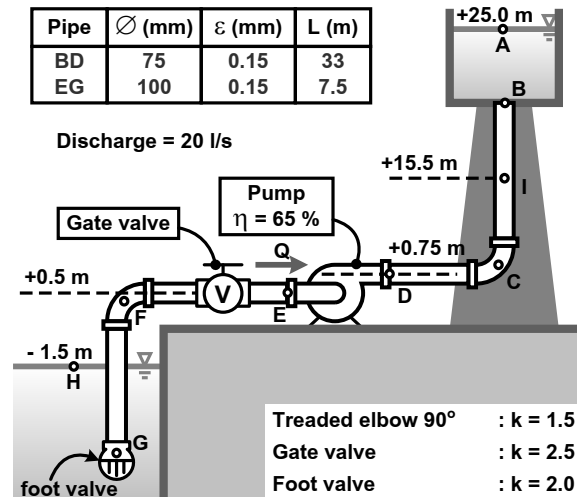
หากำลังงานของเครื่องสูบน้ำ

$$P_p = \frac{\gamma Q H_p}{\eta_p} = \frac{9810 \times 0.058 \times 23.33}{0.72} = 18.44 \text{ kW}$$

หรือ  $P_p = \frac{18.44 \text{ kW}}{746} = 24.71 \text{ Horse Power}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.2 ต้องการสูบน้ำจากบ่อน้ำขึ้นถึงสูงผ่านระบบท่อด้วยอัตราการสูบ 20 l/s ลักษณะดังรูป โดยระดับน้ำที่บ่อเท่ากับ -1.5 m และระดับน้ำที่ถังสูงมีค่าเท่ากับ +25.0 m ถ้าเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 65 % จงหาค่าพลังงานที่ใช้ในการสูบน้ำ จงหาความดันในท่อที่จุด I (ความยาวท่อช่วง BI เท่ากับ 9 m)



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด H กับ A

$$z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} + H_p = z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m$$

$$H_p = (z_H - z_A) + \sum h_f + \sum h_m \quad (E7.2-1)$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของเหลว เดินทางผ่านท่อจากจุด G ถึงจุด B ผ่านท่อสองเส้นคือ GE และ DB ดังนั้นการสูญเสียพลังงานหลักจึงหาได้จาก

$$\begin{aligned} \sum h_f &= h_{f_{G \rightarrow E}} + h_{f_{D \rightarrow B}} \\ &= f_{GE} \frac{(7.5) V_{GE}^2}{(0.1) 2g} + f_{DB} \frac{(33.0) V_{DB}^2}{(0.075) 2g} \\ \sum h_f &= (75) f_{GE} \frac{V_{GE}^2}{2g} + (440) f_{DB} \frac{V_{DB}^2}{2g} \quad (E7.2-2) \end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (foot valve :  $k_G = 2.0$ ) ประตูน้ำ (Gate valve :  $k_{\text{valve}} = 2.5$ ) ข้องอ  $90^\circ$  ทั้งสองตัว (F และ C :  $k_F = k_C = 1.5$ ) และบริเวณทางออก (B :  $k_B = 1$ ) ดังนั้น การสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ(ค่า k ของอุปกรณ์ต่างๆ โจทย์ระบุมาให้)

$$\begin{aligned}\Sigma h_m &= (k_G + k_F + k_{\text{valve}}) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (k_C + k_B) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ &= (2.0 + 1.5 + 2.5) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (1.5 + 1.0) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ \Sigma h_m &= (6) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (2.5) \frac{V_{DB}^2}{2g} \quad (E7.2-3)\end{aligned}$$

นำสมการที่ (E7.2-2) และ (E7.2-3) ไปแทนค่าใน (E7.2-1)

$$\begin{aligned}H_p &= ((+25.0) - (-1.5)) + (75) f_{GE} \frac{V_{GE}^2}{2g} + (440) f_{DB} \frac{V_{DB}^2}{2g} + (6) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (2.5) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ H_p &= 26.5 + (81) f_{GE} \frac{V_{GE}^2}{2g} + (442.5) f_{DB} \frac{V_{DB}^2}{2g} \quad (E7.2-4)\end{aligned}$$

จาก  $Q = VA \therefore$

$$V_{GE} = \frac{Q}{A_{GE}} = \frac{0.02}{\frac{\pi}{4} (0.10)^2}$$

$$V_{GE} = 2.546 \text{ m/s}$$

$$V_{DB} = \frac{Q}{A_{DB}} = \frac{0.02}{\frac{\pi}{4} (0.075)^2}$$

$$V_{DB} = 4.527 \text{ m/s}$$

แทนค่าความเร็วในสมการที่ (E7.2-4)

$$H_p = 26.5 + (81) f_{GE} \frac{(2.456)^2}{2g} + (442.5) f_{DB} \frac{(4.527)^2}{2g} \quad (E7.2-5)$$

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ GE

$$R_{e_{GE}} = \frac{(2.456)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})}$$

$$R_{e_{GE}} = 2.456 \times 10^5$$

$$\epsilon = 0.15 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.15}{100} = 0.0015$$

จากราฟ Moody diagram  $f_{GE} = 0.0225$

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ DB

$$R_{e_{DB}} = \frac{(4.527)(0.075)}{(1 \times 10^{-6})}$$

$$R_{e_{DB}} = 3.395 \times 10^5$$

$$\epsilon = 0.15 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.15}{75} = 0.002$$

จากราฟ Moody diagram  $f_{DB} = 0.024$

แทนค่า  $f$  ในสมการที่ (5)

$$H_p = 26.5 + (81)(0.0225) \frac{(2.456)^2}{2g} + (442.5)(0.024) \frac{(4.527)^2}{2g}$$

$$= 38.153 \text{ m}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับ

$$\begin{aligned} P_w &= \gamma Q H_p = (9810)(0.02)(38.153) \\ &= 7485.62 \text{ W} \end{aligned}$$

กำลังงานที่ก่อกำลังของเครื่องสูบ

$$\begin{aligned} P_p &= \frac{P_w}{\eta_p} = \frac{(7485.62)}{(0.65)} \\ &= 11516.64 \text{ W} \end{aligned}$$

$$P_p = 11.516 \text{ kW}$$

ตอบ

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด H กับ I

$$\begin{aligned} z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} + H_p &= z_I + \frac{P_I}{\gamma_w} + \frac{V_I^2}{2g} + \Sigma h_f + \Sigma h_m \\ (-1.5) + 0 + 0 + (38.153) &= (+15.5) + \frac{P_I}{\gamma_w} + \frac{(4.527)^2}{2g} + \Sigma h_f + \Sigma h_m \\ \frac{P_I}{\gamma_w} &= 20.108 - \Sigma h_f - \Sigma h_m \end{aligned} \quad (E7.2-6)$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของเหลว เดินทางผ่านท่อจากจุด G ถึงจุด I ผ่านท่อสองเส้นคือ GE และ DI (33 - 9 = 24 m) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานหลักจึงหาได้จาก

$$\begin{aligned} \Sigma h_f &= h_{f_{G \rightarrow E}} + h_{f_{D \rightarrow I}} \\ &= f_{GE} \frac{(7.5)}{(0.1)} \frac{V_{GE}^2}{2g} + f_{DB} \frac{(24.0)}{(0.075)} \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ &= (0.0225) \frac{(7.5)}{(0.1)} \frac{(2.456)^2}{2g} + (0.024) \frac{(24)}{(0.075)} \frac{(4.527)^2}{2g} \\ &= 8.541 \text{ m} \end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (foot valve :  $k_G = 2.0$ ) ประตูน้ำ (Gate valve :  $k_{valve} = 2.5$ ) และข้องอ  $90^\circ$  ทั้งสองตัว (F และ C :  $k_F = k_C = 1.5$ ) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ(ค่า k ของอุปกรณ์ต่างๆ โจทย์ระบุมาให้)

$$\begin{aligned}\Sigma h_m &= (k_G + k_F + k_{valve}) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (k_C + k_B) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ &= (2.0 + 1.5 + 2.5) \frac{(2.456)^2}{2g} + (1.5) \frac{(4.527)^2}{2g} \\ \Sigma h_m &= 3.411 \quad \text{m}\end{aligned}$$

แทนค่าผลรวมของการสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรองในสมการที่ (6)

$$\begin{aligned}\frac{P_1}{\gamma_w} &= 20.108 - (8.541) - (3.411) \\ &= 8.156 \quad \text{m} \\ P_1 &= 8.156 \cdot \gamma_w = 80.01 \quad \text{kPa} \quad \text{ตอบ}\end{aligned}$$

## กังหันน้ำ (Water Turbine)

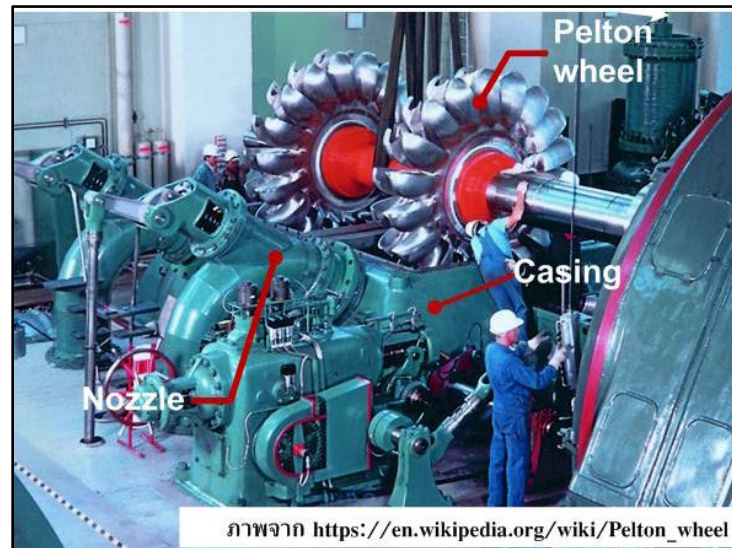
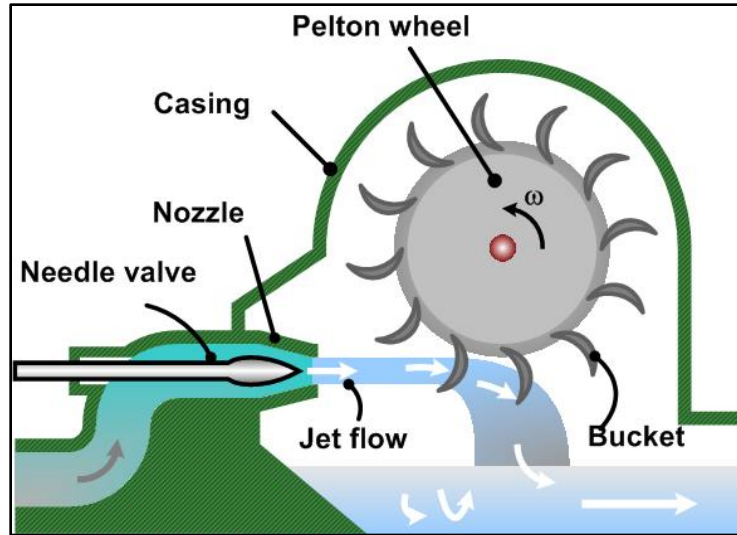
กังหันน้ำคือเครื่องจักรกลทางกลศาสตร์ชนิดหนึ่งที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกลศาสตร์ไปเป็นพลังงานกล เมื่อนำกังหันน้ำไปวางกั้นทิศทางการไหลของน้ำ พลังงานของน้ำจะถูกถ่ายทอดจากน้ำไปหมุนใบพัดของกังหัน ซึ่งมีหน้าที่เปลี่ยนพลังงานจลน์ที่ได้รับจากน้ำให้เป็นพลังงานกล โดยการพลังงานกลนี้อาจจะเอาไปขับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าให้เป็นพลังงานไฟฟ้าอีกทีหนึ่ง

### ชนิดของกังหันน้ำ (Type of Turbine)

ชนิดของกังหันน้ำที่ใช้ผลิตกระแสไฟฟ้าโดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ แบบกระแทกและแบบปฏิกิริยา

#### กังหันน้ำแบบกระแทก (Impulse)

กังหันแบบกระแทก ทำงานโดยเปลี่ยน นความดันของน้ำให้เป็นความเร็วทั้งหมด ด้วยหัวฉีด ซึ่งความดันรอบๆ กระแสน้ำนี้จะเท่ากับบรรยากาศ กระแสน้ำนี้จะพุ่งเข้าชน กระแทกกับกะเปาะ (Bucket) ของใบกังหัน (Runner) ทำให้เกิดโมเมนตัม โดย หลักการของกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 2 ถ้าการออกแบบที่ตีน้ำที่กระแทกใบกังหันแล้วจะมีความเร็วเป็นศูนย์และตกลงไปข้างล่าง กังหันแบบนี้ที่แพร่หลายมากได้แก่ แบบเพลตัน (Pelton) ซึ่งถูกคิดค้นโดย Lester Allan Pelton ในปี ค.ศ. 1870 จึงมักถูกเรียกว่ากังหันแบบเพลตัน ดังรูปที่ 7.4

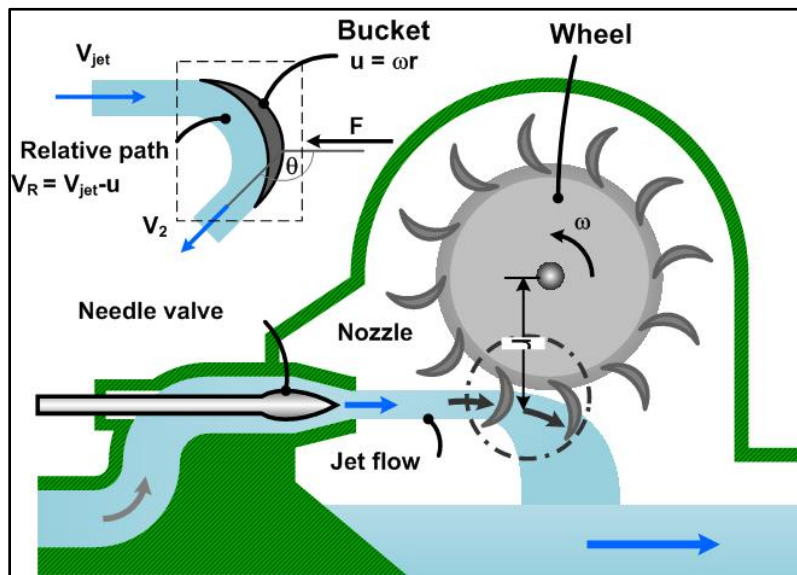


รูปที่ 7.4 กังหันน้ำแบบ Pelton



### การวิเคราะห์หลักการทำงานของกังหัน

จากรูปที่ 7.4 แสดงลักษณะการทำงานของกังหันแรงกระแทกซึ่งจะรับน้ำที่พุ่งมาจากหัวฉีดเข้ากระแทกกะเปาะของกังหัน หากพิจารณารูปที่ 7.5 เมื่อลำน้ำจากหัวฉีด (Nozzle) มีความเร็วพุ่งเข้า  $V_1$  กระแทกกะเปาะ (Bucket) ของกังหันน้ำจะทำให้กะเปาะของกังหันเคลื่อนที่ด้วยความเร็วตามเส้นรอบวงของล้อ (Wheel) เท่ากับ  $u$  จากนั้นกระแสลำน้ำจะกระจายออกและเกิดความเร็วสัมผัสที่จุดเข้ากระแทกกะเปาะ ( $V_R$ )  $V_R = V_{jet} - u$  และมีความเร็วกระแสที่ไหลจากกะเปาะเป็น  $V_2$  ทำมุม  $\theta$  กับแนวเดิม ดังนั้นความเร็วย้อนกลับในแนวนอนมีค่าเท่ากับ  $V_R \cos \theta$  เมื่อกะเปาะถูกกระแทกจากลำน้ำจะทำให้วงล้อหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ( $\omega$ ) และเมื่อให้  $r$  คือรัศมีของวงล้อดังนั้นความเร็วเส้นรอบวงของล้อ ( $u$ ) จึงมีค่าเท่ากับ  $u = \omega \times r$



รูปที่ 7.5 การพุ่งของเจ็ทน้ำขณะชนกับกะเปาะของกังหัน

เมื่อลำน้ำพุ่งชนกะเปาะจะเกิดแรงกระแทกของน้ำและสามารถเขียนสมการโมเมนตัมตามทิศทางการไหลโดยใช้หลักการไหลคงที่ในปริมาตรควบคุม(เส้นประ) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum F_x &= \sum (\rho QV)_{out} - \sum (\rho QV)_{in} \\ -F &= \rho Q(V_2 \cos \theta - V_R) \end{aligned} \quad (7.4)$$

หากไม่มีการสูญเสียพลังงานความเร็วที่พุ่งออกจากกะเปาะ ( $V_2$ ) จะมีค่าเท่ากับความเร็วขณะที่พุ่งกระทบกะเปาะ ( $V_R$ ) แต่เนื่องจากจะเกิดแรงเสียดทานในขณะที่น้ำผ่านกะเปาะทำให้ความเร็วที่พุ่งออก

จากกะเปาะลดลง โดยมีความสัมพันธ์ดังนี้  $V_2 = kV_R$  เมื่อ  $k$  คือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่กะเปาะ (Bucket Friction Coefficient) ซึ่งจะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 เสมอ เมื่อแทนค่า  $V_2$  ลงในสมการที่ 7.4 จะได้

$$-F = \rho Q V_R (k \cos \theta - 1)$$

$$\text{หรือ} \quad F = \rho Q V_R (1 - k \cos \theta) \quad (7.5)$$

เนื่องจาก  $V_R = V_{jet} - u$  นำไปแทนค่าลงในสมการที่ 7.5 จะได้

$$F = \rho Q (V_{jet} - u) (1 - k \cos \theta) \quad (7.6)$$

และสามารถหาค่ากำลัง ( $P$ ) ที่ถ่ายทอดจากลำน้ำไปยังล้อหมุนได้ดังนี้

$$P = Fu = \rho Q (V_{jet} - u) (1 - k \cos \theta) u \quad (7.7)$$

เมื่อ  $P$  คือกำลังของกังหันได้รับ ( $W$ )  $F$  คือแรงกระทำของน้ำ ( $N$ )  $u$  คือความเร็วของกังหัน ( $m/s$ )  $Q$  คืออัตราการไหลของไหล ( $m^3/s$ )  $\rho$  คือความหนาแน่นของของไหล ( $kg/m^3$ )  $V_{jet}$  คือความเร็วของลำน้ำ ( $m/s$ )  $k$  คือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่กะเปาะ  $\theta$  คือมุมที่ลำน้ำพุ่งออกจากกะเปาะกับแนวเดิม จากสมการที่ 7.7 พบว่าเมื่อกังหันไม่ทำงานความเร็วของกังหันเท่ากับศูนย์ ( $u=0$ ) กำลังของกังหันมีค่าเท่ากับศูนย์ ( $P=0$ ) ด้วย และหากกังหันมีความเร็วมากที่สุดซึ่งจะเท่ากับความเร็วของลำน้ำ ( $V_{jet}$ ) ก็จะทำให้กำลังของกังหันมีค่าเท่ากับศูนย์ ( $P=0$ ) ด้วย ดังนั้นจึงสรุปได้ว่ากำลังของกังหันจะเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วของลำน้ำเพิ่มขึ้น จนถึงความเร็วของลำน้ำค่าหนึ่งจะทำให้กังหันมีกำลังสูงสุด จากนั้นหากเพิ่มความเร็วของน้ำจะทำให้กำลังของกังหันลดลงจนมีค่าเท่ากับศูนย์ เมื่อความเร็วของกังหันมีค่าเท่ากับความเร็วของลำน้ำ และสามารถหาค่ากำลังสูงสุดของกังหันโดยการหาอนุพันธ์สมการที่ 7.7

$$\frac{dP}{du} = \rho Q (1 - k \cos \theta) (V_{jet} - 2u) = 0 \quad (7.8)$$

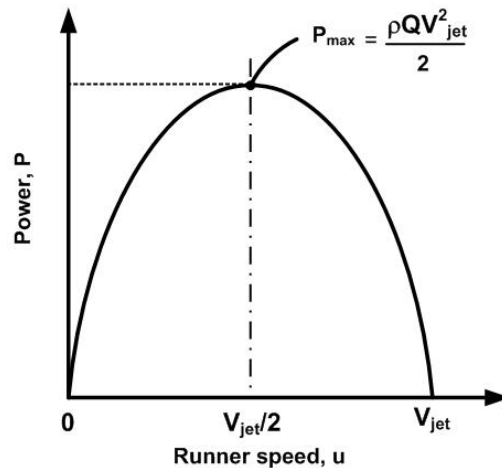
สมการที่ 7.8 จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อค่า  $\rho$  หรือ  $Q$  หรือ  $(1 - k \cos \theta)$  หรือ  $(V_{jet} - 2u)$  เท่ากับศูนย์ อย่างไรก็ตามค่า  $\rho$  หรือ  $Q$  หรือ  $(1 - k \cos \theta)$  ไม่มีโอกาสเท่ากับศูนย์ ดังนั้นพจน์  $(V_{jet} - 2u)$  ต้องเท่ากับศูนย์ ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า กำลังของกังหันจะมีค่ามากที่สุดเมื่อความเร็วของกังหันเท่ากับครึ่งหนึ่งของ

ความเร็วลำน้ำ ดังนั้นเมื่อนำค่า  $u = V_{jet}/2$  ไปแทนในสมการที่ 7.7 จะได้กำลังสูงสุดของกังหันทางทฤษฎี ดังนี้

$$P_{max} = \frac{\rho Q V_{jet}^2 (1 - k \cos \theta)}{4} \quad (7.9)$$

สมการที่ 7.9 กำลังของกังหันจะมีมากที่สุดเมื่อ  $k=1$  และ  $\theta$  เท่ากับ 180 องศา เมื่อแทนค่า  $k=1$  และ  $\theta$  เท่ากับ 180 องศา ลงในสมการที่ 7.9 จะได้ดังสมการที่ 7.10 และนำไปพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $P$  กับ  $u$  จะได้ลักษณะดังรูปที่ 7.6

$$P_{max} = \frac{\rho Q V_{jet}^2}{2} \quad (7.10)$$



รูปที่ 7.6 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังของกังหันกับความเร็วของกังหัน

โดยปกติแล้วค่าคงที่  $k$  จะน้อยกว่าหนึ่งเสมอ และมุมสะท้อนของกระแส (Deflection angle) ของกระแส ( $\theta$ ) มักจะใช้มุมเท่ากับ 165 องศาเป็นมาตรฐานในการออกแบบสำหรับสัมประสิทธิ์ประสิทธิภาพเชิงกลศาสตร์ของกังหันน้ำสามารถหาได้จากอัตราส่วนกำลังระหว่างกำลังจากสมการที่ 7.7 ต่อกำลังสูงสุดจากสมการที่ 7.9 โดยทั่วไปแล้วผู้ออกแบบมักจะพยายามออกแบบให้กะเปาะของกังหันน้ำมีขนาดเล็กที่สุดเท่าที่จะทำได้เพื่อลด อิทธิพลของแรงฉุดจากอากาศหรือแรงลม ซึ่งปกติจะกำหนดความกว้างของกะเปาะเป็น 3 ถึง 4 เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลางของลำน้ำที่พุ่งเข้ากระทบบกะเปาะ และเนื่องจากแรงฉุดจากอากาศทำให้เกิดแรงเสียดทานในขณะที่แรงลมจะเพิ่มตามความเร็วยกกำลังสองจึงมีผลทำให้ประสิทธิภาพของกังหันน้ำลดลง กล่าวคือความเร็วกะเปาะของกังหันน้ำที่ดีที่สุดจะลดต่ำกว่า 50 เปอร์เซ็นต์ของความเร็วลำน้ำซึ่งปกติจะลดมาอยู่ที่ 43 ถึง 48 เปอร์เซ็นต์ของความเร็วลำน้ำ โดยที่อัตราส่วนของ

ความเร็วกะเปาะหรือล้าหมุนต่อความเร็ว ถ้าเรียกว่าความเร็วสัมพัทธ์ (Relative Speed) อัตราส่วนระหว่างเส้นผ่าศูนย์กลางของหัวฉีดต่อเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันน้ำมักจะมีค่าอยู่ในช่วง 1/14 ถึง 1/16 ซึ่งในกรณีของกังหันเพลตันจะให้ประสิทธิภาพมากถึง 85 เปอร์เซ็นต์ถึง 90 เปอร์เซ็นต์

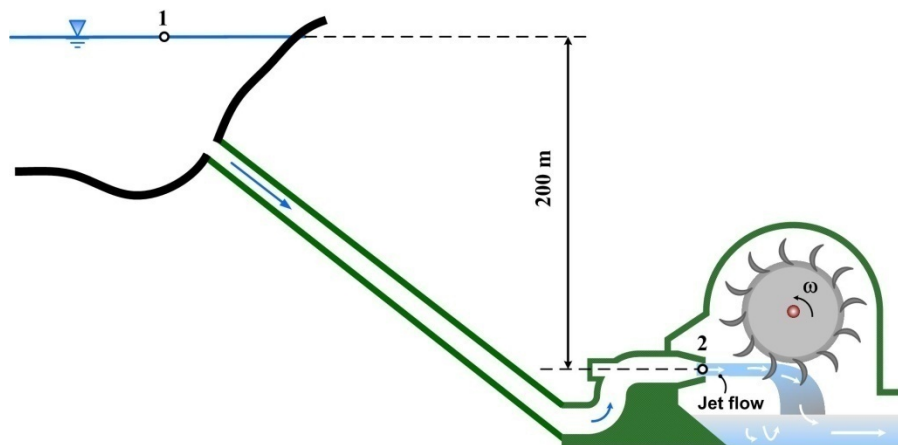
โดยปกติแล้วในการทำงานของกังหันน้ำจะควบคุมให้กระแสไฟฟ้ามีความถี่คงที่โดยการหมุนเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator) ให้มีความเร็วคงที่ เรียกว่าความเร็วซิงโครนัส (Synchronous Speed) ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและความถี่ของกระแสไฟฟ้าดังสมการ

$$N = \frac{120f}{n_p} \quad (7.11)$$

เมื่อ N คือความเร็วซิงโครนัสมีหน่วยเป็นรอบต่อนาที (rpm) f คือความถี่มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์ (Hz) ซึ่งในประเทศไทยใช้ f = 50 Hz และในประเทศสหรัฐอเมริกาใช้ f = 60 Hz และ  $n_p$  คือจำนวนขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าเป็นเลขคู่จำนวนเต็ม

**ตัวอย่างที่ 7.4** กังหันเพลตันถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป น้ำถูกส่งผ่านด้วยท่อเหล็ก (Penstock) ความขรุขระของผิวท่อเท่ากับ 0.06 mm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อเท่ากับ 60 cm ยาว 2,500 m มีระดับน้ำในอ่างถึงปลายหัวฉีดเท่ากับ 200 m ถ้าอัตราการไหลถูกปล่อยผ่านท่อเหล็กมาเท่ากับ  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  กำหนดให้การสูญเสียรอง ( $h_m$ ) ทั้งหมดเท่ากับ 10 เปอร์เซ็นต์ของการสูญเสียหลัก ( $h_f$ ) ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่กะเปาะ ( $k$ ) เท่ากับ 0.98 มุมของกะเปาะเท่ากับ 165 องศา ประสิทธิภาพของเพลาและเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ 90 เปอร์เซ็นต์ อัตราส่วนระหว่างเส้นผ่าศูนย์กลางของหัวฉีดต่อเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันน้ำมักมีค่าอยู่เท่ากับ 1 ต่อ 14 ความหนืดจลศาสตร์ของน้ำเท่ากับ  $8.97 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  และประสิทธิภาพสูงสุดของกังหันน้ำเกิดขึ้นเมื่อกังหันหมุนด้วยความเร็ว 48 เปอร์เซ็นต์ของความเร็วของกระแสน้ำ จงหา

- ขนาดของหัวฉีดและความเร็วที่พุ่งออกจากหัวฉีด
- เส้นผ่านศูนย์กลางความเร็วการหมุนของกังหันเมื่อกังหันนี้ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 50 Hz
- กำลังไฟฟ้าที่ได้รับ
- ประสิทธิภาพรวมของกังหันน้ำและเครื่องปั่นไฟ
- ประสิทธิภาพรวมของระบบทั้งหมด



**วิธีทำ** พิจารณาสมการพลังงานที่ตำแหน่งผิวน้ำในอ่างเก็บน้ำ (ตำแหน่งที่1) กับที่ปลายท่อหัวฉีด (ตำแหน่งที่2) จะได้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum H_{L_{1 \rightarrow 2}} \quad (\text{Ex7.4-1})$$

หลักในการพิจารณา

- ความดันที่ผิวหน้าเท่ากับความดันบรรยากาศ = 0 (พิจารณาในระบบความดันเกจ)
- ความเร็วที่ผิวหน้ามีค่าเข้าใกล้ศูนย์ เนื่องจากตลอดการปล่อยน้ำระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นในการแก้ปัญหานี้จะพิจารณาให้ความเร็วที่ผิวหน้า = 0

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ EX7.4-2 จะได้

$$200 + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{V_{jet}^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m \quad (\text{Ex7.4-2})$$

$$200 = \frac{V_{jet}^2}{2g} + f \frac{L V_p^2}{D 2g} + 0.1f \frac{L V_p^2}{D 2g} \quad (\text{Ex7.4-3})$$

- ความเร็วของน้ำในท่อส่ง  $V_p = \frac{Q}{A} = \frac{1}{\frac{\pi}{4} \times 0.6^2} = 3.54 \text{ m/s}$
- ตัวเลขเรย์โนลด์  $Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{3.54 \times 0.6}{8.97 \times 10^{-7}} = 2.37 \times 10^6$
- ความขรุขระสัมพัทธ์  $\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.06}{600} = 1.0 \times 10^{-4}$
- เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ  $2.37 \times 10^6$  และ ความขรุขระสัมพัทธ์เท่ากับ  $1.0 \times 10^{-4}$  จะได้สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน  $f = 0.0128$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ Ex7.4-3

$$200 = \frac{V_{jet}^2}{2g} + 1.1 \left( 0.0128 \times \frac{2,500}{0.6} \times \frac{3.54^2}{2g} \right) \quad (\text{Ex7.4-3})$$

$$V_{jet} = \sqrt{2g(200 - 37.47)} = 56.47 \text{ m/s} \quad (\text{Ex7.4-3})$$

ขนาดของหัวฉีดหาได้จากสมการความต่อเนื่อง  $Q = AV$

$$0.6 = \frac{\pi d^2}{4} \times 56.47$$

$$d = 0.1163 \text{ m หรือ เท่ากับ } 11.63 \text{ cm}$$

เนื่องจากประสิทธิภาพสูงสุดของกังหันน้ำเกิดขึ้นเมื่อกังหันหมุนด้วยความเร็ว 48 เปอร์เซ็นต์  
ของความเร็วยังกระแสน้ำ ( $V_{jet}$ ) ดังนั้นความเร็วของกังหัน ( $u$ ) ที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ

$$u = 0.48V_{jet} = 0.48 \times 56.47 = 25.98 \text{ m/s}$$

เนื่องจากอัตราส่วนระหว่างเส้นผ่าศูนย์กลางของหัวฉีดต่อเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันน้ำมักมีค่าอยู่เท่ากับ  
1 ต่อ 14 ดังนั้น

- ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันเท่ากับ  $D_{wheel} = 14 \times 0.1163 = 1.628 \text{ m}$
- ความเร็วเชิงมุม  $\omega = \frac{2u}{D_{wheel}} = \frac{2 \times 25.98}{1.628} = 31.916 \text{ rad/s}$
- จำนวนรอบ  $N = \frac{60\omega}{2\pi} = \frac{60 \times 31.916}{2 \times \pi} = 305 \text{ rpm}$
- จำนวนขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ต้องการ  $n_p = \frac{120f}{N} = \frac{120 \times 50}{305} = 19.67$

จำนวนขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เลือกใช้ต้องเป็นเลขคู่จำนวนเต็ม ดังนั้นเลือกจำนวนขั้วของเครื่อง  
กำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ 20 ดังนั้นต้องทำการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ใหม่ดังนี้

- จำนวนรอบ  $N = \frac{120f}{n_p} = \frac{120 \times 50}{20} = 300 \text{ rpm}$
- ความเร็วเชิงมุม  $\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2 \times \pi \times 300}{60} = 31.416 \text{ rad/s}$
- ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันเท่ากับ  $D_{wheel} = \frac{2u}{\omega} = \frac{2 \times 25.98}{31.416} = 1.654 \text{ m}$

กำลังของกังหันสามารถหาได้จาก

$$P = \rho Q (V_{jet} - u) (1 - k \cos \theta) u$$

$$P = 1,000 \times 0.6 (56.47 - 25.98) \times (1 - 0.98 \times \cos 165) \times 25.98 = 925.18 \text{ kW}$$

หรือเท่ากับ  $P = \frac{925,179.86}{746} = 1,240.19 \text{ Horse Power}$

เนื่องจากประสิทธิภาพของเพลลาและเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ 90 เปอร์เซ็นต์ดังนั้น

- กำลังของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ( $P_G$ ) เท่ากับ

$$P_G = 0.9 \times 925.18 = 832.66 \text{ kW}$$

- กำลังสูงสุดเนื่องจากลำน้ำ ( $P_{\max}$ ) เท่ากับ

$$P_{\max} = \frac{\rho Q V_{jet}^2}{2} = \frac{1000 \times 0.6 \times 56.47^2}{2} = 956.66 \text{ kW}$$

- ประสิทธิภาพของกังหัน ( $\eta_w$ ) เท่ากับ

$$\eta_w = \frac{P}{P_{\max}} = \frac{925.18}{956.66} = 0.9671 = 96.71 \%$$

- ประสิทธิภาพรวมของกังหันและเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ( $\eta$ ) เท่ากับ

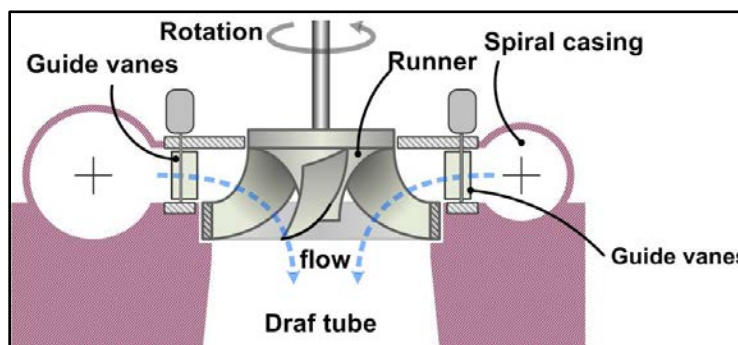
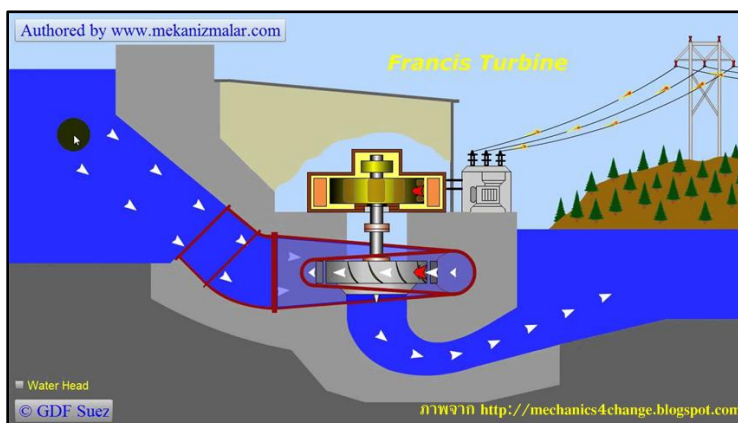
$$\eta = 0.9 \eta_w = 0.9 \times 0.8704 = 0.7834 = 78.34 \%$$



## กังหันน้ำแบบแรงสะท้อน (Reaction)

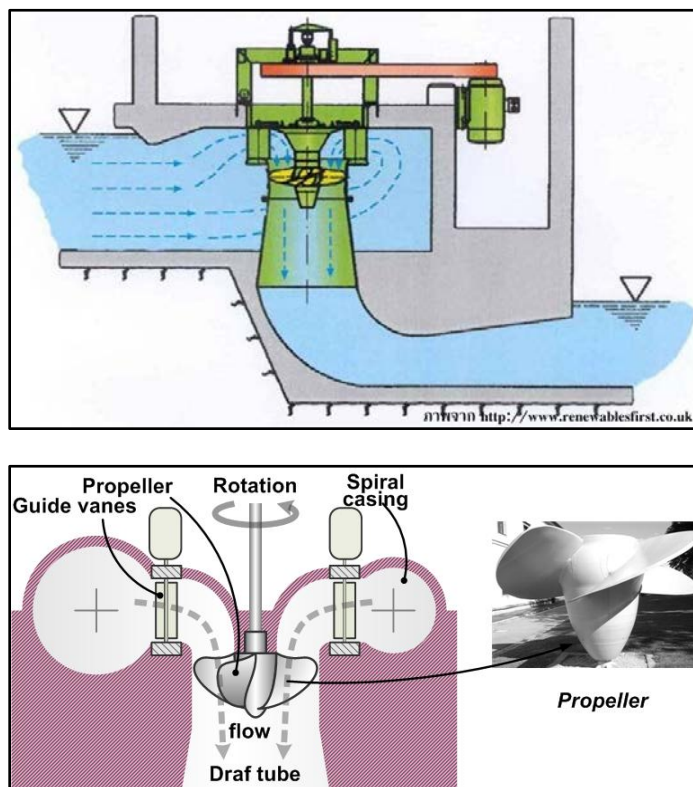
กังหันน้ำแบบแรงสะท้อนเป็นกังหันที่หมุนโดยใช้แรงดันของน้ำที่เกิดจากความต่างระดับของน้ำด้านหน้าและด้านหลังของกังหันกระทำต่อใบพัด ระดับด้านท้ายน้ำจะอยู่สูงกว่าระดับบนของปลายท่อปล่อยน้ำออกเสมอ กังหันชนิดนี้เหมาะกับอ่างเก็บน้ำที่มีความสูงปานกลางและต่ำ กังหันแรงสะท้อนแบ่งได้เป็น 3 แบบคือ

- i. แบบสะท้อนชนิด Francis กังหันแบบนี้ความดันของน้ำบางส่วนจะ ถูกเปลี่ยนเป็นความเร็ว และความดันที่เหลือดันใบกังหันจะเร่งให้น้ำไหลผ่านใบบังคับการไหล (Guide Vane) ซึ่งอยู่รอบนอกของใบกังหัน เข้าแกนกลางและไหลออกที่แกนกลางของใบกังหัน ซึ่งมีความดันเท่ากับบรรยากาศ เนื้อที่ทางเข้าของน้ำจะมากกว่าเนื้อที่ทางออก ตัวใบกังหันมีลักษณะคล้ายใบพัดของเครื่องสูบน้ำแบบปิด (Closed Impeller) ดังรูปที่ 7.5 การทำงานก็คล้ายกับการทำงานของเครื่องสูบน้ำ



รูปที่ 7.5 กังหันน้ำแบบ Francis

- ii. แบบแรงสะท้อนชนิด Propeller ซึ่งอาจเป็นแบบมุมใบคงที่หรือปรับได้ กังหันแบบนี้มีใบบังคับการไหล เช่นเดียวกับแบบปฏิกิริยาแต่ตัวใบกังหันมีลักษณะคล้ายใบพัด น้ำจะไหลเข้าทางผ่านใบบังคับการไหล และไหลออกตามแนวแกนผ่านใบกังหัน กังหันแบบนี้ที่แพร่หลายมากได้แก่แบบ Kaplan ดังรูปที่ 7.6

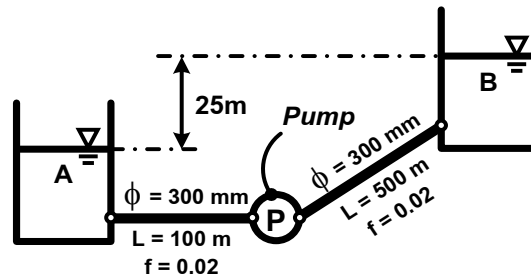


รูปที่ 7.6 กังหันน้ำแบบ Kaplan

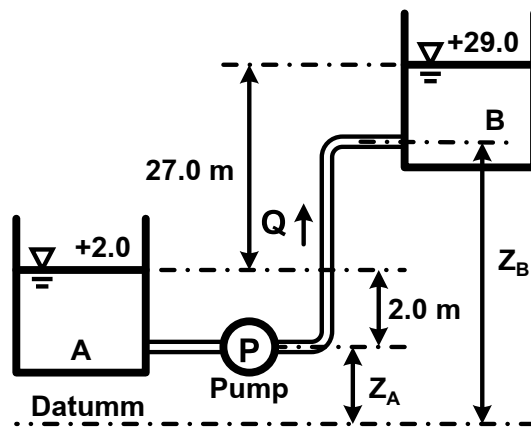
## แบบฝึกหัด

1. เครื่องสูบน้ำซึ่งมีมอเตอร์ขนาด 15 kW สามารถสูบน้ำได้ในอัตรา 50 l/s เข้าสู่ถังน้ำซึ่งมีความดัน 200 kPa จงหาประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ

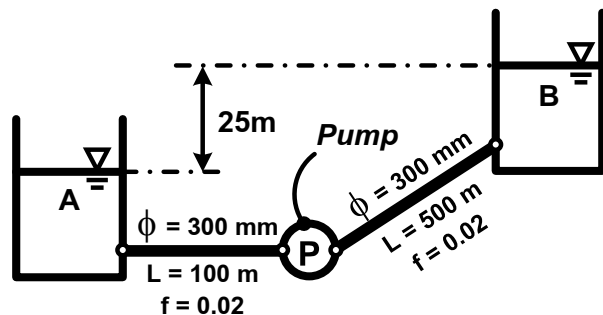
2. จงหาค่ากำลังของเครื่องสูบน้ำที่ต้องการในการสูบน้ำจากถัง A ไปถัง B ดังรูปด้วยอัตรา 100 l/s กำหนดให้เครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 75%



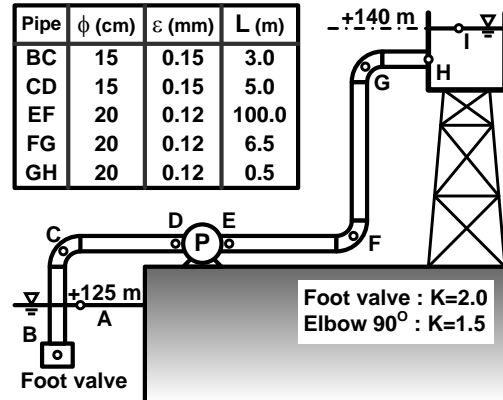
3. ในรูปเป็นการสูบน้ำจากแทงค์ A ขึ้นไปยังแทงค์ B โดยต้องการอัตราการไหล 0.5 m<sup>3</sup>/s ที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.3 m การสูญเสียเฮดในระบบทั้งหมดเมื่อเครื่องสูบน้ำทำงานเท่ากับ 3.0 m จงหาค่ากำลังงานที่เครื่องสูบน้ำ ต้องให้กับระบบในหน่วยกิโลวัตต์ (kW)



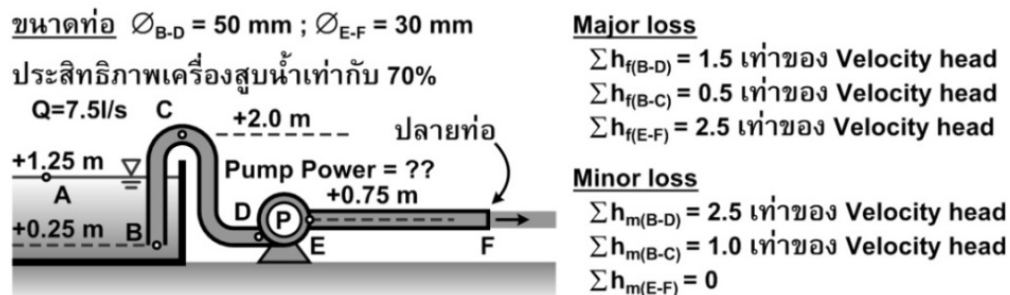
4. ในการสูบน้ำจากถัง A ไปถัง B ดังรูปถ้าใช้เครื่องสูบน้ำขนาด 10 kW จงหาอัตราการสูบน้ำที่กำหนดให้เครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 75%



5. ระบบสูบน้ำมีการติดตั้งในลักษณะดังรูป ขนาดและคุณสมบัติของท่อแสดงดังตาราง จงหากำลังงานของเครื่องสูบน้ำที่ใช้ในการสูบน้ำด้วยอัตรา 60 l/s ถ้าประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 75 %



6. ต้องการสูบน้ำออกจากถังเก็บน้ำ ด้วยอัตรา 7.5 l/s ขนาดของท่อ และการสูญเสียพลังงานระบุไว้ดังรูป เครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 70 เปอร์เซ็นต์ จงหากำลังงานที่ใช้ในการสูบและความดันที่จุด C



7. กังหันเพลตันรับส่งน้ำผ่านด้วยท่อเหล็ก (Penstock) ความขรุขระของผิวท่อเท่ากับ 0.065 mm ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 40 cm ยาว 1,200 m มีระดับน้ำในอ่างถึงปลายหัวฉีดเท่ากับ 150 m ถ้าอัตราการไหลถูกปล่อยผ่านท่อเหล็กมาเท่ากับ  $0.6 \text{ m}^3/\text{s}$  และกำหนดให้ตัวแปรต่าง ๆ มีค่าดังนี้
- c) สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานที่ทางเข้าท่อตำแหน่งที่เชื่อมต่อกับอ่างเก็บน้ำเท่ากับ 0.58
  - d) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่กะเปาะเท่ากับ 0.99
  - e) มุมของกะเปาะเท่ากับ 160 องศา
  - f) ประสิทธิภาพของเพลลาและเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่ากับ 94 เปอร์เซ็นต์
  - g) อัตราส่วนระหว่างเส้นผ่าศูนย์กลางของหัวฉีดต่อเส้นผ่าศูนย์กลางของกังหันน้ำมีค่าอยู่เท่ากับ 1 ต่อ 15
  - h) ความหนืดจลศาสตร์ของน้ำเท่ากับ  $8.9 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

- i) ประสิทธิภาพสูงสุดของกังหันน้ำเกิดขึ้นเมื่อกังหันหมุนด้วยความเร็ว 48 เปอร์เซ็นต์ของความเร็วของกระแสน้ำ

จงหา

- ขนาดของหัวฉีดและความเร็วที่พุ่งออกจากหัวฉีด
  - เส้นผ่านศูนย์กลางความเร็วการหมุนของกังหันเมื่อกังหันนี้ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 50 Hz
  - กำลังไฟฟ้าที่ได้รับ
  - ประสิทธิภาพรวมของกังหันน้ำและเครื่องปั่นไฟ
8. จากข้อมูลในข้อ 7. หากจำนวนชั่วโมงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าถูกกำหนดไว้ 30 ชั่วโมง จงหาขนาดของหัวฉีดที่เหมาะสมเพื่อยังคงให้ประสิทธิภาพกำลังไฟฟ้าที่ได้รับเท่าเดิม

## บรรณานุกรม

1. กীরติ ลีวัจนกุล. (2538). ชลศาสตร์. ซีเอ็ดดูเคชั่น. กรุงเทพฯ.
2. ชัยยุทธ ชินณะราศี (2556). กลศาสตร์ของไหล. บริษัท แอปเปิลเวิกเปอร์ตคอร์เปอเรชั่น จำกัด. กรุงเทพฯ.
3. ชัยสวัสดิ์ เทียนวิบูลย์. กลศาสตร์ของของไหล. โรงพิมพ์ ก.วิธรรม. กรุงเทพฯ.
4. โชติไกร ไชยวิจารณ์. (2546). วิศวกรรมชลศาสตร์. สำนักพิมพ์ ส.ส.ท. กรุงเทพฯ.
5. ธงชัย พรรณสวัสดิ์. ( 2538). คู่มือการออกแบบระบบระบายน้ำเสียและน้ำฝน. วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. กรุงเทพฯ.
6. นิตยา หวังวงษ์วิโรจน์. (2547). โจทย์ 2500 ข้อ กลศาสตร์ของไหล, ท้อป. กรุงเทพฯ.
7. บริษัทแอสซอมจำกัด. คู่มือการใช้และทดลองหารหาความสูงเมตราเซนตริกและเสถียรภาพของเรือ. กรุงเทพฯ.
8. สันติ ทองพำนัก (2534) . ตำราประกอบการสอนวิชาการไหลในทางน้ำเปิด. ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. กรุงเทพฯ.
9. สายสุนีย์ พุทธาคณเจริณ (2546). ชลศาสตร์. ไลบรารี กรุงเทพฯ.
10. วิบูลย์ บุญยธโรกุล. ( 2529). ป้มและเครื่องสูบน้ำ. ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, กรุงเทพฯ.
11. วรารุช วุฒินิชย์. (2534). การออกแบบอาคารบังคับน้ำ. ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. กรุงเทพฯ.

**บรรณานุกรม (ต่อ)**

12. Andrew L. Simon., (1981), Basic Hydraulics, John Wiley & Sons, Newyok.
13. Bos, M. G., (1989), Discharge Measurement Structures, International Institute for Land Reclamation and Improvement/ILRI, The Netherlands.
14. Chinnarasri, C., Donjadee, S., and Israngkura, U., (2008), Hydraulic characteristics of gabion-stepped weirs, Journal of Hydraulic Engineering ASCE, Vol. 134(8), pp.1147-1152.
15. French, R. H., (1994), Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill, Inc, Singapore.
16. Giles, R. V., (1995), Fluid Mechanics and Hydraulics, Blackwell Science.
17. Graf, W. H., (1998), Fluvial Hydraulics: Flow and Transport Processes in Channels of Simple Geometry, John Wiley & Son, Inc, England.
18. Herzog, M.A.M., (1999), Practice Dam Analysis. 1 ed. Thomas Telford, London.  
Mays, L. W., (2001), Water Resources Engineering, John Wiley & Sons, USA.
19. Hikmet Toprak. (2000), Waste water engineering. Retrived May 29, 2013, from <http://web.deu.edu.tr/atiksu/ana58/friction.html>
20. Logan, E., (1995), Handbook of Turbomachinery. 1995. Marcel Deckker.
21. Mehrotra, V.K., (2004), Roller Compacted Concrete Dams. 1 ed. Standard Publishers Distributors, Delhi.

**บรรณานุกรม (ต่อ)**

22. Munson, B. R., Young, D. F., and Okiishi, T. H., (1994), Fundamentals of fluid mechanics, John Wiley & Sons, Canada.
23. Nestor, J., and Mendez, V., (1998), Sediment Transport in Irrigation Canals, A.A.Balkema, Netherlands.
24. Potter, M. C., and Wiggert, D. C., (1997), Mechanics of Fluid, Prentice Hall.
25. Roberson, J. A., and Crowe, C. T., (1985), Engineering Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, USA.
26. Robert et al., (1994), Introduction to Fluid Mechanics, John Wiley & Sons, School of Mechanical Engineering, Purdue University.
27. Schnitter, Nicholas A. J., (1994), History of Dams, the Useful Pyramids. A.A. Balkema: Rotterdam, Netherlands.
28. Ven Te Chow. (1959), Open Channel Hydraulics, Mc Graw-Hill, Singapore.
29. White, F. M., (1999), Fluid Mechanics, McGraw-Hill.



## ภาคผนวก

### คำนำหน้าหน่วย (Prefixes)

คำนำหน้าหน่วย คือ คำนำหน้าที่นำมาใส่ไว้ด้านหน้าของหน่วย เพื่อหลีกเลี่ยงความไม่สะดวกในการใช้งานตัวเลขที่มีขนาดใหญ่หลายๆ เช่น 8 กิโลเมตร (km) เท่ากับ  $8 \times 10^3$  หรือ 8,000 m (m) ซึ่ง กิโลใช้สัญลักษณ์ k มีค่าเท่ากับ  $10^3$  ในกรณีที่มีปริมาณมีค่าน้อย ๆ เช่น 2 มิลลิเมตร (mm) เท่ากับ  $2 \times 10^{-3}$  หรือ 0.002 m (m) ซึ่ง มิลลิ ใช้สัญลักษณ์ m (ตัวหน้า) มีค่าเท่ากับ  $10^{-3}$  สำหรับคำนำหน้าอื่น ๆ แสดงดังตาราง

### ตารางที่ ๑1 คำนำหน้าหน่วย

prefixes	Symbol	Factor	
yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	$10^{24}$
zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000	$10^{21}$
exa	E	1 000 000 000 000 000 000	$10^{18}$
peta	P	1 000 000 000 000 000	$10^{15}$
tera	T	1 000 000 000 000	$10^{12}$
giga	G	1 000 000 000	$10^9$
mega	M	1 000 000	$10^6$
kilo	k	1 000	10 <sup>3</sup>
hecto	h	100	$10^2$
deca	da	10	$10^1$
-	-	1	$10^0$
deci	d	0.1	$10^{-1}$
centi	c	0.01	$10^{-2}$
milli	m	0.001	$10^{-3}$
micro	$\mu$	0.000 001	$10^{-6}$
nano	n	0.000 000 001	$10^{-9}$
pico	p	0.000 000 000 001	$10^{-12}$
femto	f	0.000 000 000 000 001	$10^{-15}$
atto	a	0.000 000 000 000 000 001	$10^{-18}$
zepto	z	0.000 000 000 000 000 000 001	$10^{-21}$
yocto	y	0.000 000 000 000 000 000 000 001	$10^{-24}$

ตารางที่ ๓2 คุณสมบัติของน้ำที่อุณหภูมิต่างๆ

Temp. ( °C )	Density ( kg/m <sup>3</sup> )	Specific Weight ( N/m <sup>3</sup> )	Specific Gravity Reference With 4°C	Dynamic Viscosity x10 <sup>-3</sup> (N s/m <sup>2</sup> )	Kinematic Viscosity x10 <sup>-6</sup> (m <sup>2</sup> /s)	Surface tension x10 <sup>2</sup> (N/m)	Vapor pressure (m)	Bulk Modulus of Elasticity x10 <sup>-7</sup> (N/m <sup>2</sup> )
0 (liquid)	999.9	9805	0.999	1.792	1.792	7.62	0.06	204
10	999.7	9803	0.999	1.308	1.308	7.48	0.12	211
20	998.2	9789	0.998	1.005	1.007	7.36	0.25	220
25	997.1	9779	0.997	0.894	0.897	7.26	0.33	222
30	995.7	9767	0.996	0.801	0.804	7.18	0.44	223
40	992.2	9737	0.993	0.656	0.661	7.01	0.76	227
50	988.1	9697	0.988	0.549	0.556	6.82	1.26	230
60	983.2	9658	0.985	0.469	0.477	6.68	2.03	228
70	977.8	9600	0.979	0.406	0.415	6.50	3.20	225
80	971.8	9557	0.974	0.357	0.367	6.30	4.86	221
90	965.3	9499	0.968	0.317	0.328	6.12	7.18	216
100	958.4	9438	0.962	0.284	0.296	5.94	10.33	207

