



Fluid Mechanics

กลศาสตร์ของไหล

ชัยคร ออกวะลา
ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน
คณะวิศวกรรมศาสตร์กำแพงแสน
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
วิทยาเขตกำแพงแสน
พ.ศ. 2553

เอกสารประกอบการสอน

วิชา

กลศาสตร์ของไหล
(Fluid Mechanics)

ชัยพร ออกระลา

ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน
คณะวิศวกรรมศาสตร์กำแพงแสน
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
พ.ศ. 2553

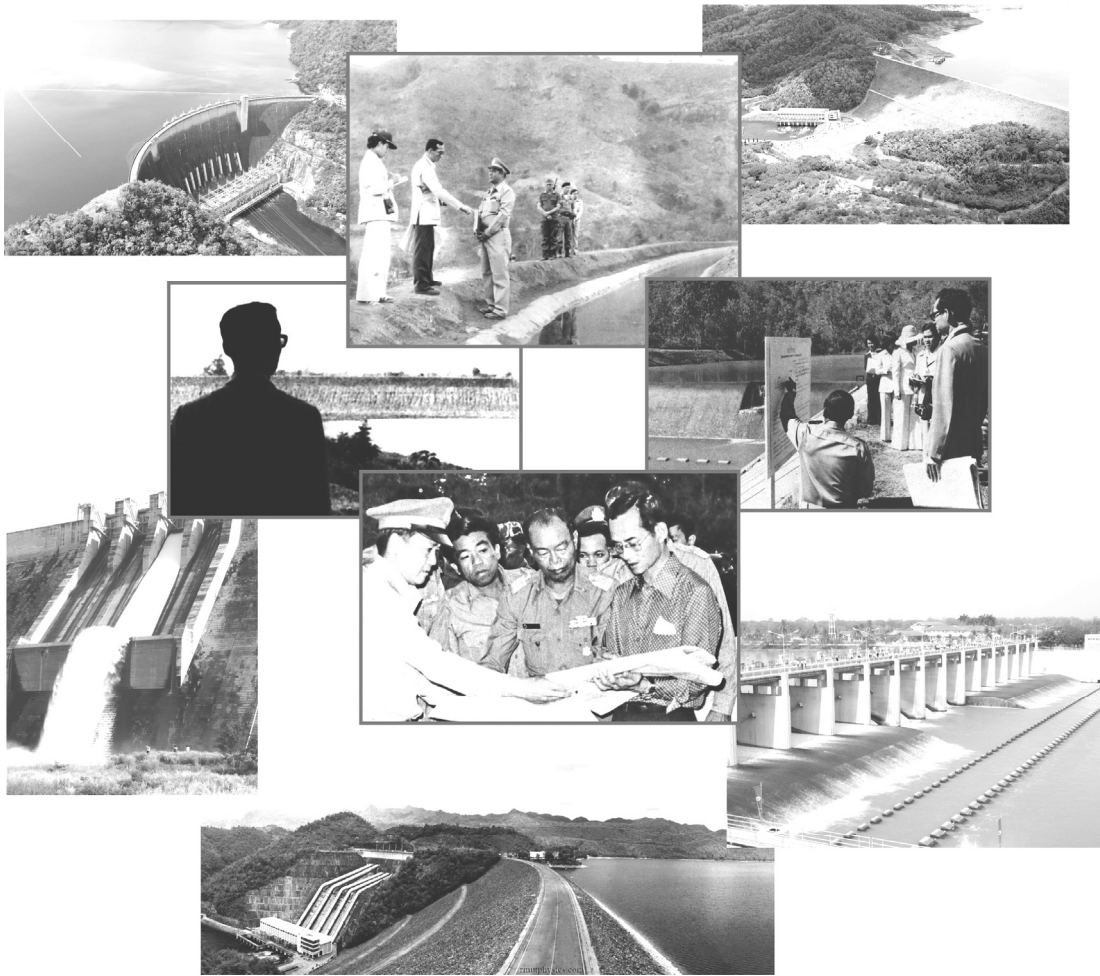
คำนำ

เอกสารฉบับนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนวิชา กลศาสตร์ของไหล ของนิสิตคณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน โดยเนื้อหาจะกล่าวถึง คุณสมบัติที่สำคัญต่อการวิเคราะห์ทางด้านกลศาสตร์ พฤติกรรมของของไหลและตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับของไหลทั้งในสภาวะหยุดนิ่ง และเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นพื้นฐานความรู้ที่สำคัญต่อการศึกษาด้านวิศวกรรมศาสตร์

ทำยนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้กับผู้เขียน จนสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาเขียนเป็นเอกสารฉบับนี้ และขอกราบขอบพระคุณ รศ. สันติ ทองพันธ์ ที่ให้คำแนะนำอย่างดีมาโดยตลอด ทั้งนี้หากมีข้อผิดพลาดประการใด ผู้เขียนขอน้อมรับไว้แต่เพียงผู้เดียว

ชัยตรี ออภาวลา

ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน
คณะวิศวกรรมศาสตร์กำแพงแสน
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



สารบัญ

บทที่ 1	หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล (Basic concept and Fluid property)	1-1
1.1	บทนำ	1-1
1.2	มิติ (Dimension)	1-1
1.3	หน่วย (Unit)	1-2
1.4	นิยามของของไหล	1-4
1.5	คุณสมบัติของของไหล (Basic concept and Fluid property)	1-5
1.5.1	ความหนาแน่น (Density)	1-5
1.5.2	น้ำหนักจำเพาะ (Specific weight)	1-5
1.5.3	ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity)	1-5
1.5.4	ปริมาตรจำเพาะ (Specific volume)	1-6
1.5.5	ความหนืด (Viscosity)	1-6
1.5.6	ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล (Compressibility)	1-13
1.5.7	แรงตึงผิว (Surface tension)	1-14
บทที่ 2	ของไหลสถิต (Fluid static)	2-1
2.1	ความดัน (Pressure)	2-1
2.1.1	ความดันที่จุดใดๆ ในของไหล (Pressure at a point in fluid)	2-2
2.1.2	การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต (Variation of pressure in static fluid)	2-3
2.1.3	การวัดความดัน (Measurement of Pressure)	2-6
2.1.4	หน่วยของความดัน (Pressure Units)	2-6
2.1.5	อุปกรณ์วัดความดัน (Pressure gauge)	2-8
2.2	แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ (Pressure Force on a Plane Surface)	2-11
2.3	แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง (Pressure Force on a Curved Surface)	2-18
2.4	แรงลอยตัว (Buoyancy Force)	2-27
2.4.1	เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของไหล (Stability of Floating and Submerged Bodies)	2-30
2.5	การเปลี่ยนแปลงความดันของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ (Variation of fluid pressure in moving container)	2-36
2.5.1	ความดันของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเชิงเส้น (Fluid pressure in Linear moving container)	2-36
2.5.2	ความดันของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุม (Fluid pressure in angular moving container)	2-42

บทที่ 3	ทฤษฎีการไหลเบื้องต้น (Basic of flow theorem)	3-1
3.1	การจำแนกประเภทของการไหล (Flow classification)	3-2
3.2	การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม (Flow analysis with Control Volume method)	3-5
3.3	ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem)	3-7
3.4	สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation)	3-11
บทที่ 4	สมการพลังงาน (Energy equation)	4-1
4.1	สมการพลังงานของ Euler (Euler's Energy equation)	4-1
4.2	สมการ Bernoulli (Bernoulli's equation)	4-3
4.3	สมการพลังงาน (Energy equation)	4-12
4.3.1	การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ (Head loss)	4-12
4.3.2	เครื่องสูบลูกสูบ (Pump)	4-21
4.3.3	กังหัน (Turbine)	4-24
บทที่ 5	สมการโมเมนตัม (Momentum equation)	5-1
5.1	สมการโมเมนตัมเชิงเส้น (Linearly Momentum Equation)	5-2
5.3	สมการโมเมนตัมกับปริมาตรควบคุมแบบเคลื่อนที่ (Momentum equation for moving control volume)	5-14
บทที่ 6	การไหลภายในท่อ (Flow in Pressure Conduit)	6-1
6.1	พฤติกรรมของการไหลในท่อ (Behavior of flow in pipe)	6-2
6.2	การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อ (Entrance Flow Development)	6-3
6.3	การสูญเสียพลังงานหลัก (Friction head loss or Major loss)	6-5
6.3.1	ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ (Friction factor for laminar flow)	6-7
6.3.2	ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบปั่นป่วนในท่อผนังเรียบ (Friction factor for turbulent flow in smooth pipe)	6-9
6.3.3	ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบปั่นป่วนในท่อผนังหยาบ (Friction factor for turbulent flow in rough pipe)	6-12
6.4	การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss)	6-14

บทที่ 7	การไหลในทางน้ำเปิด (Open channel flow)	7-1
7.1	ประเภทของทางน้ำเปิด (Type of channel)	7-1
7.2	การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด (Open channel flow classification)	7-2
7.2.1	การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิดโดยพิจารณาจากรูปแบบของการไหล (Classified by flow pattern)	7-2
7.2.2	การจำแนกประเภทตามสภาวะของการไหล (Classified by stage of flow)	7-5
7.3	สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด (Basic equation of open channel flow)	7-6
7.3.1	สมการต่อเนื่อง (Continuity Equation)	7-7
7.3.2	สมการพลังงาน (Energy Equation)	7-8
7.3.3	สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)	7-9
7.4	การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Uniform Flow)	7-10
7.5	พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Specific energy and steady rapidly varied flow)	7-15
7.6	โมเมนตัมฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Momentum function and steady rapidly varied flow)	7-2
บทที่ 8	การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์ (Dimension analysis and Similarity)	8-1
8.1	การวิเคราะห์มิติ (Dimension analysis)	8-1
8.1.1	มิติ และหน่วย (Dimension and Unit)	8-2
8.1.2	การวิเคราะห์มิติโดยวิธี บักกิงแฮมพาย (Dimension analysis by Buckingham Pi Theorem)	8-4
8.2	ความคล้ายคลึง (Similarity)	8-13
8.2.1	การวิเคราะห์ความคล้ายคลึง (Similarity analysis)	8-13
8.2.2	ตัวแปรไร้มิติที่สำคัญต่อการวิเคราะห์ความคล้ายคลึง (Dimensionless term in Similarity analysis)	8-15
8.2.3	การจัดประเภทของกรณีศึกษา (Case study of similarity analysis)	8-18
แบบฝึกหัด (Exercise)		E-1
	แบบฝึกหัดบทที่ 1	E-1
	แบบฝึกหัดบทที่ 2	E-3
	แบบฝึกหัดบทที่ 3	E-11
	แบบฝึกหัดบทที่ 4	E-13
	แบบฝึกหัดบทที่ 5	E-15
	แบบฝึกหัดบทที่ 6	E-17
	แบบฝึกหัดบทที่ 7	E-20
	แบบฝึกหัดบทที่ 8	E-21
เอกสารอ้างอิง		R-1
ภาคผนวก		A-1



บทที่ 1

หลักการพื้นฐาน และคุณสมบัติของของไหล

1.1 บทนำ

วิชากลศาสตร์ของไหล (Fluid mechanics) เป็นการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของของไหลที่สภาวะต่างๆ แรงที่ของไหลกระทำต่อสิ่งแวดล้อม รวมถึงอิทธิพลของสิ่งต่างๆ ที่มีผลต่อของไหลทั้งที่อยู่นิ่งและเคลื่อนที่ ซึ่งการศึกษาพฤติกรรมของของไหลที่อยู่นิ่งเรียกว่า สถิตยศาสตร์ของของไหล (Fluid Statics) และพฤติกรรมของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่เรียกว่า พลศาสตร์ของของไหล (Fluid Dynamics)

ในการศึกษาวิชากลศาสตร์ของของไหลจำเป็นต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ หลักการ และคุณสมบัติพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับของไหล ไม่ว่าจะเป็นอยู่ในสถานะของเหลว หรือก๊าซ ซึ่งหลักการ และคุณสมบัติพื้นฐานที่สำคัญต่อการวิเคราะห์ปัญหาด้านกลศาสตร์ของไหล มีดังนี้

1.2 มิติ (Dimensions)

มิติ หมายถึง คุณสมบัติทางกายภาพของสสาร ซึ่งสามารถระบุได้ในเชิงปริมาณ เช่น ความยาว น้ำหนัก มวล แรงแบบ เป็นต้น ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.2.1 มิติปฐมภูมิ หรือ มิติพื้นฐาน (Primary Dimensions or Basic Dimensions)

มิติปฐมภูมิ หมายถึง มิติของตัวแปรพื้นฐานที่ไม่สามารถแยกเป็นมิติอื่นได้อีก และไม่ขึ้นอยู่กับมิติอื่นๆ ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงปริมาณที่สสารแสดงออกมาโดยตรง ในวิชากลศาสตร์ของของไหลจะใช้มิติพื้นฐาน 4 ตัว ดังนี้

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| - มวล (Mass) | สัญลักษณ์ที่ใช้คือ M |
| - ความยาว (Length) | สัญลักษณ์ที่ใช้คือ L |
| - เวลา (Time) | สัญลักษณ์ที่ใช้คือ T |
| - อุณหภูมิ (Temperature) | สัญลักษณ์ที่ใช้คือ θ |

1.2.2 มิติทุติยภูมิ (Secondary Dimensions)

มิติทุติยภูมิ เป็นมิติที่เกิดจากการรวมกันของมิติปฐมภูมิ ซึ่งตัวแปรจะแสดงค่ามิติตามที่ถูกกำหนดขึ้นจาก นิยาม หรือทฤษฎี เช่น ปริมาตร เกิดจาก ความกว้าง (L) \times ความยาว (L) \times ความสูง (L) ดังนั้น ปริมาตร จึงมีมิติเป็น L^3 หรือ ความเร็ว คือ ระยะทางที่เปลี่ยนไป (L) ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (T) ดังนั้น ความเร็ว จึงมีมิติเป็น L/T เป็นต้น ตัวอย่างมิติทุติยภูมิแสดงดังตารางที่ 1.2

ตัวอย่างที่ 1.1 จงหามิติของ แรง (F)

วิธีทำ จากกฎการเคลื่อนที่ของ นิวตัน $\Sigma F = ma$

m (มวล)	มีมิติเป็น M	a (ความเร่ง)	มีมิติเป็น LT^{-2}
ดังนั้น	F (แรง)	จึงมีมิติเป็น	MLT^{-2}

Ans

จากตัวอย่างที่ 1 จะเห็นได้ว่า แรง (F) เป็นมิติทุติยภูมิ แต่ในบางครั้งเราอาจวิเคราะห์โดยกำหนดให้แรงเป็นมิติปฐมภูมิก็ได้

ตัวอย่างที่ 1.2 จงหามิติของ ความเร็วรอบ และความเร็วเชิงมุม

- วิธีทำ - ความเร็วรอบ คือจำนวนรอบของการหมุนต่อหนึ่งหน่วยเวลา
 จำนวนรอบ ไม่มีมิติ มิติของเวลาคือ T ดังนั้น มิติของความเร็วยรอบ (N) คือ T^{-1} Ans
- ความเร็วเชิงมุม คือมุมที่เปลี่ยนแปลงไปต่อหนึ่งหน่วยเวลา
 มุมที่เปลี่ยนแปลง ไม่มีมิติ มิติของเวลาคือ T ดังนั้น มิติของความเร็วเชิงมุม (ω) คือ T^{-1} Ans

จากตัวอย่างที่ 1.2 จะเห็นได้ว่า ความเร็วรอบ และความเร็วเชิงมุม มีมิติเท่ากัน ซึ่งหมายความว่าตัวแปรที่มีมิติเดียวกันอาจมีความหมายไม่เหมือนกันก็ได้

1.3 หน่วย (Unit)

หน่วย หมายถึง ลักษณะนามที่ใช้ระบุถึงปริมาณของมิติที่แสดงออกมา ซึ่งทั่วโลกได้มีการกำหนดระบบหน่วยในการวัดขึ้นมาหลายระบบ แต่ระบบหน่วยสากลที่นิยมใช้มากที่สุดในปัจจุบันมี 2 ระบบ คือ

- System International Unit หรือที่เรียกว่า “ระบบ SI” ตัวย่อ SI
- British Gravitational System หรือที่เรียกว่า “ระบบอังกฤษ” ตัวย่อ BG

ในเอกสารการฉบับนี้จะใช้ระบบ SI เป็นหลัก ซึ่งหน่วยของมิติปฐมภูมิ และทุติยภูมิ แสดงดังตารางที่ 1.1 และตารางที่ 1.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 1.1 หน่วยของมิติปฐมภูมิของระบบ SI และ BG

Dimension	SI Unit	BG Unit
Length (L)	Meter (m)	Foot (ft)
Mass (M)	Kilogram (kg)	Slug (slug)
Time (T)	Second (s)	Second (sec)
Temperature (θ)	Kelvin (K)	Rankine (R)
Force (F)	Newton (N)	Pound (lb)

ตารางที่ 1.2 ตัวอย่างหน่วย ของมิติทุติยภูมิ

Dimensions	SI Unit	BG Unit
Area : L^2	m^2	ft^2
Volume : L^3	m^3	ft^3
Velocity : $L^1 T^{-1}$	m/s	ft/sec
Acceleration : $L^1 T^{-2}$	m/s^2	ft/sec^2
Density : $M^1 L^{-3}$	kg/m^3	$slug/ft^3$
Specific weight : $M^1 L^{-2} T^{-2}$	$kg/(m s^2)$, N/m^3	$slug/(ft s^2)$, lb/ft^3
Force : $M^1 L^1 T^{-2}$	$(kg m)/s^2$, N	$slug ft/sec^2$, lb
Flowrate : $L^3 T^{-1}$	m^3/s	ft^3/s
Frequency : T^{-1}	cycle/s	cycle/sec
Work, Energy : $M^1 L^2 T^{-2}$	$kg m^2/s^2$, N m, j	$slug ft^2/s^2$, lb ft
Pressure : $M^1 L^{-1} T^{-2}$	$kg/(m s^2)$, N/m^2 , Pa	$slug/(ft s^2)$, lb/ft^2 , lb/in^2 , Psi
Viscosity : $M^1 L^{-1} T^{-1}$	$kg/(m s)$, $N s/m^2$	$slug/(ft s)$, $lb sec/ft^2$
Kinematic viscosity : $L^2 T^{-1}$	m^2/s	ft^2/sec
Power : $M^1 L^2 T^{-3}$	$kg m^2/s^3$, $N m/s$, watt	$slug ft^2/s^3$, $lb ft/sec$

ตัวอย่างที่ 1.3 จงหาหน่วยของ แรง

วิธีทำ จากกฎของ Newton $\Sigma F = ma$

แรงในที่นี้มีหน่วยเป็น N (Newton)

m (มวล) มีมิติเป็น M มีหน่วยเป็น kg

a (ความเร่ง) มีมิติเป็น LT^{-2} มีหน่วยเป็น m/s^2 F (แรง) มีมิติเป็น MLT^{-2} มีหน่วยเป็น $kg\ m/s^2$ $\therefore 1\ N = 1\ kg\ m/s^2$ Ans**Prefixes**

Prefixes คือ คำนำหน้าที่น่ามาใส่ไว้ด้านหน้าของหน่วย เพื่อหลีกเลี่ยงความไม่สะดวกในการใช้งานตัวเลขที่มีขนาดใหญ่หลายๆ หรือเล็กมากๆ เช่น

2.5 กิโลเมตร (km) เท่ากับ 2×10^3 หรือ 2,000 เมตร (m) ซึ่ง กิโล หรือสัญลักษณ์ k มีค่าเท่ากับ 10^3

1.5 มิลลิเมตร (mm) เท่ากับ 1.5×10^{-3} หรือ 0.0015 เมตร (m) ซึ่ง มิลลิ หรือสัญลักษณ์ m (ตัวหน้า) มีค่าเท่ากับ 10^{-3}

ตารางที่ 1.3 ชื่อ สัญลักษณ์ และค่า ของ Prefixes

Prefixes	Symbol	Factor		
yotta	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{24}	(e+24)
zetta	Z	1 000 000 000 000 000 000 000 000	10^{21}	(e+21)
exa	E	1 000 000 000 000 000 000 000	10^{18}	(e+18)
peta	P	1 000 000 000 000 000 000	10^{15}	(e+15)
tera	T	1 000 000 000 000	10^{12}	(e+12)
giga	G	1 000 000 000	10^9	(e+9)
mega	M	1 000 000	10^6	(e+6)
kilo	k	1 000	10^3	(e+3)
hecto	h	100	10^2	(e+2)
deca	da	10	10^1	(e+1)
-	-	1	10^0	-
deci	d	0.1	10^{-1}	(e-1)
centi	c	0.01	10^{-2}	(e-2)
milli	m	0.001	10^{-3}	(e-3)
micro	μ	0.000 001	10^{-6}	(e-6)
nano	n	0.000 000 001	10^{-9}	(e-9)
pico	p	0.000 000 000 001	10^{-12}	(e-12)
femto	f	0.000 000 000 000 001	10^{-15}	(e-15)
atto	a	0.000 000 000 000 000 001	10^{-18}	(e-18)
zepto	z	0.000 000 000 000 000 000 001	10^{-21}	(e-21)
yocto	y	0.000 000 000 000 000 000 000 001	10^{-24}	(e-24)

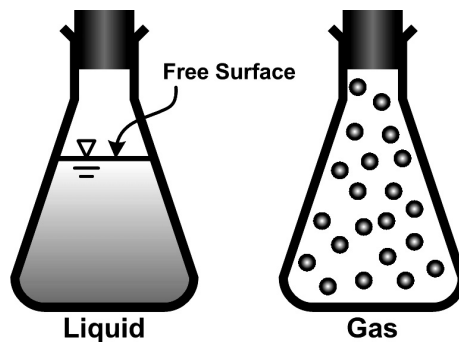
1.4 นิยามของของไหล

ของไหล (Fluid) หมายถึง สสารที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างต่อเนื่อง เมื่อถูกกระทำด้วยแรงเค้นเฉือน ซึ่งนั่นหมายความว่า เมื่อใดที่มีแรงเค้นเฉือนมากกระทำ ของไหลจะเกิดการขยับตัว และเปลี่ยนรูปร่างไป เช่นเมื่อเทของไหลลงในภาชนะ ของไหลจะเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างต่อเนื่องไปชั่วขณะหนึ่ง เป็นเพราะรูปร่างของของไหลในขณะนั้นไม่สอดคล้องกับรูปร่างของภาชนะ จึงทำให้เกิดแรงเค้นเฉือนขึ้นภายในของเหลว กระบวนการปรับตัวนี้จะดำเนินต่อเนื่องไปจนกระทั่งแรงเค้นเฉือนหายไป ซึ่งก็คือสภาวะที่ของไหลมีรูปร่างเหมือนกับภาชนะ บริเวณผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับภาชนะจะมีแต่แรงเค้นตั้งฉากเท่านั้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ในขณะที่ของไหลเคลื่อนที่จะต้องมีแรงเค้นเฉือนเกิดขึ้น ในทางตรงกันข้าม หากของไหลไม่มีการเคลื่อนที่ ที่สภาวะนั้นจะไม่มีแรงเค้นเฉือนกระทำอยู่เลย

ของไหลสามารถคงรูปร่างได้ในสองสถานะ

ของเหลว (Liquid) - มีรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงได้ตามภาชนะที่บรรจุ แต่จะมีขอบเขตแบ่งระหว่างตัวมันเองกับของไหลอื่นอย่างชัดเจน เรียกว่า “ผิวอิสระ” (Free surface) ตัวอย่างเช่น ถ้าน้ำของเหลวที่บรรจุอยู่ในภาชนะแล้วตั้งไว้บนโลก ของเหลวชนิดนั้นจะมีผิวอิสระที่แบ่งระหว่างตัวมันเองกับอากาศ และผิวอิสระนั้นจะวางตัวในแนวราบเสมอ นอกจากนี้ของเหลวยังมีคุณสมบัติที่ยากต่อการบีบอัด เนื่องจากระยะห่างระหว่างโมเลกุลค่อนข้างน้อย (มากกว่าของแข็ง แต่น้อยกว่า ก๊าซ)

ก๊าซ (Gas) - มีรูปร่างไม่แน่นอน เปลี่ยนแปลงได้ตามภาชนะที่บรรจุ โดยมีลักษณะแพร่กระจายไปทั่วภาชนะ ไม่มีผิวอิสระ และถูกบีบอัดได้ง่ายกว่าของเหลว เนื่องจากมีระยะห่างระหว่างโมเลกุลมากกว่าของเหลว



รูปที่ 1.1 ความแตกต่างระหว่างของเหลวกับก๊าซ

1.5 คุณสมบัติของของไหล

การศึกษาวิชากลศาสตร์ของของไหล จะต้องทราบคุณสมบัติพื้นฐานบางประการของของไหล เพื่อนำไปใช้เป็นตัวแปรต่างๆ ในการคำนวณ หรือวิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์

1.5.1 ความหนาแน่น (Density or Mass Density)

ความหนาแน่น หมายถึง มวลของของไหล (mass) ในหนึ่งหน่วยปริมาตร (Volume) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “ ρ ” (อ่านว่า โร – rho)

$$\rho = \frac{\text{Mass}}{\text{Volume}} = \frac{m}{V} : \text{หน่วยของความหนาแน่นคือ กก./ลบ.ม. (kg/m}^3\text{)}$$

ความหนาแน่นของของไหลจะไม่คงที่ โดยจะเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิและความดัน เช่นที่อุณหภูมิ 4°C ความดัน 1 บรรยากาศ น้ำในสถานะของเหลวจะมีความหนาแน่นเท่ากับ 1,000 กก./ลบ.ม. (ρ_w) ซึ่งเป็นสถานะที่น้ำมีความหนาแน่นมากที่สุดเมื่อเทียบกับที่อุณหภูมิ และความดันอื่นๆ

1.5.2 น้ำหนักจำเพาะ (Specific Weight)

น้ำหนักจำเพาะ หมายถึง น้ำหนักเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของของไหล (Weight) ในหนึ่งหน่วยปริมาตร (Volume) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “ γ ” (อ่านว่า แกมมา – gamma)

$$\gamma = \frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{(mg)}{V} = \rho g : \text{หน่วยของน้ำหนักจำเพาะคือ นิวตัน/ลบ.ม. (N/m}^3\text{)}$$

เช่นเดียวกับความหนาแน่น น้ำหนักจำเพาะของของไหลจะไม่คงที่ โดยจะเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิและความดัน เช่นที่อุณหภูมิ 4°C ความดัน 1 บรรยากาศ น้ำในสถานะของเหลวบนโลกจะมีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ 9,810 นิวตัน/ลบ.ม. (γ_w) ซึ่งเป็นสถานะที่น้ำมีน้ำหนักจำเพาะมากที่สุดเมื่อเทียบกับที่อุณหภูมิ และความดันอื่นๆ

1.5.3 ความถ่วงจำเพาะ (Specific Gravity)

ความถ่วงจำเพาะ หมายถึง อัตราส่วนระหว่างแรงดึงดูดที่สนามแรงโน้มถ่วง กระทำกับของเหลวชนิดนั้น เทียบกับน้ำอุณหภูมิ 4°C ความดัน 1 บรรยากาศ ที่มีปริมาตรเท่ากัน สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “S” หรือ “SG”

$$SG = \frac{W}{W_w} = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{\rho g}{\rho_w g} = \frac{\rho}{\rho_w} : \text{ความถ่วงจำเพาะไม่มีหน่วย}$$

ดังนั้น ค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำที่อุณหภูมิ 4°C ความดัน 1 บรรยากาศ จึงมีค่าเท่ากับ 1

1.5.4 ปริมาตรจำเพาะ (Specific Volume)

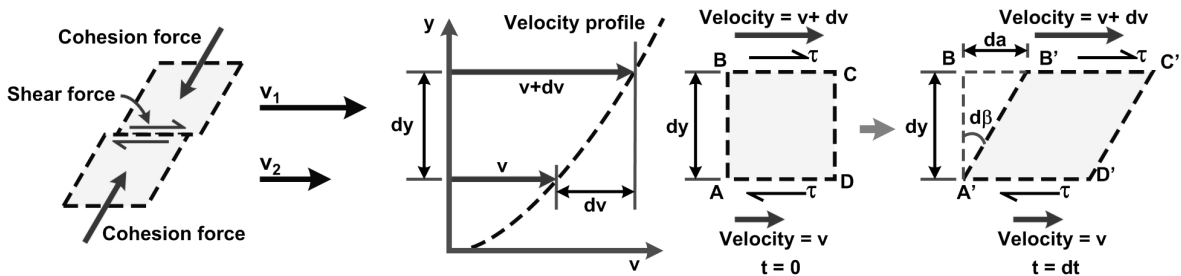
ปริมาตรจำเพาะ หมายถึง ปริมาตรของของไหล (Volume) ต่อหนึ่งหน่วยมวล (mass) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ “ v ”

$$v = \frac{\text{Volume}}{\text{Mass}} = \frac{V}{M} = \frac{1}{\rho} : \text{หน่วยของปริมาตรจำเพาะคือ ลบ.ม./กก. (m}^3\text{/kg)}$$

1.5.5 ความหนืด (Viscosity)

เนื่องจาก ของไหล คือสสารที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างต่อเนื่อง (Deformation) หากพิจารณาของไหลเป็นก้อนอนุภาค เมื่อถูกกระทำด้วยแรงเค้นเฉือน (shear stress) อนุภาคของไหลแต่ละชนิด จะมีความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนแปลงรูปร่างต่างกัน ซึ่งเป็นผลมาจากแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาค และการแลกเปลี่ยนโมเมนตัมระหว่างอนุภาคของของไหลนั้น **ความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนรูปร่างอันเนื่องมาจากแรงเค้นเฉือนที่เราเรียกว่า “ความหนืด” (Viscosity)**

ในการเคลื่อนที่ของของไหล แรงเค้นเฉือนจะเกิดขึ้นจากแรงเสียดทาน (Friction) ระหว่างอนุภาคของของไหลด้วยกันเอง เมื่อพิจารณาก้อนอนุภาคของของไหล ดังรูปที่ 1.2 จะเห็นได้ว่าแรงเค้นเฉือนที่เกิดขึ้น จะแปรผันกับ “แรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาค” (Cohesion Force)



รูปที่ 1.2 การเปลี่ยนรูปร่างของของไหลอันเนื่องมาจากแรงเค้นเฉือน

จากรูปที่ 1.2 เมื่อพิจารณาก้อนอนุภาคของของไหลที่มีความเร็วด้านล่าง (AD) เท่ากับ v ด้านบน (BC) มีความเร็วเท่ากับ $v+\delta v$ ดังนั้นความเร็วผิวด้านบนและด้านล่างแตกต่างกันเท่ากับ δv ที่ เวลา $t = 0$ รูปร่างของอนุภาคจะมีลักษณะดังรูป ABCD และเมื่อเวลาเปลี่ยนไป $t = \delta t$ อนุภาคจะมีรูปร่างเปลี่ยนแปลงไปเป็นรูป A'B'C'D'

พิจารณาที่มุม $\delta\beta$ $\tan \delta\beta = \frac{\delta a}{\delta y}$

แต่เนื่องจากมุม $\delta\beta$ มีขนาดเล็กมาก ดังนั้น $\tan \delta\beta = \delta\beta = \frac{\delta a}{\delta y}$

และเนื่องจากระยะทาง = ความเร็ว×เวลา จะได้ $\delta a = (\delta v)(\delta t)$ จึงทำให้

$$\delta\beta = \frac{(\delta v)(\delta t)}{\delta y} \Rightarrow \frac{\delta\beta}{\delta t} = \frac{\delta v}{\delta y} \quad \text{----- (1.1)}$$

$\frac{\delta\beta}{\delta t}$ เรียกว่า Rate of shear strain (อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือนเทียบกับเวลา) ซึ่งจะมีค่าแปรผันโดยตรงกับ Shear stress (ความเค้นเฉือน) ซึ่งจะได้ว่า

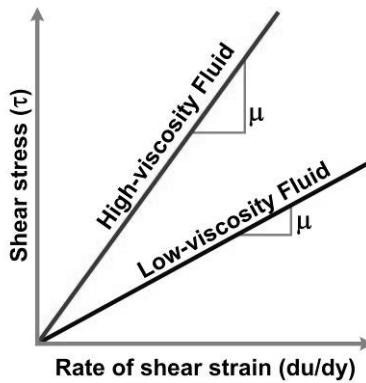
$$\frac{\delta\beta}{\delta t} \propto \tau \quad \text{หรือ} \quad \tau \propto \frac{\delta v}{\delta y} \quad \text{----- (1.2)}$$

จากความสัมพันธ์ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า Shear stress ที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้จาก

$$\tau = \mu \left(\frac{dv}{dy} \right) \quad \text{----- (1.3)}$$

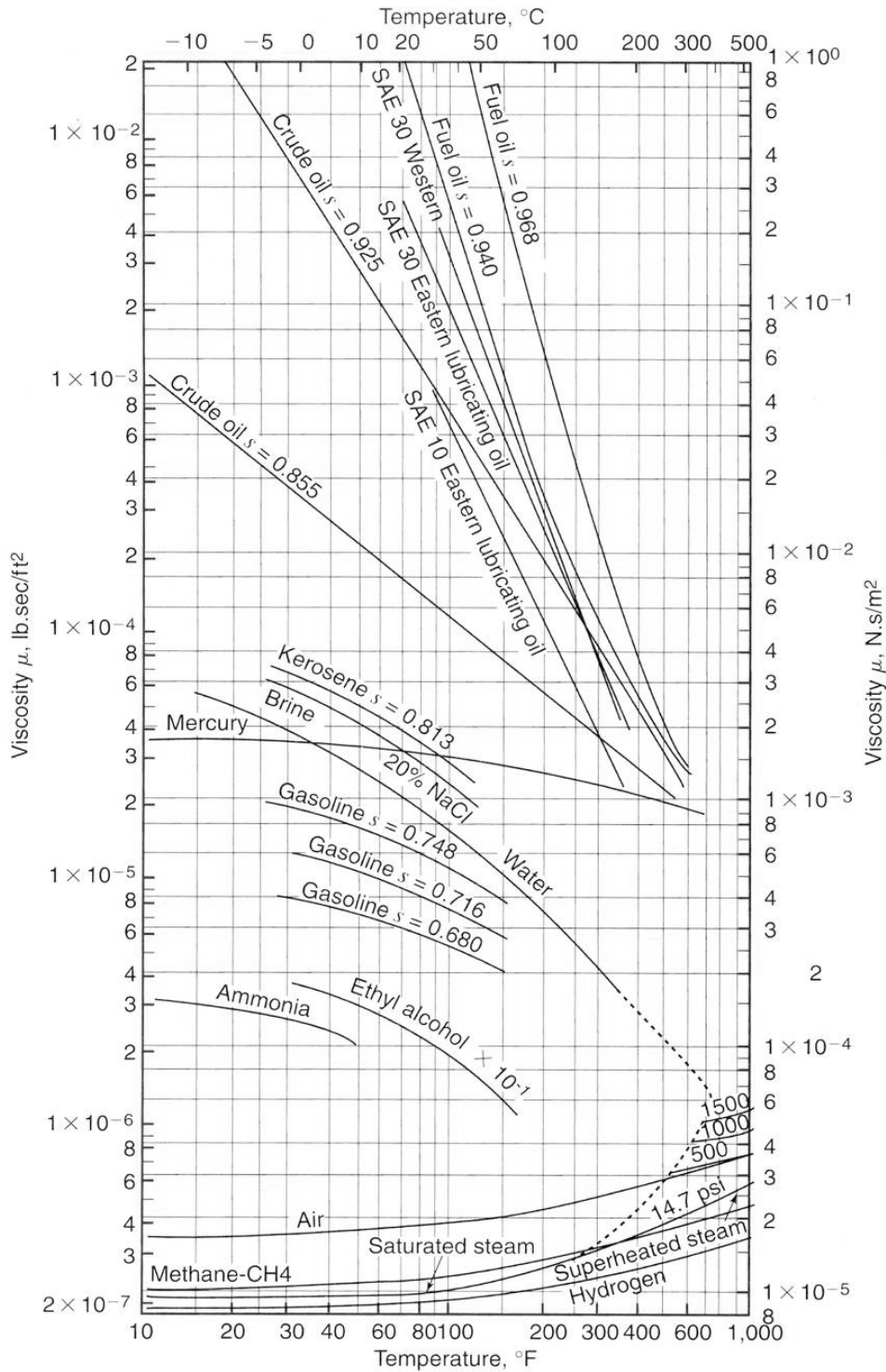
สมการที่ 1.3 เป็นสมการสำหรับหาความเค้นเฉือนของของไหล ที่มีพฤติกรรมเป็นไปตามกฎของนิวตัน หรือเรียกสมการนี้ว่า สมการความหนืดของนิวตัน (Newton's equation of viscosity) โดยที่ μ (อ่านว่า mu) คือค่าสัมประสิทธิ์ ความหนืดไดนามิกส์ (Dynamic Viscosity) หรือ ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity) ซึ่งมีมิติเป็น $FL^{-2}T$ และมีหน่วยคือ $N s / m^2$ หรือ $lb sec / ft^2$

จากสมการความหนืดของนิวตันจะเห็นได้ว่า ถ้าอุณหภูมิคงที่ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเค้นเฉือน กับ dv/dy จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ μ ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถสรุปได้ว่า สำหรับของไหลมีความหนืดสูง จะต้องใช้แรงเค้นเฉือนมากเพื่อที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง



รูปที่ 1.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ กับ (dv/dy) สำหรับของไหลนิวโทเนียน

ค่าความหนืดสัมบูรณ์ เป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของของไหล โดยจะแปรเปลี่ยนไปตามอุณหภูมิ กล่าวคือของไหลที่มีสถานะเป็นของเหลว เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ความหนืดสัมบูรณ์จะลดลง เป็นเพราะเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น แรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวจะลดลง ส่วนของไหลในสถานะก๊าซ อนุภาคมีการเคลื่อนไหวมากขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น จึงทำให้โอกาสในการชนกันของอนุภาคมีมากขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุให้ค่าความหนืดสูงขึ้น

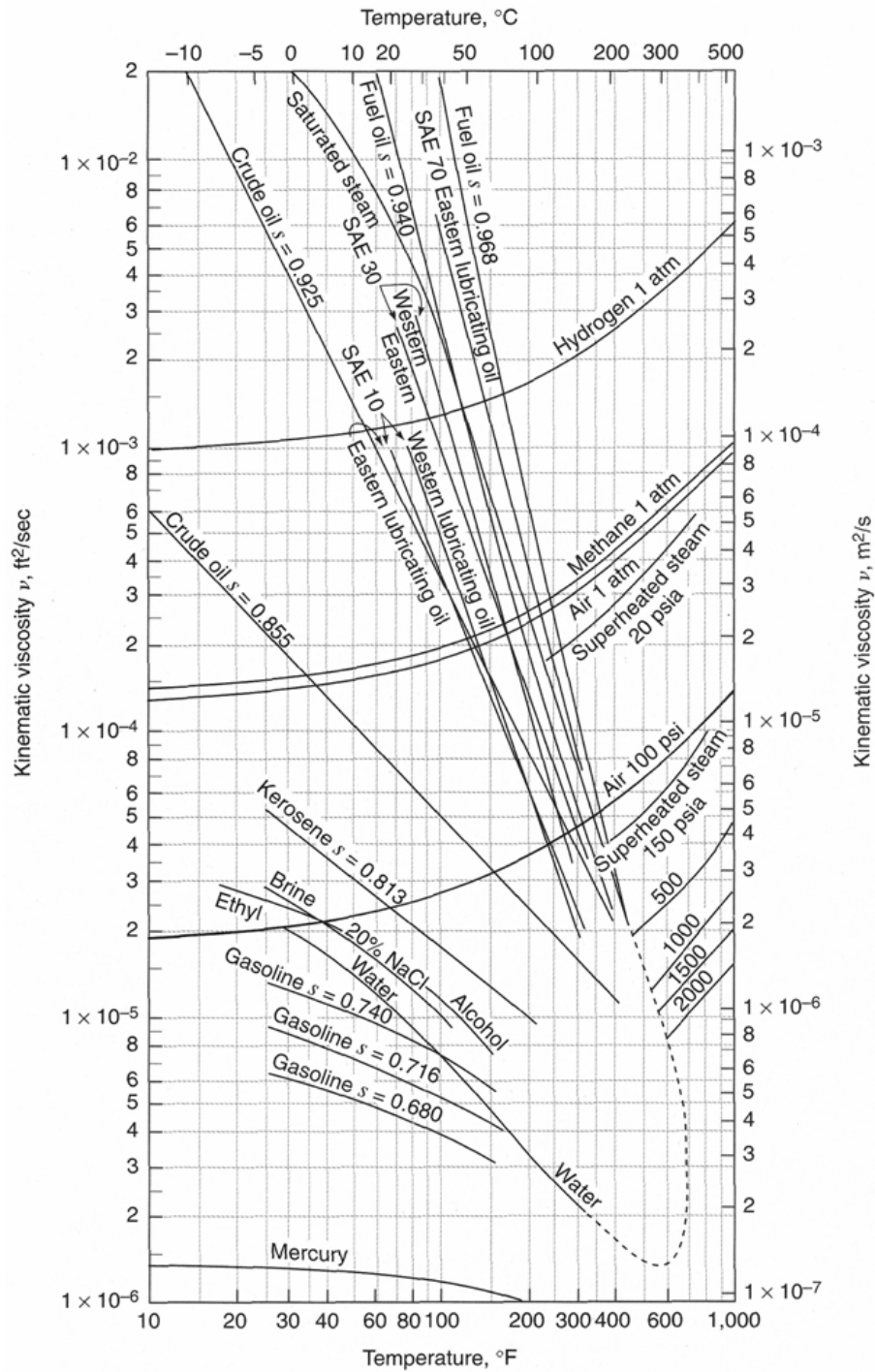


รูปที่ 1.4 ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity) ของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ

ในบางครั้งค่าความหนืดอาจแสดงในรูปของอัตราส่วนระหว่าง ความหนืดสัมบูรณ์ ต่อ ความหนาแน่น ซึ่งเรียกว่า ความหนืดคิเนมาติก (Kinematic Viscosity) โดยมีสัญลักษณ์ที่ใช้แทนคือ ν (อ่านว่า "นิว")

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{----- (1.4)}$$

ความหนืดคิเนมาติก มีมิติเป็น L^2/T และมีหน่วยคือ m^2/s หรือ ft^2/sec

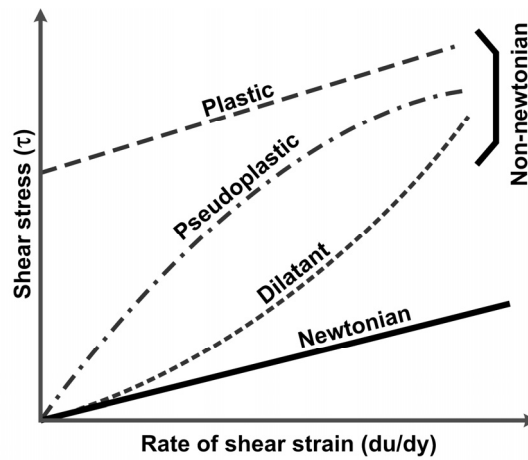


รูปที่ 1.5 ความหนืดคิเนมาติก (Kinematic Viscosity) ของของไหลที่อุณหภูมิต่างๆ

สำหรับของไหลที่มีพฤติกรรมเป็นไปตามสมการความหนืดของนิวตัน หรือของไหลที่มีความหนืดคงที่เมื่อไม่ว่า dv/dy จะเปลี่ยนแปลงเท่าไรนั้น เราจะเรียกของไหลชนิดนี้ว่า ของไหลนิวโทเนียน (Newtonian fluid)

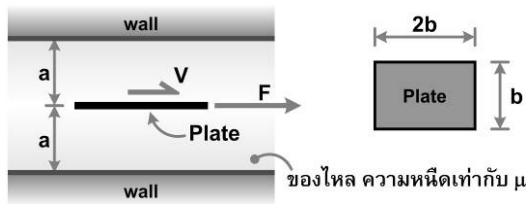
ส่วนของไหลที่มีพฤติกรรมไม่เป็นไปตามสมการความหนืดของนิวตัน หรือของไหลที่มีความหนืดไม่คงที่เมื่อ dv/dy เปลี่ยนแปลงไปนั้น เราจะเรียกของไหลชนิดนี้ว่า ของไหลนอนนิวโทเนียน (Non-Newtonian fluid) ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภทดังนี้

- 1) ของไหลประเภทไดลาแทน (Dilatant fluid) ความหนืดจะเพิ่มขึ้น เมื่อแรงเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น
- 2) ของไหลประเภทสื่อดพลาสติก (Pseudoplastic fluid) ความหนืดจะลดลง เมื่อแรงเค้นเฉือนเพิ่มขึ้น
- 3) ของไหลประเภทพลาสติก (Plastic fluid) พฤติกรรมจะเหมือนของแข็งในระยะเริ่มต้น แต่เมื่อถูกแรงเค้นเฉือนกระทำจนถึงจุดคราก (yield) คุณสมบัติจะเปลี่ยนเป็นของไหลแบบ Newtonian

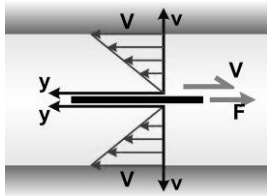


รูปที่ 1.6 ความสัมพันธ์ระหว่าง τ กับ (dv/dy) สำหรับของไหลประเภทต่างๆ

ตัวอย่างที่ 1.4 จากรูปแผ่น plate เคลื่อนที่อยู่ในรางที่บรรจุของไหลที่มีค่าความหนืด เท่ากับ μ จงหาขนาดของแรงจุด (F) ที่ทำให้ plate เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ v (สมมติให้การกระจายความเร็วเป็นเส้นตรง)



วิธีทำ พิจารณาการกระจายตัวของความเร็วเป็นเส้นตรง ได้ดังนี้



$$\text{จากรูปจะได้ } \frac{dv}{dy} = \frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{(v-0)}{(a-0)} = \frac{v}{a}$$

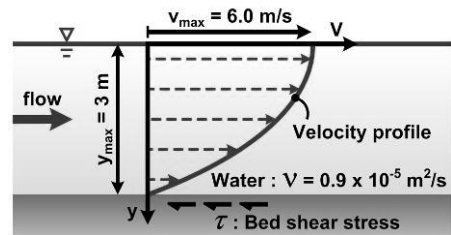
$$\tau = \mu \left(\frac{dv}{dy} \right) \rightarrow \tau = \mu \left(\frac{v}{a} \right)$$

จาก $F = \tau A$ โดยที่ A = พื้นที่รับ τ (ข้อนี้มี 2 ด้าน)

$$A = 2(2b \times b) = 4b^2$$

$$\text{จาก } F = \tau A \quad F = \left[\mu \frac{v}{a} \right] \times (4b^2) \quad \rightarrow F = \frac{4\mu vb^2}{a} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 1.5 จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในทางน้ำเปิด มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป parabola ความเร็วสูงสุดที่ผิวน้ำวัดได้ 6 m/s ความลึกของน้ำเท่ากับ 3 m จงหาความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณท้องน้ำ



วิธีทำ

รูปทั่วไปของสมการ Parabola คือ

$(v-k) = C(y-h)^2$; เมื่อ (h,k) คือจุดยอดของ parabola

จากรูปจุดยอดของ parabola อยู่ที่ผิวน้ำ $y = 0$; $v = 6$

$$\therefore h = 0 \text{ m} \quad k = 6 \text{ m/s}$$

$$\text{แทนค่าได้ } (v-6) = C(y-0)^2$$

พิจารณาที่ท้องน้ำ $y = 3$; $v = 0$

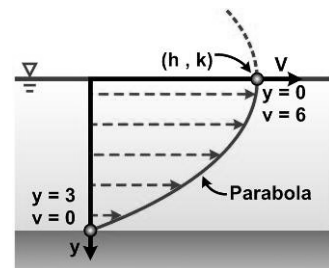
$$\text{แทนค่าจะได้ } (0-6) = C(3)^2 \rightarrow C = -(6/9) = -(2/3)$$

จะได้สมการการกระจายตัวของความเร็วที่ความลึกต่างๆ ดังนี้ $v = 6 - \frac{2}{3}y^2$

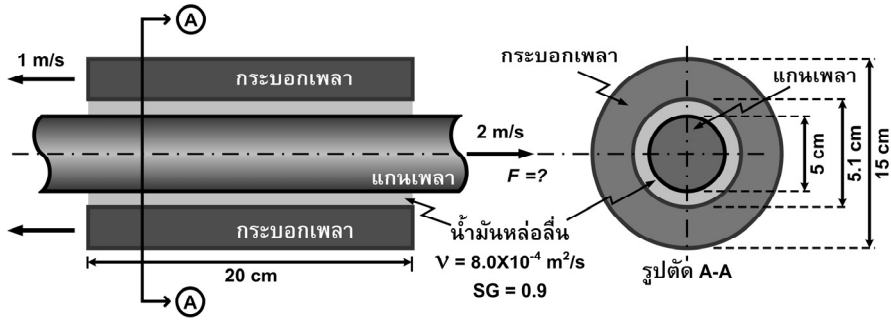
$$\therefore \Rightarrow \frac{dv}{dy} = -\frac{4}{3}y \quad \text{ที่ท้องน้ำ } y = 3 \rightarrow \frac{dv}{dy} = -\frac{4}{3}(3) = -4 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{จาก } \mu = \nu \times \rho = (9 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}) \times (1000 \text{ kg/m}^3) = 0.009 \text{ kg/s m (หรือ N s/m}^2)$$

$$\text{จาก } \tau = \mu \left(\frac{dv}{dy} \right) = (0.009 \text{ N s/m}^2)(4 \text{ s}^{-1}) = 0.036 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$



ตัวอย่างที่ 1.6 ระบบเพลามีขนาด และทิศทางการเคลื่อนที่ดังรูป ถ้ากระบอกลูกเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 ม./วินาที และเพลาคือเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 ม./วินาที จงหาแรงที่กระทำกับเพลานี้ (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วมีลักษณะเป็นเส้นตรง)

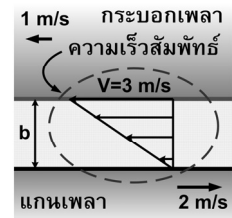


วิธีทำ พิจารณาจาก $\tau = \mu \frac{dv}{dy} = \mu \frac{V}{b}$

$$\mu = \nu \rho = \nu (SG) \rho_w = (8 \times 10^{-4}) (0.9) (1,000) = 0.72 \frac{\text{kg}}{\text{s} \cdot \text{m}} \left(\text{หรือ} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right)$$

$$\tau = \mu \frac{V}{b} = (0.72) \frac{(3)}{(0.0005)} = 4.32 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$F = \tau A = \tau (\pi D L) = (4.32) [(\pi \times 0.05) \times (0.20)] = 135.7 \text{ N} \quad \underline{\text{Ans}}$$



1.5.6 ความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล (Compressibility)

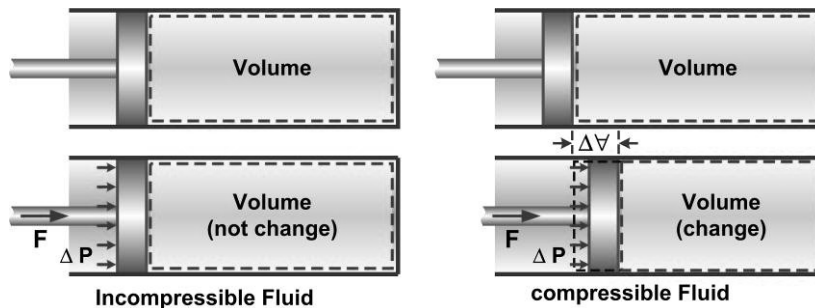
ในสภาพความเป็นจริงสารทุกชนิดจะมีความยืดหยุ่น นั่นหมายความว่าสารสามารถขยายตัวหรือหดตัวภายใต้สภาวะที่ต่างกันได้ ซึ่งในของไหล เมื่อถูกบีบอัด (มีการเปลี่ยนแปลงความดัน) ปริมาตรของของไหลจะเปลี่ยนแปลงไป ส่งผลให้ความหนาแน่นเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ความสามารถในการเปลี่ยนแปลงปริมาตรนี้ถูกเรียกว่า Compressibility ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัวของของไหลแต่ละชนิด โดยจะเปรียบได้กับค่าความยืดหยุ่นในของแข็ง (Modulus) แต่ในของเหลวนั้นค่าความยืดหยุ่น (ความสามารถในการบีบอัดตัว) จะอยู่ในรูปของค่า “Bulk Modulus” (k) โดยหาได้จาก

$$k = - \left(\frac{dp}{d\frac{\Delta V}{V}} \right) \text{ ----- (1.5)}$$

- เมื่อ dp = การเปลี่ยนแปลงความดัน
- $d\Delta V$ = การเปลี่ยนแปลงปริมาตร
- V = ปริมาตร

ในวิชากลศาสตร์ของของไหล หากพิจารณาความสามารถในการบีบอัดตัวของของไหล เราจะสามารถจำแนกของไหลออกเป็น 2 ประเภทคือ

- ของไหลที่บีบอัดตัวไม่ได้ หรือบีบอัดตัวได้น้อยมาก (Incompressible fluid) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของความดัน ความหนาแน่นของของไหลประเภทนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนสามารถละทิ้งได้ ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะ ของเหลว
- ของไหลที่บีบอัดตัวได้ (Compressible fluid) คือของไหลที่มีความหนาแน่นไม่คงที่เมื่อความดันเปลี่ยนแปลงไป ของไหลประเภทนี้ส่วนใหญ่อยู่ในสถานะ ก๊าซ



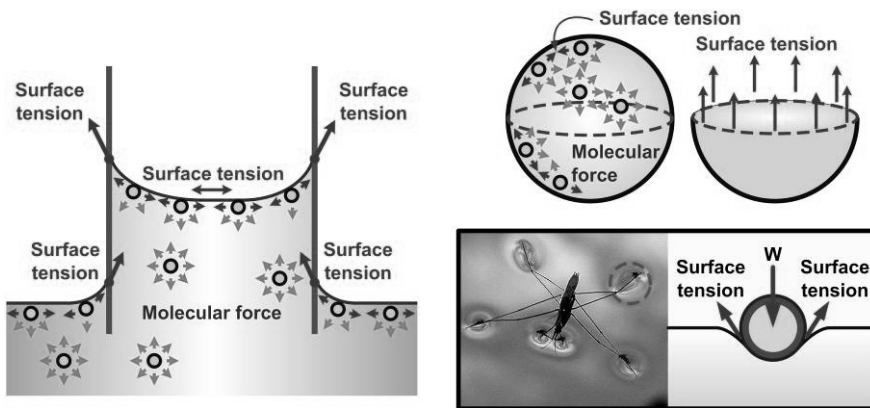
รูปที่ 1.7 ความแตกต่างระหว่าง Incompressible fluid กับ Compressible fluid

1.5.7 แรงตึงผิว (Surface tension)

แรงตึงผิว คือแรงที่เกิดจากการปรับสภาพสมดุลของแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของเหลวที่อยู่บริเวณผิว หรือแรงที่เกิดขึ้นบริเวณขอบของผิวอิสระของของเหลวกับวัตถุที่อยู่ติดกัน ซึ่งจะเกิดกับของไหลที่อยู่ในสถานะของเหลวเท่านั้น

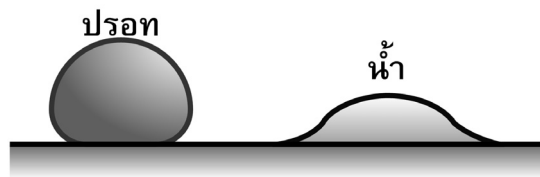
$$F_s = \sigma L_w \quad \text{----- (1.5)}$$

เมื่อ F_s = แรงตึงผิว (N)
 σ = ความตึงผิว หรือ หน่วยแรงตึงผิว (N/m)
 = (แรงตึงผิวต่อความยาวขอบผิวอิสระ)
 L_w = ความยาวเส้นขอบผิวอิสระ (m)



รูปที่ 1.8 ตัวอย่างปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับแรงตึงผิว

เหตุใด ฐานของหยดน้ำกับหยดปรอทที่อยู่บนพื้นจึงแตกต่างกัน



รูปที่ 1.9 ลักษณะรูปร่างของหยดปรอท และน้ำ ที่อยู่บนพื้น

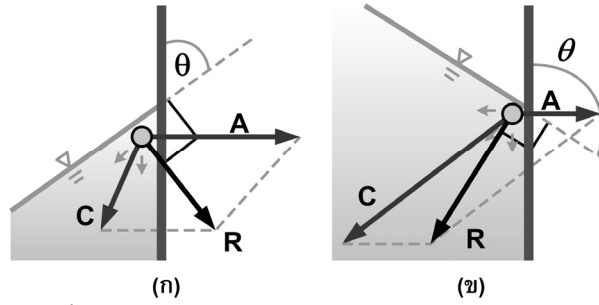
เพื่อให้เข้าใจถึงเหตุผล จึงจำเป็นต้องกล่าวถึงแรงอีก 2 ชนิดคือ

แรงยึดติด (A) คือแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของไหล กับผนังภาชนะ

แรงเชื่อมแน่น (C) คือแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอนุภาคของของไหลด้วยกันเอง

โดยผิวของไหลจะตั้งฉากกับทิศทางของผลรวมของแรงทั้ง 2 เสมอ

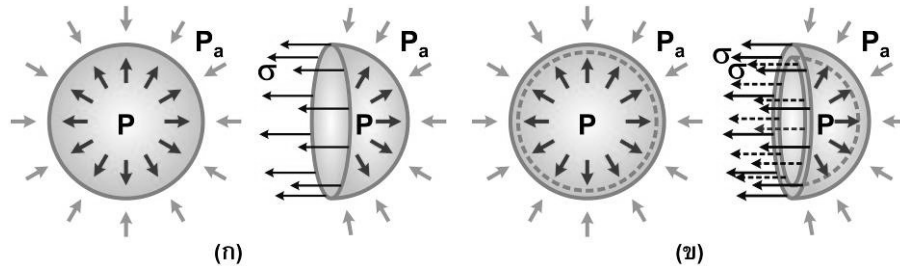
พิจารณาอนุภาคที่ขอบของผิวอิสระหากแรงเชื่อมแน่นมีค่าน้อย แรงยึดติดมาก แรงรวมจึงมีทิศทางเฉเข้าหาภาชนะดังรูป 1.10 (ก) ส่งผลให้มุมสัมผัส (θ) จึงมีค่าน้อย เช่นเดียวกับหยดน้ำ แรงเชื่อมแน่นมีค่าน้อย ในขณะที่เดียวกันแรงยึดติดมีค่ามาก ฐานของหยดจึงมีลักษณะแผ่กระจายออกเมื่อสัมผัสกับพื้นผิววัตถุ



รูปที่ 1.10 ลักษณะการเกิดแรงบริเวณขอบของผิวอิสระ

ในทางตรงกันข้าม หากแรงเชื่อมแน่นมีค่ามาก แรงยึดติดน้อย ผลรวมของแรงทั้งสองจะมีทิศทางเฉเข้าหาของไหลดังรูป 1.10 (ข) จึงส่งผลให้มุมสัมผัส (θ) จะมีค่ามาก เช่นเดียวกับหยดปรอท ซึ่งมีค่าแรงเชื่อมแน่นสูงมาก รูปร่างของหยดจึงมีลักษณะจับตัวเป็นเม็ดได้ดีกว่าน้ำ

เหตุใด ขนาดหยดของของไหลจึงเล็กกว่าฟองของของไหลนั้นเสมอ



รูปที่ 1.11 ลักษณะของแรงที่เกิดแรงบริเวณขอบของหยด และฟอง

- กำหนดให้ P คือความดันภายใน หยด หรือ ฟอง
- P_a คือความดันภายนอก หยด หรือ ฟอง
- r คือรัศมีของ หยด หรือ ฟอง

พิจารณาผลรวมของแรงที่เกิดขึ้นกับหยดของไหล ดังรูปที่ 1.11 (ก) จะได้ว่า

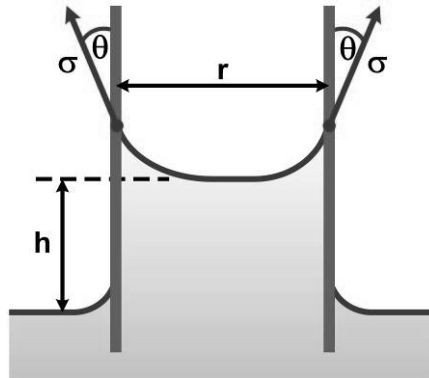
$$\begin{aligned}
 F_s &= P(\pi r^2) - P_a(\pi r^2) \\
 \sigma(2\pi r) &= (P - P_a)(\pi r^2) \\
 r &= \frac{2\sigma}{(P - P_a)} \quad \text{----- (1.6)}
 \end{aligned}$$

พิจารณาผลรวมของแรงที่เกิดขึ้นกับฟองของไหล ดังรูปที่ 1.11 (ข) ถ้าให้ความหนาของผิวฟองมีค่าน้อยมาก รัศมีภายในประมาณกับรัศมีภายนอก หรือเท่ากับ r จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 F_s &= P(\pi r^2) - P_a(\pi r^2) \\
 2\sigma(2\pi r) &= (P - P_a)(\pi r^2) \\
 r &= \frac{4\sigma}{(P - P_a)} \quad \text{----- (1.7)}
 \end{aligned}$$

จากสมการที่ 1.6 และ 1.7 จะเห็นได้ว่า ถ้าผลต่างของความดันภายในกับภายนอกมีค่าเท่ากัน รัศมีของฟองจะมากกว่าหยดถึง 4 เท่า หรือสามารถสรุปได้ว่าขนาดของฟองของของไหลจะใหญ่กว่าหยดของของไหลเสมอ

Capillarity เป็นปรากฏการณ์ทางธรรมชาติที่ของไหลในบริเวณที่สัมผัสกับวัตถุจะยกตัวสูงขึ้น หรือลดต่ำลง ซึ่งเป็นผลมาจากอิทธิพลของแรงตึงผิว ปรากฏการณ์นี้จะเกิดขึ้นบริเวณช่องว่างแคบๆ เช่นหลอดขนาดเล็กๆ หรือช่องว่างระหว่างเม็ดดิน เป็นต้น



รูปที่ 1.12 ปรากฏการณ์ Capillarity

กรณีของหลอดกลม
$$h = \frac{2\sigma(\cos \theta)}{\gamma r} \quad \text{----- (1.8)}$$

เมื่อ r = เส้นผ่าศูนย์กลางหลอด และ θ = มุมสัมผัสระหว่างผนังกับผิวอิสระของของเหลว

ตารางที่ 1.4 คุณสมบัติของน้ำที่อุณหภูมิต่างๆ

Temp (°C)	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (N/m ³)	Specific Gravity 4°C reference	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻³ N-s/m ²)	Kinematic Viscosity ν ; (x10 ⁻⁶ m ² /s)	Surface Tension σ ; (x10 ⁻² N/m)	Vapor Pressure P_v ; (m)	Bulk Modulus k ; (x10 ⁷ N/m ²)
0 (liquid)	999.9	9805	0.999	1.792	1.792	7.62	0.06	204
10	999.7	9803	0.999	1.308	1.308	7.48	0.12	211
20	998.2	9789	0.998	1.005	1.007	7.36	0.25	220
25	997.1	9779	0.997	0.894	0.897	7.26	0.33	222
30	995.7	9767	0.996	0.801	0.804	7.18	0.44	223
40	992.2	9737	0.993	0.656	0.661	7.01	0.76	227
50	988.1	9697	0.988	0.549	0.556	6.82	1.26	230
60	983.2	9658	0.985	0.469	0.477	6.68	2.03	228
70	977.8	9600	0.979	0.406	0.415	6.50	3.20	225
80	971.8	9557	0.974	0.357	0.367	6.30	4.86	221
90	965.3	9499	0.968	0.317	0.328	6.12	7.18	216
100	958.4	9438	0.962	0.284	0.296	5.94	10.33	207

บทที่ 2 ของไหลสถิต

ของไหลสถิต (Fluid Statics) คือของไหลที่อยู่นิ่ง ไม่มีการไหล และไม่มีการเคลื่อนที่ระหว่างชั้นของของไหล ซึ่งนั่นหมายความว่าไม่เกิดผลเนื่องจากแรงเค้นเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหล ดังนั้นอนุภาคของของไหลจึงได้รับผลกระทบจากความดัน และแรงโน้มถ่วงของโลกเท่านั้น

ในบทนี้จะเป็นการศึกษาถึงพฤติกรรมพื้นฐานของความดันในของไหลสถิต เช่น แรงดันของของไหลที่กระทำกับโครงสร้างต่างๆ แรงที่กระทำกับวัตถุที่ลอยอยู่ในของไหล หรือ แรงดันของของไหลที่กระทำกับผนังภาชนะในกรณีที่ภาชนะมีการเคลื่อนที่ เป็นต้น ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการวิเคราะห์ปัญหาด้านวิศวกรรมต่างๆ ต่อไป

2.1 ความดัน (Pressure)

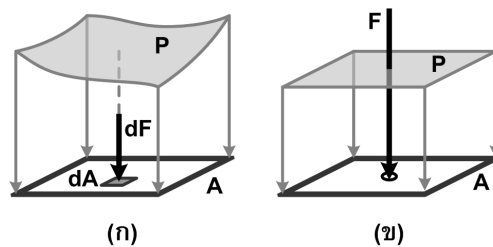
ความดัน หมายถึง แรงที่กระทำในหนึ่งหน่วยพื้นที่ (มิติคือ FL^{-2} หรือ $ML^{-1}T^{-2}$) ดังนั้นถ้า dF คือแรงที่กระทำบนพื้นที่เล็กๆ dA บนพื้นที่ A ความดันจะมีค่าเป็น

$$P = \frac{dF}{dA} \quad \text{----- (2.1)}$$

แต่ถ้าความดันที่กระทำมีค่าสม่ำเสมอเท่ากันทั้งพื้นที่ A ความดันจะมีค่าเป็น

$$P = \frac{F}{A} \quad \text{----- (2.2)}$$

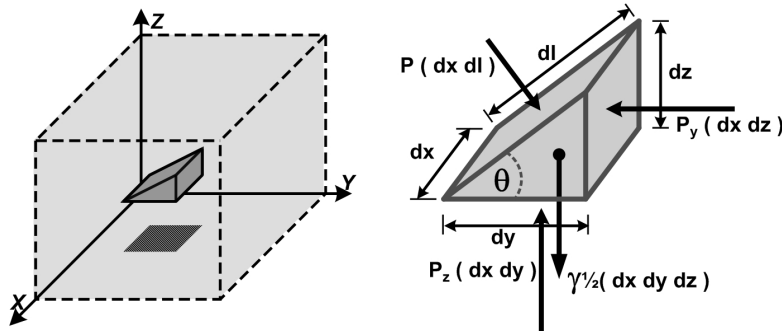
หน่วยของความดันในระบบ SI คือ นิวตัน/ตารางเมตร (N/m^2)



รูปที่ 2.1 ลักษณะของความดันที่กระทำบนพื้นที่

2.1.1 ความดันที่จุดใด ๆ ในของไหล (Pressure at a point in fluid)

หากพิจารณาก้อนของไหลรูปสามเหลี่ยมขนาดเล็กมากในของไหลที่อยู่หนึ่งไม่มีการเคลื่อนที่ และไม่มีการไหล ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แรงต่างๆ ที่กระทำกับก้อนของไหลของไหล

จากสมการการเคลื่อนที่ของ นิวตัน $\sum F = ma$ พิจารณาเฉพาะในทิศทางตามแนวแกน Y จะได้ว่า

$$P_y (dx dz) - P(dx dl (\sin \theta)) = \rho \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) a_y$$

หากพิจารณาจากก้อนวัตถุ $dl(\sin \theta) = dz$ ดังนั้น

$$P_y (dx dz) - P(dx dz) = \rho \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) a_y$$

$$P_y - P = \rho \left(\frac{1}{2} dy \right) a_y$$

เนื่องจากลิมิตมีขนาดเล็กมาก จึงทำให้ dy มีค่าเข้าใกล้ 0 ส่งผลให้ $\rho \left(\frac{1}{2} dy \right) a_y = 0$ ในที่สุดจะได้

$$P_y = P \quad \text{----- (2.3)}$$

ในทำนองเดียวกัน หากพิจารณาเฉพาะในทิศทางตามแนวแกน Z จะได้ว่า

$$P_z (dx dy) - P(dx dl (\cos \theta)) - \gamma \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) = \rho \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) a_z$$

หากพิจารณาจากก้อนวัตถุ $dl(\cos \theta) = dy$ ดังนั้น

$$P_z (dx dy) - P(dx dy) - \gamma \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) = \rho \left(\frac{1}{2} dx dy dz \right) a_z$$

$$P_z - P = \rho \left(\frac{1}{2} dz \right) a_z + \gamma \left(\frac{1}{2} dz \right)$$

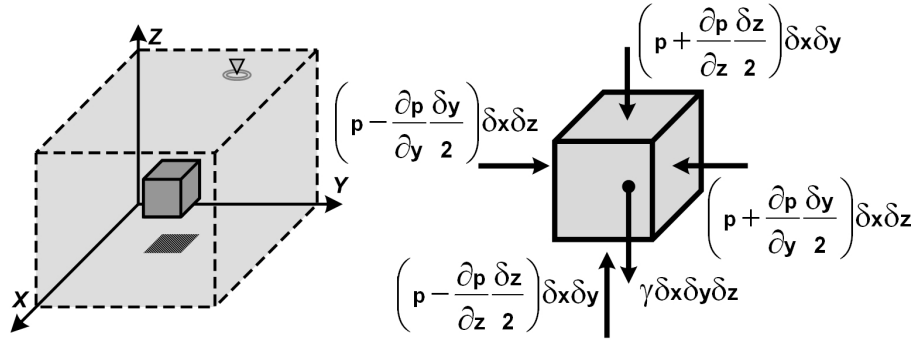
เนื่องจากลิมิตมีขนาดเล็กมาก จึงทำให้ dz มีค่าเข้าใกล้ 0 ส่งผลให้ $\rho \left(\frac{1}{2} dz \right) a_z = 0$ ในที่สุดจะได้

$$P_z = P \quad \text{----- (2.4)}$$

จากสมการที่ 2.3 และ 2.4 สามารถสรุปได้ว่า **“ในของไหลที่อยู่ในสภาพหยุดนิ่งไม่มีการไหล ที่จุดใด ๆ ความดันของของไหลจะมีขนาดเท่ากันในทุกทิศทาง”** ซึ่งหลักการนี้เรียกว่า กฎของปาสกาล (Pascal's law) ความดันนี้เรียกว่า “Static Pressure”

2.1.2 การเปลี่ยนแปลงความดันในของไหลสถิต (Variation of pressure in static fluid)

พิจารณาก่อนอนุภาคของไหลทรงลูกบาศก์ที่มีขนาดเล็กมากดังรูป 2.3 กำหนดให้ความดันที่จุดศูนย์กลางมีค่าเท่ากับ P และเนื่องจากการไม่มีการไหล ดังนั้นแรงที่เกี่ยวข้องของจึงมีเพียงแรงที่เกิดจากความดัน และแรงโน้มถ่วงเท่านั้น



รูปที่ 2.3 แรงดันที่กระทำบนระนาบต่างๆ ของของไหล

หากพิจารณาเฉพาะแกน Y ผลรวมของแรงภายนอกจะเท่ากับ

$$\delta F_y = \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\delta y}{2} \right) \delta x \delta z$$

$$\delta F_y = -\frac{\partial p}{\partial y} (\delta x \delta y \delta z) \quad \text{----- (2.5)}$$

ในลักษณะเดียวกับแกน Y หากพิจารณากับแกน X จะ ได้

$$\delta F_x = -\frac{\partial p}{\partial x} (\delta x \delta y \delta z) \quad \text{----- (2.6)}$$

$$\delta F_z = -\frac{\partial p}{\partial z} (\delta x \delta y \delta z) \quad \text{----- (2.7)}$$

จากสมการที่ 2.5 2.6 และ 2.7 เมื่อพิจารณาผลรวมแรงภายนอกในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\delta \vec{F}_s = \delta F_x \vec{i} + \delta F_y \vec{j} + \delta F_z \vec{k}$$

$$\delta \vec{F}_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \right) (\delta x \delta y \delta z) \quad \text{----- (2.8)}$$

พิจารณาการเปลี่ยนแปลงความดันในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} \right) \quad \text{----- (2.9)}$$

จากสมการที่ 2.8 และ 2.9 ดังนั้นผลรวมของแรงภายนอกทั้ง 3 แกนจะมีค่าเท่ากับ

$$\delta \vec{F}_s = -\nabla p (\delta x \delta y \delta z) \quad \text{----- (2.10)}$$

พิจารณาน้ำหนักของก้อนน้ำในรูปเวกเตอร์ จะได้

$$-\delta w \bar{k} = -\gamma(\delta x \delta y \delta z) \bar{k} \quad \text{----- (2.11)}$$

จากสมการการเคลื่อนที่ของ นิวตัน $\sum \bar{F} = m \bar{a}$

$$\delta \bar{F}_s - \delta w \bar{k} = \rho(\delta x \delta y \delta z) \bar{a} \quad \text{----- (2.12)}$$

แทนค่าสมการ 2.10 และ 2.11 ในสมการที่ 2.12

$$-\nabla \bar{p}(\delta x \delta y \delta z) - \gamma(\delta x \delta y \delta z) \bar{k} = \rho(\delta x \delta y \delta z) \bar{a}$$

$$\boxed{-\nabla \bar{p} - \gamma \bar{k} = \rho \bar{a}} \quad \text{----- (2.13)}$$

สมการที่ 2.13 เรียกว่า “สมการการแปรผันความดันของของไหลที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ในกรณีที่ไม่เกิดแรงเค้นเฉือนภายในของไหล” ในกรณีที่มีความเร่งแต่ไม่มีความเค้นเฉือนคือ ของไหลมีความเร่งแต่ไม่มีการไหล ตัวอย่างเช่น ของไหลที่อยู่ในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง เป็นต้น

ในกรณีของไหลไม่มีการเคลื่อนที่และไม่มีการไหล (ภาชนะไม่เคลื่อนที่) ความเร่งจะเท่ากับ 0 สมการ 2.13 จะเปลี่ยนเป็น

$$\begin{aligned} -\nabla \bar{p} - \gamma \bar{k} &= 0 \\ -\left(\frac{\partial p}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \bar{k}\right) - \gamma \bar{k} &= 0 \end{aligned} \quad \text{----- (2.14)}$$

พิจารณาเฉพาะแกน X จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \bar{i}\right) = 0 \quad \text{----- (2.15)}$$

พิจารณาเฉพาะแกน Y จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial y} \bar{j}\right) = 0 \quad \text{----- (2.16)}$$

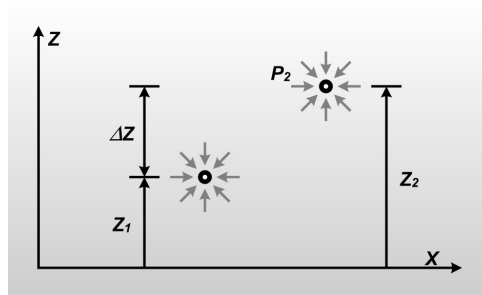
จากสมการที่ 2.15 และ 2.16 จะเห็นได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของความดันเมื่อเทียบกับระยะทางตามแกน X และ Y จะเท่ากับ 0 ซึ่งนั่นหมายความว่า ไม่มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวระดับ หรือสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า “ในของไหลที่ระดับเดียวกันจะมีความดันเท่ากัน”

หากพิจารณาในแนวแกน Z จะได้

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{\bar{k}} = -\gamma \bar{k}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\gamma \quad \text{----- (2.17)}$$

จากสมการที่ 2.17 จะเห็นได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของความดันเมื่อเทียบกับระยะทางตามแกน Z จะไม่เท่ากับ 0 ซึ่งนั่นหมายความว่า มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวตั้ง หรือสามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า **“ในของไหลที่ระดับต่างกันความดันจะไม่เท่ากัน”**



รูปที่ 2.4 ความแตกต่างของความดันระหว่างจุดสองจุด

การหาความแตกต่างของความดันระหว่างจุดสองจุดทำได้โดย

จากสมการที่ 2.17

$$dP = -\gamma dz$$

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$P_2 - P_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$$

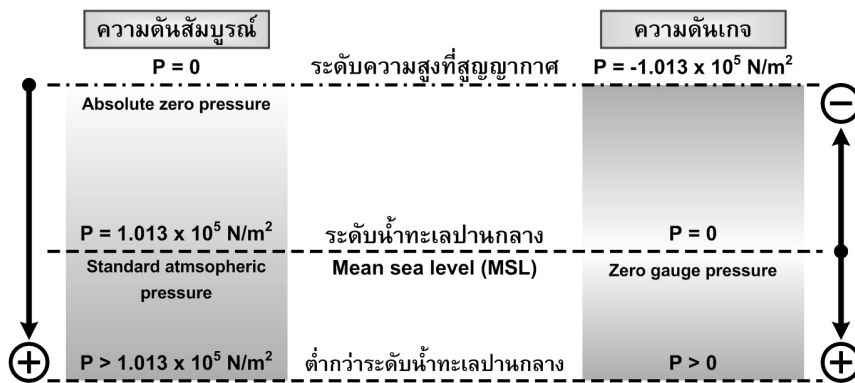
$$\boxed{\Delta P = -\gamma \Delta z} \quad \text{----- (2.18)}$$

จากสมการที่ 2.18 แสดงว่าในของไหลความดันจะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อ Δz เป็น ลบ หรือค่าระดับต่ำลง ในทางตรงกันข้าม ความดันจะลดต่ำลงเมื่อ Δz เป็น บวก หรือ ค่าระดับเพิ่มขึ้น จากผลที่ได้สามารถอธิบายปรากฏการณ์ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันได้ตัวอย่างเช่น เมื่อเราเดินทางขึ้นที่สูงความดันภายนอกจะลดต่ำลง อากาศภายในแก้วหูซึ่งมีความดันมากกว่าจะดันแก้วหูออกด้านนอกทำให้เรารู้สึกหูอื้อ หรือ เมื่อเราว่ายน้ำแล้วดำลงไปใต้น้ำความดันภายนอกจะเพิ่มขึ้น แก้วหูจะถูกดันเข้าภายใน เนื่องจากอากาศภายในแก้วหูมีความดันต่ำกว่า ทำให้เรารู้สึกหูอื้อเช่นกัน ด้วยเหตุนี้เอง ในงานด้านวิศวกรรม จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเข้าใจถึงพฤติกรรมของความดัน และแรงต่างๆ ที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากความดัน

2.1.3 การวัดความดัน (Measurement of Pressure)

การวัดความดันของของไหล มีมาตรฐานที่ใช้กันทั่วไปอยู่ 2 มาตรฐานคือ

- ความดันสัมบูรณ์ (Absolute pressure) คือความดันที่เปรียบเทียบกับ ความดันศูนย์สัมบูรณ์ (absolute zero pressure) หรือความดันที่เปรียบเทียบกับที่สูญญากาศ ดังนั้นความดันสัมบูรณ์จึงมีค่าเป็นบวกเสมอ
- ความดันเกจ หรือความดันมาตร (Gauge Pressure) คือความดันที่เปรียบเทียบกับ ความดันบรรยากาศ จุดใดจุดหนึ่ง ซึ่งโดยทั่วไปจะเปรียบเทียบกับความดันบรรยากาศที่ ระดับน้ำทะเลปานกลาง (mean sea level : MSL) หรือกำหนดให้ความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง มีค่าเท่ากับ 0



รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างระดับความสูง กับความดันสัมบูรณ์ และความดันเกจ

2.1.4 หน่วยของความดัน (Pressure Units)

เนื่องจากความดันคือแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังนั้นหน่วยของความดันจึงอยู่ในรูป หน่วยของแรง ต่อ หน่วยของพื้นที่ เช่น ในระบบ SI ความดันจะมีหน่วยเป็น นิวตันต่อตารางเมตร (N/m²) นอกจากนี้ความดันยังสามารถระบุได้ในอีกหลายลักษณะดังนี้

- ระบบ SI หน่วยของความดันคือ
 - ปาสคาล (Pa) ซึ่งมีค่าเท่ากับ นิวตันต่อตารางเมตร (N/m²)
 - เมตรของน้ำ หรือมิลลิเมตรปรอท (m of water ; mm.Hg)
 - บาร์ (bar) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 10⁵ นิวตันต่อตารางเมตร (10⁵ N/m²)
- ระบบ BG หน่วยของความดันคือ
 - ปอนด์ / ตารางนิ้ว (psi = lb / in²)
 - ฟุตของน้ำ หรือ นิ้วของปรอท (ft of water ; in.Hg)

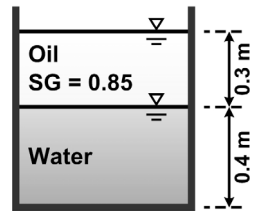
* ส่วนหน่วย **atm** มาจากคำว่า หน่วยความดันบรรยากาศมาตรฐาน (Standard atmospheric pressure) คือหน่วยที่มีช่วงกว้างเท่ากับค่าเฉลี่ยของความดันบรรยากาศที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง ดังนั้นที่ระดับน้ำทะเลปานกลางจึงมีความดันเท่ากับ 1 atm (1.013×10⁵ N/m²)

1 atm	= 1.013×10 ⁵ N / m ² (Pa)	= 14.7 lb / in ² (psi)
	= 1.013 bar (1bar = 10 ⁵ Pa)	
	= 760 mm.Hg	= 29.9 in. Hg
	= 10.33 m of Water	= 33.9 ft of Water

ตัวอย่างที่ 2.1 จากรูป ถังทรงกระบอกใบหนึ่งบรรจุของเหลว 2 ชนิดอยู่ภายใน จงหา

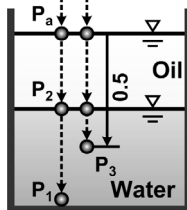
- ความดันเกจที่ก้นถัง และที่ความลึก 0.5 ม.
- ความดันสัมบูรณ์ที่ก้นถัง และที่ความลึก 0.5 ม.

กำหนดให้ความดันอากาศ $P_a = 1 \text{ atm}$



วิธีทำ

พิจารณาจากรูป



$$P_1 = P_2 + \gamma_w(h_1 - h_2)$$

$$P_2 = P_a + \gamma_{oil}(h_2 - 0)$$

$$P_a = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\begin{aligned} \therefore P_2 &= (1.013 \times 10^5) + (0.85\gamma_w)(0.3 - 0) \\ &= 103801.6 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

$$P_1 = 103801.6 + \gamma_w(0.4)$$

$$P_1 = 107725.6 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

ความดันสัมบูรณ์ที่ก้นถัง

$$P_3 = P_2 + \gamma_w(h_3 - h_2) = 103801.6 + \gamma_w(0.2)$$

ความดันสัมบูรณ์ที่ความลึก 0.5 m

$$P_3 = 105763.6 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

ความดันเกจที่ก้นถัง

$$= 107725.6 - 101300$$

$$= 6425.6 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

ความดันเกจที่ความลึก 0.5 ม.

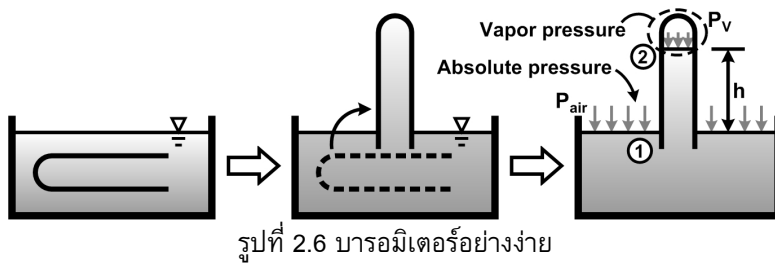
$$= 105763.6 - 101300$$

$$= 4463.6 \text{ N/m}^2 \quad \underline{\text{Ans}}$$

2.1.5 อุปกรณ์วัดความดัน (Pressure gauge)

2.1.5.1 บารอมิเตอร์ (Barometer)

บารอมิเตอร์ เป็นอุปกรณ์วัดความดัน “บรรยากาศ” ซึ่งอาศัยหลักการของการเปลี่ยนแปลงความดันของของไหล มีหลักการทำงานดังรูปที่ 2.6 โดยบรรจุของไหลในหลอดปลายปิดด้านหนึ่งด้านและคว่ำปลายด้านที่เปิดลงในของเหลว (ส่วนใหญ่มักจะใช้ของเหลวที่มีความหนาแน่นสูง เช่น ปรอท) จากนั้นจะเกิดโพรงสุญญากาศขึ้นด้านบนของปลายด้านปิด ซึ่งความดันต่ำมากจนเกือบเป็นศูนย์ จึงทำให้ของไหลบริเวณนั้นกลายเป็นไอเพื่อเพิ่มความดัน (ความดันไอ) ให้กับช่องว่างดังกล่าวจนกระทั่งความดันภายในหลอดสมดุลกับความดันอากาศภายนอก เนื่องจากในช่วงเริ่มต้นของปรากฏการณ์ โพรงสุญญากาศไม่มีอะไรอยู่เลย จึงทำให้ค่าที่วัดได้นั้นคือความดันสัมบูรณ์ (absolute pressure)



รูปที่ 2.6 บารอมิเตอร์อย่างง่าย

จากรูป $P_{air} = P_v + \gamma_{ปรอท} h$
 แต่เนื่องจากปรอทมี $P_v = 0.000023 \text{ lb/in}^2$ ซึ่งถือว่าน้อยมาก ดังนั้น

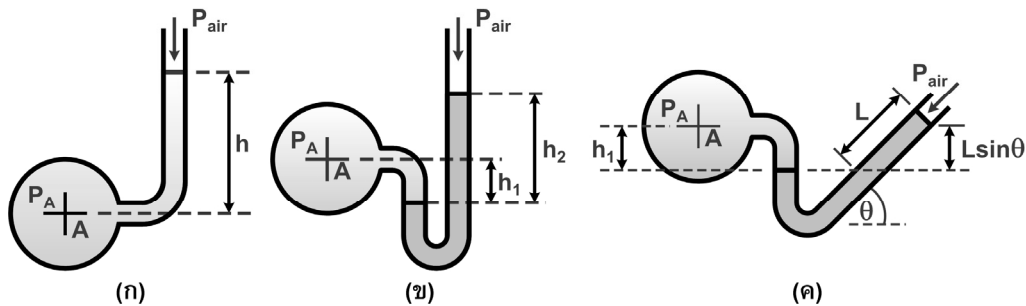
$$P_{air} = \gamma_{ปรอท} h \quad \text{----- (2.19)}$$

บางครั้งอาจบอกค่าความดันอยู่ในรูปของความสูงของปรอท (มิลลิเมตรปรอท : mm.Hg) นั้นหมายความว่า จะต้องนำค่าความสูงที่ระบุไปคูณกับน้ำหนักจำเพาะของปรอทจึงจะได้ค่าความดัน

2.1.5.2 มาโนมิเตอร์ (Manometer)

มาโนมิเตอร์ เป็นอุปกรณ์วัดความดัน ที่อาศัยหลักการของการความแตกต่างระหว่างความดันของของไหลในภาชนะกับอากาศภายนอกภาชนะเช่นเดียวกับ barometer แต่จะแตกต่างกันตรงที่ความดันที่วัดได้จะเป็นความดันเกจ (gauge pressure)

เนื่องจากมาโนมิเตอร์ มีหลายแบบ ในที่นี้จะยกตัวอย่างเพียง 3 แบบคือ



รูปที่ 2.7 บีโซมิเตอร์ มาโนมิเตอร์รูปตัว U และมาโนมิเตอร์แบบเอียง

- ปิโซมิเตอร์ (Piezometer) เป็นอุปกรณ์วัดความดัน ที่มีหลักการง่ายที่สุดคือ นำท่อที่มีปลายเปิดสู่อากาศ ไปติดตั้ง ณ จุดที่ต้องการวัดความดัน ดังรูปที่ 2.7 (ก)

$$\text{ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = \gamma h \quad \text{-----} \quad (2.20)$$

$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = P_{\text{air}} + \gamma h \quad \text{-----} \quad (2.21)$$

- มาโนมิเตอร์รูปตัว U (U-tube Manometer) ด้วยหลักการของ Piezometer หากจุดที่ต้องการวัดความดัน มีค่าความดันสูง และความหนาแน่นของของเหลวต่ำ จะทำให้ค่าความสูง (h) ที่อ่านได้ที่ค่าสูงมาก ซึ่งนั่นหมายความว่า หลอดวัดความดันที่ใช้จะต้องมีความยาวมากขึ้นตามไปด้วย ข้อจำกัดดังกล่าวสามารถแก้ไขได้โดย ดัดแปลงท่อวัดความดันให้เป็นรูปตัว U และใส่ของเหลวที่มีค่าความหนาแน่นสูงกว่าไว้ในหลอด ของเหลวดังกล่าวเรียกว่า Gage Fluid (เช่น ปรอท) ซึ่งจะทำให้ค่า h ที่อ่านได้ไม่สูงมากนัก ตัวอย่างดังรูปที่ 2.7 (ข)

$$\text{ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad \text{-----} \quad (2.22)$$

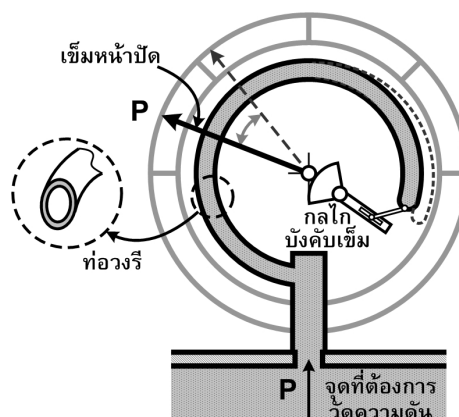
$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = P_{\text{air}} + \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad \text{-----} \quad (2.23)$$

- มาโนมิเตอร์แบบเอียง (Incline Tube Manometer) เป็น manometer ที่ดัดแปลงให้สามารถอ่านค่าความดันได้ละเอียดมากขึ้น โดยการเอียงหลอดวัดความดัน ตัวอย่างดังรูปที่ 2.7 (ค)

$$\text{ความดันเกจที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = \gamma_2 (L \sin \theta) - \gamma_1 h_1 \quad \text{-----} \quad (2.24)$$

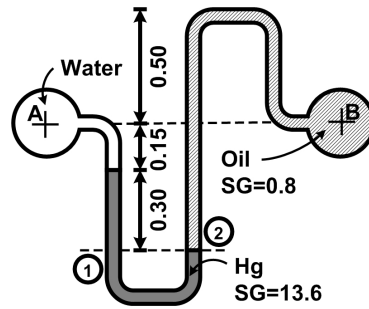
$$\text{ความดันสัมบูรณ์ที่จุด A มีค่าเท่ากับ} \quad P_A = P_{\text{air}} + \gamma_2 (L \sin \theta) - \gamma_1 h_1 \quad \text{-----} \quad (2.25)$$

- 2.1.5.3 มาตรวัดบุดอง (Bourdon gauge) เป็นมาตรวัดความดันเกจ ที่มีส่วนประกอบสำคัญคือ ท่อโลหะ กลวงหน้าตัดรูปวงรี ดัดโค้งเป็นรูปส่วนหนึ่งของวงกลม ปลายด้านหนึ่งปิดปล่อยเป็นอิสระ และเชื่อมต่อกับกลไกบังคับเข็มที่หน้าปัด ส่วนปลายอีกด้านตรึงแน่น และเชื่อมต่อกับจุดที่ต้องการวัดความดัน เมื่อความดันเพิ่มท่อวงรีจะพยายามเบ่งตัวทำให้ปลายอิสระเคลื่อนที่ทำให้เข็มที่หน้าปัด ขยับไปยังตำแหน่งที่บอกค่าของความดัน



รูปที่ 2.8 การทำงานของมาตรวัดบุดอง

ตัวอย่างที่ 2.2 จากรูป จงหาความดันที่จุด B เมื่อความดันที่จุด A มีค่าเท่ากับ 25 mm-Hg (ระยะมีหน่วยเป็น m)



วิธีทำ $1 \text{ mm-Hg} = (1 \times 10^{-3} \text{ m}) \text{SG}_{\text{Hg}} \gamma_w = 0.001 \times 13.6 \times 9810 = 133.4 \text{ Pa}$

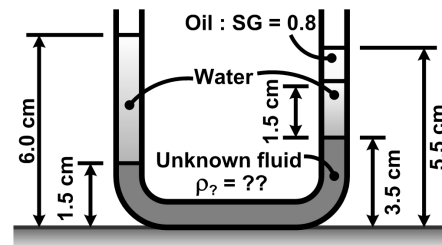
พิจารณาความดันที่จุด A

$$P_A = 25 \text{ mm.Hg} = 25 \times 133.4 = 3335.4 \text{ Pa} = 3.34 \text{ kPa}$$

หาความดันที่จุด B

$$\begin{aligned} P_B &= P_A + (0.15) \gamma_w + (0.30) \gamma_{\text{Hg}} - (0.45) \gamma_{\text{Oil}} \\ &= 3335.4 + (0.15) (9810) + (0.30) (13.6 \times 9810) - (0.45) (0.80 \times 9810) \\ &= 41.31 \times 10^3 \text{ Pa} = 41.31 \text{ kPa} \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.3 หลอดรูปตัว U บรรจุของเหลว 3 ชนิด คือ น้ำ น้ำมัน และของเหลวชนิดหนึ่งที่ไม่รู้จัก (Unknown fluid) ระดับของของเหลวทั้งสามชนิดมีลักษณะดังรูป จงหาความหนาแน่นของของเหลวดังกล่าว



วิธีทำ $0.045\gamma_w + 0.015\gamma - 0.035\gamma - 0.015\gamma_w - 0.005\gamma_{\text{Oil}} = 0$

$$(0.045 - 0.015)\gamma_w - 0.005(0.8)\gamma_w + (0.015 - 0.035)\gamma = 0$$

$$(0.03 - 0.004)\gamma_w = 0.02\gamma$$

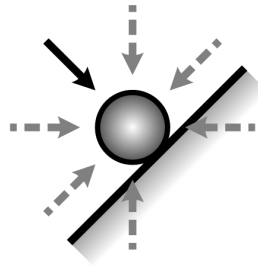
$$\gamma = 1.3\gamma_w$$

$$\rho = (\gamma/g) = (1.3\gamma_w)/g$$

$$= 1.3\rho_w = 1.3(1,000) = 1,300 \text{ kg/m}^3 \quad \underline{\text{Ans}}$$

2.2 แรงดันของของไหลบนพื้นที่ผิวเรียบ (Pressure Force on a Plane Surface)

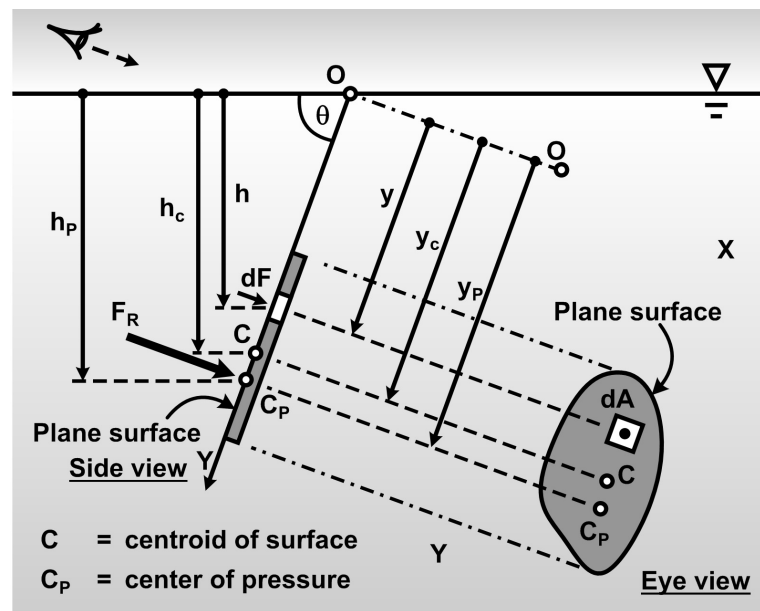
ในหัวข้อที่ผ่านมาเราได้กล่าวถึงความดันของของไหลสถิต (Static Pressure) ซึ่งเป็นหน่วยแรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ดังนั้นหากมีพื้นที่หรือพื้นที่มารองรับความดันดังกล่าว จะเกิดหน่วยแรงกระจายตัวทั่วทั้งพื้นที่ และจากกฎที่ว่าความดันที่จุดใดๆ จะมีขนาดเท่ากันทุกทิศทาง หากพิจารณาอนุภาคของน้ำที่ติดกับพื้นที่รับความดันดังรูปที่ 2.9 จะเห็นได้ว่า ความดันในทุกทิศทางจะหักล้างกันหมด ยกเว้นในทิศที่ตั้งฉากพื้นที่ ซึ่งด้านหนึ่งอนุภาคของของไหลติดกับอนุภาคของของไหลข้างเคียงทำให้ความดันยังคงมีอยู่ ส่วนอีกด้านติดกับพื้นที่ซึ่งจะไม่มีความดันในทิศตรงกันข้ามมาหักล้าง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ความดันที่กระทำกับพื้นที่จะมีทิศทางตั้งฉากและพุ่งเข้าหาพื้นที่รับแรงเสมอ



รูปที่ 2.9 ความดันที่กระทำกับอนุภาคของไหลที่ติดกับพื้นผิวรับแรง

เมื่อความดันกระทำกับพื้นที่ผิวเรียบ ผลรวมของหน่วยแรงที่กระจายตัวอยู่ทั่วทั้งพื้นที่จะเรียกว่า **แรงดัน (Pressure Force : F_R)** ซึ่งจะมีทิศทางตั้งฉากและพุ่งเข้าหาพื้นที่รับแรงตามทิศทางของความดัน และตำแหน่งที่แรงดันกระทำนั้นจะอยู่ที่ **จุดศูนย์กลางความดัน (Center of Pressure : C_P)**

จากรูปที่ 2.10 พิจารณาแรงที่กระทำกับระนาบผิวเรียบ ที่มีขนาดพื้นที่เท่ากับ A ทำมุม θ กับผิวน้ำ เมื่อ X คือระยะในแนวราบ ส่วน Y คือระยะที่วัดจากผิวน้ำตามแนวที่ขนานกับระนาบของพื้นที่รับแรง และ h คือความลึกหรือระยะในแนวตั้ง



รูปที่ 2.10 แรงดันของของไหลที่กระทำกับระนาบผิวเรียบ

กำหนดให้ จุด C คือจุดศูนย์กลางถ่วงของระนาบ (Centroid of Surface)
 จุด C_p คือจุดศูนย์กลางถ่วงของความดัน (Center of Pressure) หรือตำแหน่งของแรงกระทำ
 y_c คือตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ โดยวัดตามแนวแกน Y
 y_p คือตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงของความดัน โดยวัดตามแนวแกน Y
 h_c คือความลึกของจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ (วัดในแนวตั้ง)
 h_p คือความลึกของจุดศูนย์กลางถ่วงของความดัน (วัดในแนวตั้ง)

พิจารณาแรงที่กระทำกับพื้นที่เล็กๆ บนพื้นที่รับแรง $dF = \gamma \times h \times dA$
 แรงกระทำทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ $F_R = \int dF = \int_A \gamma \times h \times dA$
 จากรูป $h = y \sin\theta$ $F_R = \int_A \gamma \times y \times \sin\theta \times dA$
 $F_R = \gamma \sin\theta \int_A y dA$

แต่เนื่องจาก $\int_A y dA = y_c A$ (โมเมนต์ของพื้นที่รอบแกน X)

\therefore แรงดันของของไหลบนพื้นที่จะมีค่าเท่ากับ

$$F_R = \gamma y_c A (\sin\theta)$$

จากรูป $h_c = y_c \sin\theta$

$$F_R = \gamma h_c A \quad \text{----- (2.26)}$$

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ โดยพิจารณาจากผิวหน้าไปตามแนวแกน Y (y_R)
 พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน X

$$\begin{aligned} F_R y_p &= \int_A y dF \\ &= \int_A y \times \gamma \times h \times dA \\ &= \int_A \gamma \times y^2 \times \sin\theta \times dA \\ &= \frac{\int_A \gamma \times y^2 \times \sin\theta \times dA}{F_R} \\ y_p &= \frac{\int_A \gamma \times y^2 \times \sin\theta \times dA}{\gamma \times A \times y_c \times \sin\theta} \\ &= \frac{\int_A y^2 dA}{A y_c} \quad \text{----- (2.27)} \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A y^2 dA = I_x$ (โมเมนต์ความเฉื่อย) ดังนั้นจะได้ว่า

$$y_p = \frac{I_x}{A y_c} \quad \text{----- (2.28)}$$

พิจารณาการหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X (I_x) ในกรณีที่แกนอ้างอิงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่

$$I_x = I_{xc} + Ay_c^2 \quad \text{----- (2.29)}$$

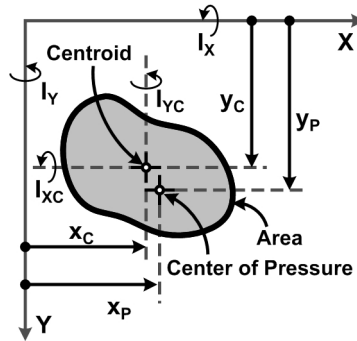
เมื่อ I_{xc} คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X ที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่

∴ แรงดันที่กระทำกับพื้นที่จะอยู่ห่างจากแกน X เท่ากับ

$$y_p = \frac{I_{xc} + Ay_c^2}{Ay_c}$$

$$y_p = y_c + \frac{I_{xc}}{Ay_c}$$

----- (2.30)



รูปที่ 2.11 พิกัดโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกนต่างๆ

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ โดยพิจารณาจากระยะห่างจากแกน Y

พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน Y

$$F_R x_p = \int_A x dF$$

$$= \int_A x \times \gamma \times h \times dA$$

$$= \int_A \gamma \times xy \times \sin\theta \times dA$$

$$x_p = \frac{\int_A \gamma \times xy \times \sin\theta \times dA}{F_R}$$

$$= \frac{\int_A \gamma \times xy \times \sin\theta \times dA}{\gamma \times A \times y_c \times \sin\theta}$$

$$x_p = \frac{\int_A xy dA}{Ay_c} \quad \text{----- (2.31)}$$

แต่เนื่องจาก $\int_A xy dA = I_{xy}$ (โมเมนต์ความเฉื่อย XY) และเมื่อพิจารณาการหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบ

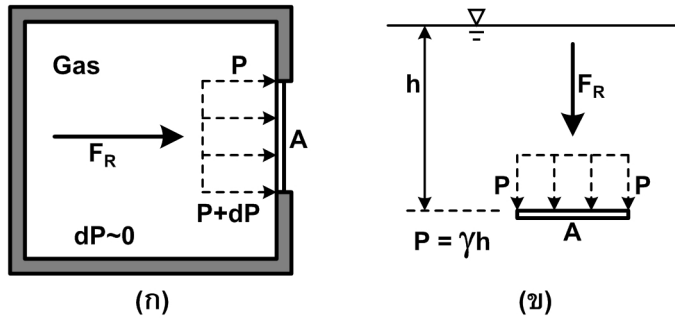
แกน XY (I_{xy}) ในกรณีที่แกนอ้างอิงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่ $I_{xy} = I_{xyc} + Ax_c y_c$

$$x_p = \frac{I_{xyc} + Ax_c y_c}{Ay_c}$$

∴ แรงดันจะอยู่ห่างจากแกน Y เท่ากับ $x_p = \frac{I_{xyc}}{Ax_c} + x_c$ ----- (2.32)

(ในกรณีที่พื้นที่รับแรงเป็นรูปทรงสมมาตรตามแนวแกน Y : $I_{xyc} = 0$)

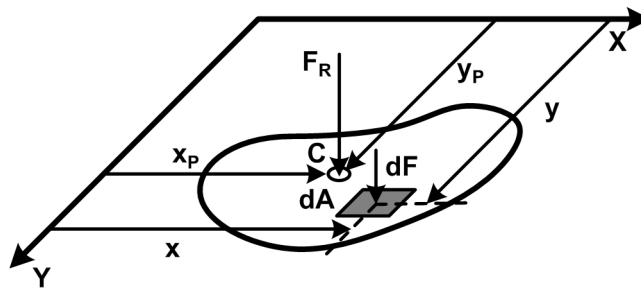
ในกรณีที่ความดันกระจายตัวสม่ำเสมอเท่ากันทั้งพื้นที่ เช่นความดันในภาชนะที่บรรจุก๊าซ ความดันในแต่ละจุดจะแตกต่างกันไม่มากจนถือว่าไม่มีความแตกต่าง หรือในกรณีที่พื้นที่รับแรงจมในของเหลว และแรงวางตัวในแนวราบ ความดันจะกระจายตัวเท่ากันทั้งพื้นที่ ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.11 ลักษณะของความดันที่กระจายตัวสม่ำเสมอบนพื้นผิวรับแรง

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ 2.2 ถ้าความดันกระจายตัวสม่ำเสมอ จะได้ว่า

$F_R = PA$ ----- (2.33)



รูปที่ 2.13 ตำแหน่งของแรงพื้นที่ผิวเรียบในกรณีความดันกระจายตัวสม่ำเสมอ

การหาตำแหน่งที่แรงดันกระทำ

พิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบแกน X

$$F_R y_p = \int_A y dF$$

$$= \int_A y P dA$$

เนื่องจาก P คงที่ และ $F_R = PA$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$y_p = \frac{P \int_A y dA}{PA}$$

$$y_p = \frac{\int y dA}{A} \quad \text{----- (2.34)}$$

จากสมการที่ 2.34 จะเห็นได้ว่าเทอมของ $\frac{\int y dA}{A}$ ก็คือระยะจากแกน X ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ ดังนั้น

$$\boxed{y_p = y_c} \quad \text{----- (2.35)}$$

ในทำนองเดียวกันพิจารณาโมเมนต์ที่จุด O ของแรงรอบ Y

$$F_R x_p = \int x dF$$

$$x_p = \frac{P \int x dA}{PA}$$

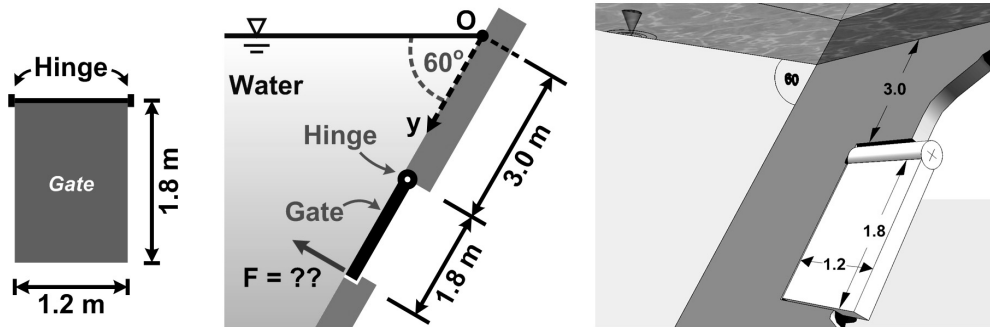
$$x_p = \frac{\int x dA}{A} \quad \text{----- (2.36)}$$

จากสมการที่ 2.36 จะเห็นได้ว่าเทอมของ $\frac{\int x dA}{A}$ ก็คือระยะจากแกน y ถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ ดังนั้น

$$\boxed{x_p = x_c} \quad \text{----- (2.37)}$$

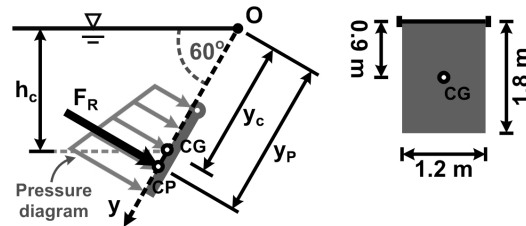
ซึ่งจากสมการ 2.35 และ 2.37 สามารถสรุปได้ว่า **“ตำแหน่งของแรงดันในกรณีที่มีความดันกระจายตัวสม่ำเสมอจะอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่รับแรง”**

ตัวอย่างที่ 2.4 ประตูน้ำขนาด 1.2 m × 1.8 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป โดยปลายด้านหนึ่งยึดติดกับบานพับ ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งถูกดึงด้วยแรง F เพื่อไม่ให้น้ำไหลออก จงหาขนาดของแรง P (ไม่คิดน้ำหนักของบานประตู)



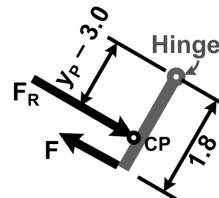
วิธีทำ

จาก $F_R = \gamma h_c A$
 $h_c = 3.9 \sin 60^\circ = 3.38 \text{ m}$
 $A = 1.2 \times 1.8 = 2.16 \text{ m}^2$
 $F_R = \gamma_w (3.38)(2.16)$
 $= 9810 \times 3.38 \times 2.16$
 $= 71,621 \text{ N} = 71,621 \text{ kN}$

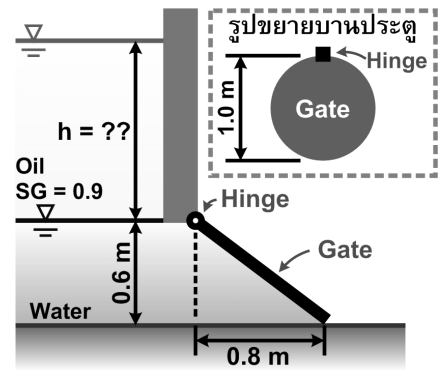


จาก $y_P = \frac{I_{xc}}{A y_c} + y_c$; $I_{xc} = \frac{bd^3}{12} = \frac{1.2 \times 1.8^3}{12} = 0.583 \text{ m}^4$
 $y_P = \frac{0.583}{2.16 \times 3.9} + 3.9 = 3.97 \text{ m}$

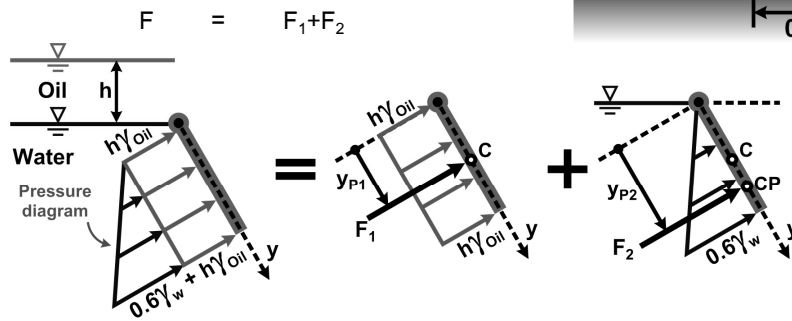
$\sum M_{\text{Hinge}} = 0$
 $0.97 F_R = (1.8 F)$
 $F = (0.97 F_R) / 1.8$
 $= (0.97 \times 71621) / 1.8$
 $= 38,596 \text{ N}$ Ans



ตัวอย่างที่ 2.5 ประตูน้ำรูปวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.0 m มีมวล 1,500 kg มีการติดตั้งในลักษณะดังรูป จงหาความลึกของชั้นน้ำมันสูงสุด (h) ที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี เมื่อความถ่วงจำเพาะของน้ำมันเท่ากับ 0.9



วิธีทำ พิจารณาจากการกระจายตัวของความดันบนพื้นที่รับแรง แล้วแยกการคำนวณออกเป็นสองส่วนในลักษณะดังรูป แรงดัน $F = F_1 + F_2$



แรง F_1 เกิดจากความดันที่กระจายตัวสม่ำเสมอ $P = \gamma_{oil}h$ ดังนั้น F_1 จึงมีค่าเท่ากับ

$$F_1 = \gamma_{oil}hA = (0.9)\left(\frac{\pi}{4} \times 1^2\right)h\gamma_w = 0.7069h\gamma_w \quad \text{--- (1)}$$

ตำแหน่งที่แรง F_1 กระทำ อยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่รับแรง

$$\therefore y_{P1} = \frac{D}{2} = \frac{1.0}{2} = 0.5 \text{ m} \quad \text{--- (2)}$$

แรง F_2 เป็นแรงที่เกิดจากความดันของน้ำ ดังนั้น F_2 หาได้จาก

$$F_2 = \gamma_w h_{c2}A = \left(\frac{0.6}{2}\right)\left(\frac{\pi}{4} \times 1.0^2\right)\gamma_w = 0.2356\gamma_w \quad \text{--- (3)}$$

$$(h_{c2} = y_{c2} \sin \theta = \frac{1.0}{2} \left(\frac{3}{5}\right) = 0.3 \text{ m})$$

ตำแหน่งที่แรง F_2 กระทำ อยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของความดัน

$$y_{P2} = y_{c2} + \frac{I_{xc2}}{y_{c2}A}$$

เนื่องจาก $y_{c2} = \frac{1.0}{2} = 0.5 \text{ m}$ และ $I_{xc2} = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi(1.0^4)}{64} = 0.0491 \text{ m}^4$

$$y_{P2} = (0.5) + \frac{(0.0491)}{(0.5)\left(\frac{\pi}{4}(1.0^2)\right)} = 0.625 \text{ m} \quad \text{--- (4)}$$

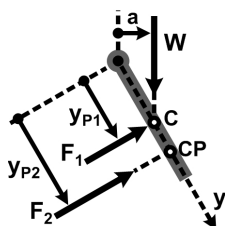
เมื่อพิจารณาความสมดุลของประตูในขณะที่ประตูกำลังเปิดออกพอดี

$$\sum M_O = 0 \rightarrow F_1 y_{P1} + F_2 y_{P2} - aW = 0$$

$$(0.7069h\gamma_w)(0.5) + (0.2356\gamma_w)(0.625) = (0.4)(1,500 \times 9.81)$$

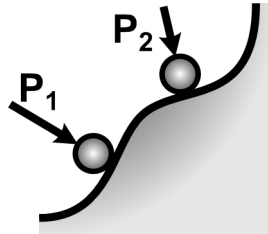
$$0.353h + 0.147 = 0.6 \quad \text{--- (5)}$$

แก้สมการที่ (5) จะได้ $h = 1.283 \text{ Ans}$



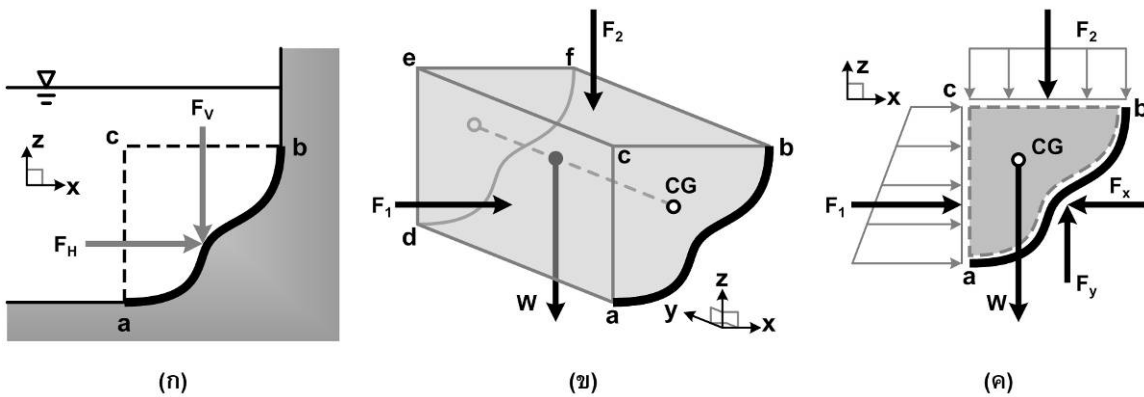
2.3 แรงดันของของไหลบนพื้นผิวโค้ง (Pressure Force on a Curved Surface)

เนื่องจากความดันจะมีทิศตั้งฉากกับพื้นที่เสมอ ซึ่งในกรณีที่พื้นที่รับแรงมีพื้นผิวโค้ง ทิศทางของความดันจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องไปตามพื้นผิวที่โค้งไปมา ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.14 ด้วยเหตุนี้ทำให้การวิเคราะห์ค่าของแรงดันโดยตรงนั้นจึงทำได้ยาก



รูปที่ 2.14 ลักษณะทิศทางของความดันที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวโค้ง

หลักในการวิเคราะห์แรงดันที่กระทำกับพื้นที่ผิวโค้งนั้น สามารถทำให้ง่ายขึ้นได้โดย พิจารณาแรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่โอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้งนั้น และจะต้องแยกพิจารณาเป็น แรงในแนวราบ (F_H) กับแรงในแนวตั้ง (F_V) ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.15



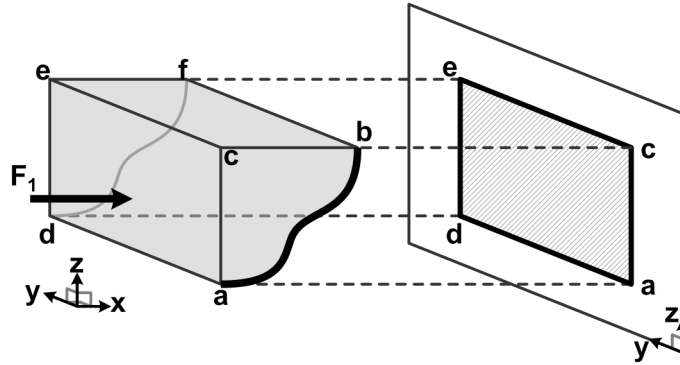
รูปที่ 2.15 แรงที่กระทำกับก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง AB

จากรูปที่ 2.15 ก้อนของไหล abc ถูกโอบล้อมด้วยส่วนโค้ง abfd ดังรูป 2.15 (ก) เนื่องจากก้อนของไหล จมอยู่ในของไหล ดังนั้นจะเกิดแรง F_1 กระทำบนระนาบ aced แรง F_2 กระทำบนระนาบ bcef และแรงดึงดูดของโลกกระทำที่จุดศูนย์กลางของก้อนของไหล ดังรูปที่ 2.15 (ค) หากพิจารณาความสมดุลของก้อนของไหลจะได้ว่า

$$\text{ผลรวมของแรงในแนวราบต้องเท่ากับ } 0 \quad \sum F_x = 0$$

$$F_x = F_1$$

เมื่อ F_x คือแรงที่พื้นผิวโค้งกระทำกับก้อนของไหลในแนวราบ และ F_1 คือแรงดันที่กระทำบนพื้นที่ผิวเรียบด้าน acde ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งนั้นคือแรงปฏิกิริยาของแรง F_x ซึ่งหมายความว่า **แรงดันในแนวราบ (F_H) ที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งก็คือ แรงดันบนพื้นที่ผิวเรียบของภาพฉายบนระนาบ yz (F_1)** หรือพื้นที่ด้าน aced ในรูปที่ 2.15 (ข) และ รูปที่ 2.16

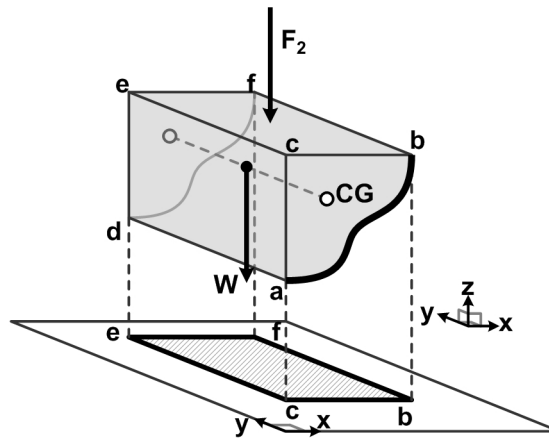


รูปที่ 2.16 ระนาบรับแรงในแนวราบของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง

ในทำนองเดียวกัน ผลรวมของแรงในแนวดิ่งต้องเท่ากับ 0 $\sum F_y = 0$

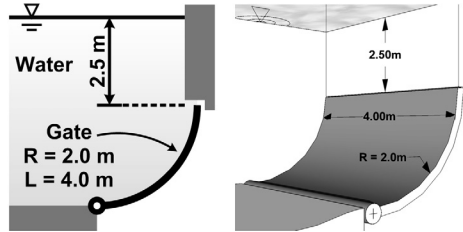
$$F_y = F_2 + W$$

เมื่อ F_y คือแรงที่พื้นผิวโค้งกระทำกับก้อนของไหลในแนวดิ่ง W น้ำหนักของก้อนของไหลที่ถูกปิดล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง และ F_2 คือแรงดันที่กระทำบนพื้นที่ผิวเรียบด้าน bcef ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งนั้นคือแรงปฏิกิริยาของแรง F_y ซึ่งหมายความว่า **แรงดันในแนวดิ่ง (F_y) ที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้งคือผลรวมของแรงดันบนพื้นที่ผิวเรียบของภาพฉายบนระนาบ xy (F_2) หรือพื้นที่ด้าน bcef กับน้ำหนักของก้อนของไหลที่ถูกปิดล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง (W)** ดังรูปที่ 2.15 (ค) และ รูปที่ 2.17

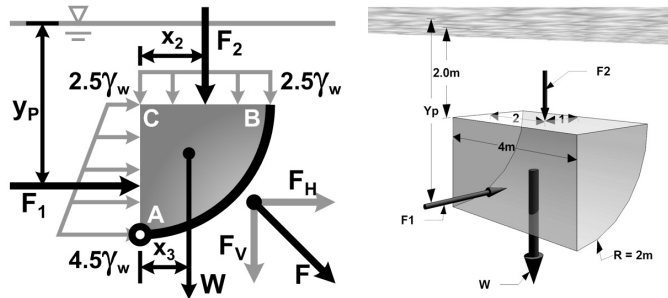


รูปที่ 2.17 ระนาบรับแรงในแนวดิ่งของก้อนของไหลที่ถูกโอบล้อมด้วยพื้นผิวโค้ง

ตัวอย่างที่ 2.6 ประตูน้ำโค้งบานหนึ่ง กว้าง 4 ม. มีรัศมีความโค้ง 2 ม. วางตัวในลักษณะดังรูป จงหาขนาด และตำแหน่งของแรงในแนวราบ และแนวตั้ง ขนาด และทิศทางของแรงลัพธ์ ที่น้ำกระทำกับประตูน้ำ



วิธีทำ พิจารณาแรงที่กระทำกับก้อนของไหล ABC ดังรูป



ก้อนของไหลอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้น

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad F_x = F_1$$

F_1 คือแรงดันที่กระทำกับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าด้าน AC ดังนั้น $F_1 = \gamma_w h_c A_{AC}$

$$A_{AC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2 : h_c = 2.5 + \left(\frac{2}{2}\right) = 3.5 \text{ m}$$

$$F_1 = \gamma_w (3.5)(8) = 28\gamma_w$$

$$F_x = 28\gamma_w \quad (\leftarrow)$$

แรงแนวราบที่ของไหลกระทำกับประตูน้ำ (F_H) คือแรงปฏิกิริยาของ F_x

$$F_H = 28\gamma_w \quad (\rightarrow) = 274.68 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$

ตำแหน่งของแรงในแนวราบจาก $y_p = \frac{I}{A_{AC} y_c} + y_c$

$$y_c = h_c = 2.5 + \left(\frac{2}{2}\right) = 3.5 \text{ m} : A_{AC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2 : I_{xc} = \frac{(4 \times 2^3)}{12}$$

$$y_p = \frac{\left(\frac{4 \times 2^3}{12}\right)}{(8)(3.5)} + (3.5) = 3.60 \text{ m} \quad \text{จากผืนน้ำ} \quad \text{Ans}$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \quad F_y = F_2 + W$$

F_2 คือแรงดันที่กระทำกับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าด้าน BC ดังนั้น $F_2 = P_{BC} A_{BC}$

$$P_{BC} = (2.5)\gamma_w : A_{BC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$$

$$F_2 = (2.5\gamma_w)(8) = 20\gamma_w \quad (\downarrow)$$

ตำแหน่งที่แรง F_2 กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ BC

$$\therefore x_2 = \frac{2}{2} = 1 \text{ m} \text{ จากจุด C}$$

W คือน้ำหนักของน้ำรูป $\frac{1}{4}$ ทรงกระบอก

$$W = \left(\frac{1}{4} \pi (2^2) \times 4 \right) \gamma_w = 4\pi \gamma_w (\downarrow)$$

ตำแหน่งที่แรง W กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ ABC

$$\therefore x_3 = \frac{4(2)}{3\pi} = \frac{8}{3\pi} = 0.85 \text{ m} \text{ จากจุด C}$$

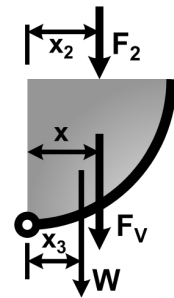
ดังนั้น $F_y (\uparrow) = 20\gamma_w (\downarrow) + 4\pi\gamma_w (\downarrow) = (20 + 4\pi)\gamma_w$

เนื่องจากแรงในแนวตั้งที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้ง (F_v) คือแรงปฏิกิริยาของ F_y ดังนั้น

$$F_v = (20 + 4\pi)\gamma_w (\downarrow) = 319.48 \text{ kN} \quad \underline{\text{Ans}}$$

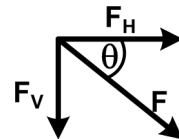
การหาตำแหน่งของแรง F_v วิเคราะห์ได้จาก โมเมนต์ที่เกิดจาแรง F_v จะต้องเท่ากับโมเมนต์ที่เกิดจาก F_2 และ W รวมกัน

$$\begin{aligned} F_v(x) &= F_2(1) + W(0.85) \\ x &= \frac{20\gamma_w(1) + 4\pi\gamma_w(0.85)}{(20 + 4\pi)\gamma_w} \\ x &= 0.94 \text{ m} \text{ จากจุด C} \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$



ขนาดของแรงลัพธ์หาได้จาก

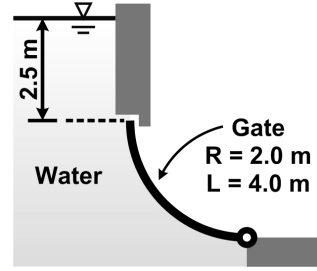
$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \\ &= \sqrt{(28\gamma_w)^2 + (20\gamma_w + 4\pi\gamma_w)^2} \\ &= 421.33 \text{ kN} \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$



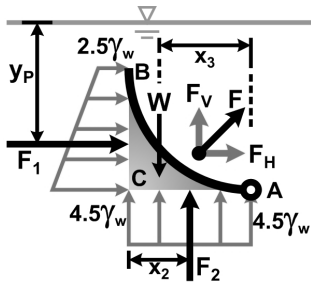
ทิศทางของแรงรวมหาได้จาก

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{F_v}{F_H} = \frac{(20 + 4\pi)\gamma_w}{28\gamma_w} \\ \theta &= 49.31^\circ \quad \underline{\text{Ans}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.7 ประตูน้ำโค้งบานหนึ่ง กว้าง 4 ม. มีรัศมีความโค้ง 2 ม. วางตัวในลักษณะดังรูป จงหาขนาด และตำแหน่งของแรงในแนวราบ และแนวตั้ง ขนาด และทิศทางของแรง ที่น้ำกระทำกับประตูน้ำ



วิธีทำ พิจารณาแรงที่กระทำกับก้อนของไหล ABC ดังรูป



ก้อนของไหลอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้น

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \quad F_x = F_1$$

F_1 คือแรงดันที่กระทำกับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าด้าน AC ดังนั้น $F_1 = \gamma_w h_c A_{AC}$

$$A_{AC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2 : h_c = 2.5 + \left(\frac{2}{2}\right) = 3.5 \text{ m}$$

$$F_1 = \gamma_w (3.5)(8) = 28\gamma_w$$

$$F_x = 28\gamma_w (\leftarrow)$$

แรงแนวราบที่ของไหลกระทำกับประตูน้ำ (F_H) คือแรงปฏิกิริยาของ F_x

$$F_H = 28\gamma_w (\rightarrow) = 274.68 \text{ kN} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตำแหน่งของแรงในแนวราบจาก $y_p = \frac{I}{A_{AC} y_c} + y_c$

$$y_c = h_c = 2.5 + \left(\frac{2}{2}\right) = 3.5 \text{ m} : A_{AC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2 : I_{xc} = \frac{(4 \times 2^3)}{12}$$

$$y_p = \frac{\left(\frac{4 \times 2^3}{12}\right)}{(8)(3.5)} + (3.5) = 3.60 \text{ m} \quad \text{จากผืนน้ำ} \quad \underline{\text{Ans}}$$

$$\rightarrow \sum F_y = 0 \quad F_y (\downarrow) = F_2 (\uparrow) - W (\downarrow)$$

F_2 คือแรงดันที่กระทำกับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้า BC ดังนั้น $F_2 = P_{BC} A_{BC}$

$$P_{BC} = (4.5)\gamma_w : A_{BC} = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$$

$$F_2 = (4.5\gamma_w)(8) = 36\gamma_w (\uparrow)$$

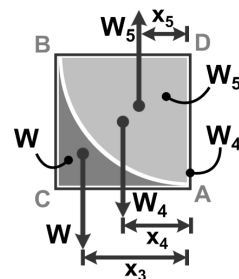
ตำแหน่งที่แรง F_2 กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ BC

$$\therefore x_2 = \frac{2}{2} = 1 \text{ m} \quad \text{จากจุด C}$$

W คือน้ำหนักของก้อนของไหล ABC ซึ่งในการคำนวณโดยตรงทำ

ได้ยาก แต่ถ้าพิจารณาจากรูปจะเห็นได้ว่า

$$W \downarrow = w_4 \downarrow - w_5 \uparrow$$



W_4 คือน้ำหนักของก้อนน้ำ ADBC

$$W_4 = (2 \times 2 \times 4) \gamma_w = 16 \gamma_w \quad (\downarrow)$$

ตำแหน่งที่แรง W_4 กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ ADBC

$$x_4 = \frac{2}{2} = 1 \text{ m} \quad \text{จากจุด B}$$

W_5 คือน้ำหนักของก้อนน้ำ ADB

$$W_5 = \left(\frac{1}{4} \pi (2^2) \times 4 \right) \gamma_w = 4\pi \gamma_w \quad (\uparrow)$$

ตำแหน่งที่แรง W_5 กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ ADB

$$x_5 = \frac{4(2)}{3\pi} = \frac{8}{3\pi} = 0.85 \text{ m} \quad \text{จากจุด B}$$

$$\text{ดังนั้น } F_y (\downarrow) = 36 \gamma_w (\uparrow) - [16 \gamma_w (\downarrow) - 4\pi \gamma_w (\uparrow)] = (20 + 4\pi) \gamma_w$$

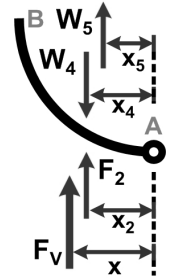
เนื่องจากแรงในแนวดิ่งที่ของไหลกระทำกับพื้นผิวโค้ง (F_y) คือแรงปฏิกิริยาของ F_y ดังนั้น

$$F_v = (20 + 4\pi) \gamma_w (\uparrow) = 319.48 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$

การหาตำแหน่งของแรง F_v วิเคราะห์ได้จาก โมเมนต์ที่เกิดจาแรง F_v

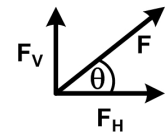
จะต้องเท่ากับโมเมนต์ที่เกิดจาก F_2 W_4 และ W_5 รวมกัน

$$\begin{aligned} F_v(x) &= F_2(1) - W_4(1) + W_5(0.85) \\ (20 + 4\pi) \gamma_w(x) &= 36 \gamma_w(1) - 16 \gamma_w(1) + 4\pi \gamma_w(0.85) \\ x &= \frac{36 - 16 + 4\pi(0.85)}{20 + 4\pi} \\ &= 0.942 \text{ m} \quad \text{จากจุด B} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$



ขนาดของแรงลัพธ์หาได้จาก

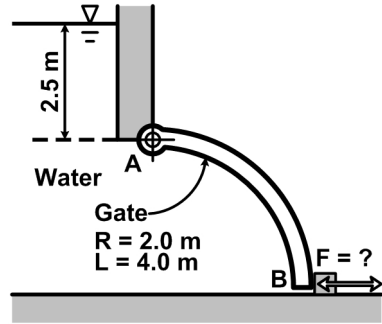
$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \\ F &= \sqrt{(28 \gamma_w)^2 + (20 \gamma_w + 4\pi \gamma_w)^2} \\ &= 421.33 \text{ kN} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$



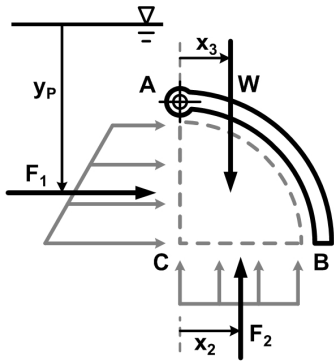
ทิศทางของแรงรวมหาได้จาก

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{F_V}{F_H} = \frac{(20 + 4\pi) \gamma_w}{28 \gamma_w} \\ \theta &= 49.31^\circ \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.8 ประตูน้ำโค้ง AB กว้าง 4 ม. มีรัศมีความโค้ง 2 ม. วางตัวในลักษณะดังรูป จงหาขนาด และทิศทางของแรง F ที่เกิดขึ้นกับจุดรองรับ B โดยไม่คิดน้ำหนักของประตู



วิธีทำ พิจารณาความดันและแรงที่กระทำกับก้อนของไหล ABC



แรงที่กระทำกับประตูในแนวราบเกิดจากแรงดัน F_1

$$F_1 = \gamma_w h_c A$$

$$h_c = 2.5 + 1 = 3.5 \text{ m} ; A = 2 \times 4 = 8 \text{ m}^2$$

$$F_1 = \gamma_w (3.5)(8)$$

$$= 28\gamma_w (\rightarrow)$$

ตำแหน่งที่ F_1 กระทำคือ $y_p = \frac{I}{A_{AC} y_c} + y_c$

$$y_c = h_c = 3.5 \text{ m} ; I = \frac{2^3 \times 4}{12} = 2.667 \text{ m}^4$$

$$y_p = \frac{(2.667)}{(8)(3.5)} + 3.5 = 3.60 \text{ m} \quad \text{จากผิวน้ำ}$$

หรือ F_1 กระทำต่ำกว่าจุด A เท่ากับ 1.1 m

แรงที่กระทำกับประตูในแนวตั้งเกิดจาก $F_2 - W$

F_2 คือแรงดันน้ำที่กระทำกับพื้นผิวเรียบ BC ดังนั้น $F_2 = P_{BC} A$

$$F_2 = (4.5\gamma_w)(8) = 36\gamma_w (\uparrow)$$

ตำแหน่งที่ F_2 กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ BC : $x_2 = 1.0 \text{ m}$ จากจุด C

W คือน้ำหนักของก้อนน้ำ ABC

$$W = \gamma_w \left(\frac{1}{4} \times \pi(2^2) \times 4 \right) = 4\pi\gamma_w (\downarrow)$$

ตำแหน่งที่ W กระทำอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ ABC : $x_3 = \frac{4(2)}{3\pi} = 0.85 \text{ m}$ จากจุด C

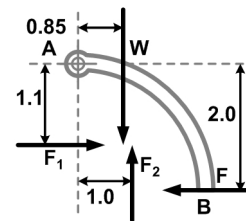
เนื่องจากประตูอยู่ในสภาวะสมดุลดังนั้นผลรวมของโมเมนต์รอบจุด A จะต้องเท่ากับ 0

$$(1.1)F_1 + (1.0)F_2 = (0.85)W + (2.0)F$$

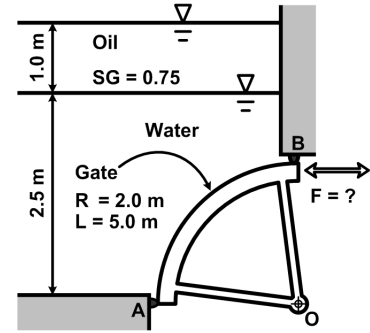
$$(1.1)(28\gamma_w) + (1.0)(36\gamma_w) = (0.85)(4\pi\gamma_w) + (2.0)F$$

$$F = \frac{56.12\gamma_w}{2}$$

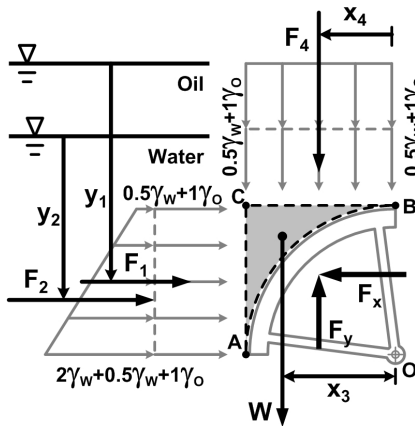
$$F = 275.26 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 2.9 ประตูน้ำโค้ง AOB กว้าง 5 ม. มีรัศมีมีความโค้ง 2 ม. ติดตั้งในลักษณะดังรูป ในขณะที่ประตูปิดกั้นน้ำลึก 3 เมตร และน้ำมันลึก 1 เมตร จงหาขนาดที่น้อยที่สุด และทิศทางของแรง F ที่ทำให้ประตูเปิดออกพอดี โดยไม่คิดน้ำหนักของประตู (ความถ่วงจำเพาะของน้ำมันมีค่าเท่ากับ 0.75)



วิธีทำ พิจารณาความดันและแรงที่กระทำกับก้อนของไหล ABC



ผลรวมของแรงที่ของไหลกระทำกับประตูในแนวราบเกิดจาก

$$F_1 + F_2$$

F_1 คือแรงที่เกิดจากความดันของน้ำมันด้านบนหน้ากับพื้นผิวเรียบ AC ดังนั้น

$$\begin{aligned} F_1 &= P_O A \\ &= (1 \times \gamma_O)(2 \times 5) \\ &= (1 \times 0.75 \gamma_W)(10) = 7.5 \gamma_W (\rightarrow) \end{aligned}$$

ตำแหน่งของแรง F_1 จะอยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ AC

$$y_1 = (1 + 0.5 + 1) = 2.5 \text{ m จากผิวน้ำมัน}$$

หรือเท่ากับว่า F_1 จะอยู่สูงกว่าจุด O เท่ากับ 1.0 m

F_2 คือแรงที่เกิดจากความดันของน้ำกระทำกับพื้นผิวเรียบ AC ดังนั้น $F_2 = \gamma_W h_C A$

$$h_C = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ m ; } A = (2 \times 5) = 10 \text{ m}^2$$

$$F_2 = \gamma_W (1.5)(10) = 15 \gamma_W (\rightarrow)$$

ตำแหน่งของแรง F_2 อยู่ที่ $y_2 = y_C + \frac{I}{A_{AC} y_C}$

$$y_C = h_C = 1.5 \text{ m ; } I = \frac{(2^3 \times 5)}{12} = 3.333 \text{ m}^4$$

$$y_2 = 1.5 + \frac{3.333}{(10)(1.5)} = 1.722 \text{ m จากผิวของน้ำ}$$

หรือเท่ากับว่า F_2 จะอยู่สูงกว่าจุด O เท่ากับ $2.5 - 1.72 = 0.78 \text{ m}$

ผลรวมของแรงที่ของไหลกระทำกับประตูในแนวตั้งเกิดจาก

$$F_4 + W$$

F_4 คือแรงที่เกิดจากความดันของน้ำกับน้ำมันที่กระทำกับพื้นผิวเรียบ BC ดังนั้น $F_4 = P_{BC} A$

$$\begin{aligned} F_4 &= (0.5 \gamma_W + 1 \gamma_O)(2 \times 5) \\ &= (0.5 \gamma_W + 0.75 \gamma_W)(10) \\ &= 12.5 \gamma_W (\downarrow) \end{aligned}$$

ตำแหน่งของแรง F_4 อยู่ที่จุดศูนย์กลางถ่วงของพื้นที่ BC ดังนั้น F_4 อยู่ห่างจากจุด O เท่ากับ $x_4 = 1.0$ m

W คือน้ำหนักของก้อนของไหล ABC ซึ่งในการคำนวณโดยตรงทำได้ยาก แต่ถ้าพิจารณาจากรูปจะเห็นได้ว่า

$$W \curvearrowright = W_5 \square - W_6 \curvearrowleft$$

W_5 คือน้ำหนักของน้ำก้อน AOB

$$\begin{aligned} W_5 &= \gamma_w (2 \times 2 \times 5) \\ &= 20\gamma_w (\downarrow) \end{aligned}$$

ตำแหน่งของ W_5 อยู่ที่ศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ AOB

ดังนั้น W_5 กระทำห่างจากจุด O เท่ากับ $x_5 = 1.0$ m

W_6 คือน้ำหนักของน้ำก้อน ABC

$$W_6 = \gamma_w \left(\frac{1}{4} \times \pi (2^2) \times 5 \right) = 5\pi\gamma_w (\uparrow)$$

ตำแหน่งของ W_6 อยู่ที่ศูนย์กลางถ่วงของก้อนน้ำ ABC ดังนั้น W_6 กระทำห่างจากจุด O เท่ากับ

$$x_6 = \frac{4(2)}{3\pi} = 0.85$$

ในขณะที่ประตูกำลังเปิดออกพอดี ผลรวมของโมเมนต์รอบ

จุด O จะต้องเท่ากับ 0

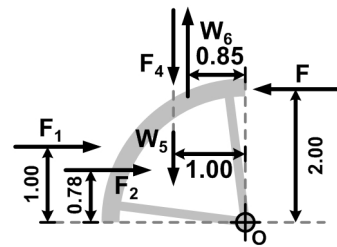
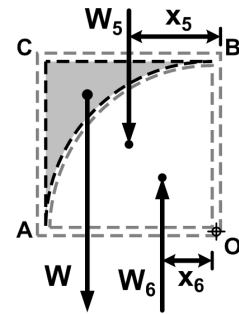
$$(1)F_1 + (0.78)F_2 + (0.85)W_6 = (1)W_5 + (1)F_4 + (2)F$$

$$((1)7.5 + (0.78)15 + (0.85)5\pi)\gamma_w = ((1)20 + (1)12.5)\gamma_w + (2)F$$

$$(32.55)\gamma_w - (32.5)\gamma_w = (2)F$$

$$F = \left(\frac{0.05}{2} \right) \gamma_w = 0.025\gamma_w$$

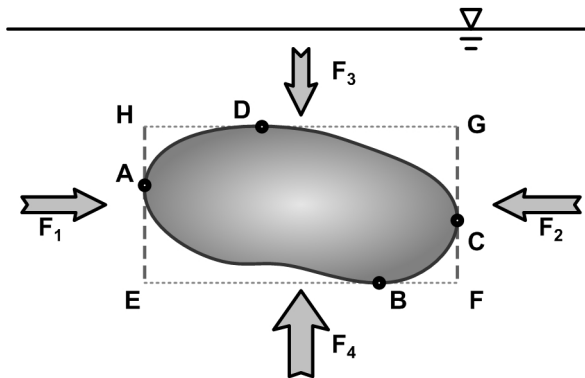
∴ แรง F มีขนาดเท่ากับ 245.25 N ทิศทาง (←)



Ans

2.4 แรงลอยตัว (Buoyancy Force)

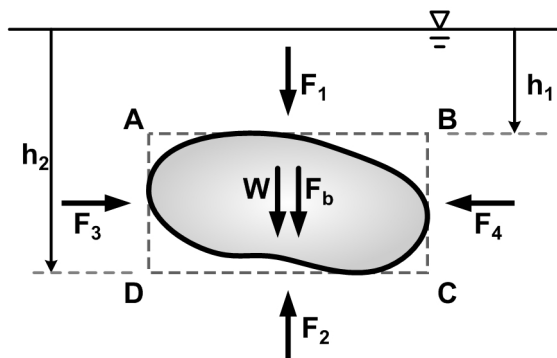
หากพิจารณาแรงดันที่เกิดขึ้นกับวัตถุ ABCD ที่จมอยู่ในของไหลดังรูปที่ 2.18 ในกรณีที่ไม่มีกาลไหล หรือวัตถุไม่มีเคลื่อนที่ ถ้ากำหนดให้แรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DAB เท่ากับ F_1 และแรงในแนวราบที่กระทำกับพื้นผิวด้าน DCB เท่ากับ F_2 จะเห็นได้ว่า F_1 คือแรงดันบนพื้นผิวเรียบ HE และ F_2 คือแรงดันบนพื้นผิวเรียบ FG ซึ่งมีค่าเท่ากันแต่มีทิศตรงกันข้าม จึงทำให้แรงทั้งสองหักล้างกันหมด



รูปที่ 2.18 แรงดันของของไหลที่กระทำกับวัตถุใดๆ

หากพิจารณาแรงในแนวตั้ง ผลจากการที่ ด้านล่าง ABC อยู่ลึกกว่าด้านบน CDA จึงทำให้ความดันบนพื้นผิวด้านล่าง ABC มีค่าสูงกว่าด้านบน CDA ดังนั้นแรงที่เกิดกับด้านล่าง ABC จะสูงกว่าด้านบน CDA เสมอ ผลจากความแตกต่างระหว่างแรงดันด้านล่างกับแรงดันด้านบนที่เกิดขึ้นกับวัตถุนี้ จะทำให้เกิดแรงลัพธ์ที่มีทิศทางชี้ขึ้นด้านบนเสมอที่เรียกว่า “แรงลอยตัว” (F_B)

พิจารณาวัตถุไม่มีมวลก้อนหนึ่ง จมอยู่ในของไหล ดังรูปที่ 2.19 โดยที่ F_b คือแรงที่กดให้วัตถุจมในของไหล และ W คือน้ำหนักของของไหลที่อยู่ภายในกรอบ ABCD เมื่อกำหนดให้กรอบ ABCD คือกรอบสมมุติรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ล้อมรอบก้อนวัตถุ



รูปที่ 2.19 แรงต่างๆ ที่กระทำกับวัตถุไม่มีมวลที่จมอยู่ในของไหล

จากที่กล่าวมาแล้ว แรงที่เกิดในแนวราบจะหักล้างกันหมด ในที่นี้จึงพิจารณาเฉพาะแรงในแนวตั้งเท่านั้น

จากรูปที่ 2.19 จะเห็นได้ว่าพื้นที่ด้าน AB เท่ากับ DC กำหนดให้เท่ากับ A

แรงที่เกิดบนพื้นผิวด้าน AB $F_1 = \gamma h_1 A$

แรงที่เกิดบนพื้นผิวด้าน DC $F_2 = \gamma h_2 A$

เมื่อวัตถุอยู่ในสภาวะสมดุลจะได้ว่า

$$\begin{aligned} F_b &= F_2 - F_1 - W \\ &= \gamma h_2 A - \gamma h_1 A - W \\ F_b &= (h_2 - h_1) A \gamma - W \end{aligned} \quad \text{----- (2.38)}$$

จากรูปที่ 2.19 จะเห็นได้ว่า $(h_2 - h_1)A$ คือปริมาตรของกรอบ หรือกำหนดให้เท่ากับ ∇_{Box}

$$\nabla_{\text{Box}} = (h_2 - h_1)A \quad \text{----- (2.39)}$$

จาก W คือน้ำหนักของของไหลที่อยู่ภายในกรอบ

ถ้ากำหนดให้ ∇ คือปริมาตรของวัตถุส่วนที่จม ดังนั้น

$$W = (\nabla_{\text{Box}} - \nabla)\gamma \quad \text{----- (2.40)}$$

นำสมการที่ 2.39 และ 2.40 ไปแทนใน 2.38 จะได้ว่า

$$F_b = \nabla_{\text{Box}}\gamma - (\nabla_{\text{Box}} - \nabla)\gamma$$

หรือ

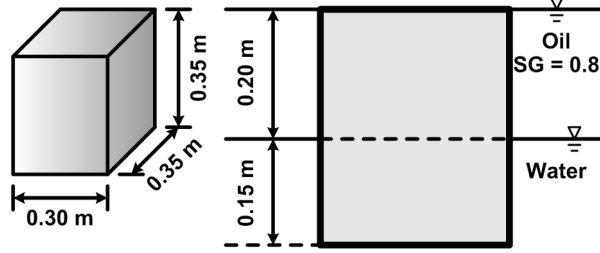
$$F_b = \nabla\gamma \quad \text{----- (2.41)}$$

ซึ่งเมื่อพิจารณาจาก F_b คือแรงที่กดให้วัตถุจม ดังนั้นแรงปฏิกิริยาที่พยายามดันให้วัตถุลอยขึ้นก็คือแรงที่มีขนาดเท่ากับ F_b แต่มีทิศตรงกันข้าม แรงปฏิกิริยาที่ว่านี้ก็คือ “แรงลอยตัว”

$$\boxed{F_B = \nabla\gamma (\uparrow)} \quad \text{----- (2.42)}$$

ดังนั้นจากที่กล่าวมาทั้งหมดจึงสามารถสรุปได้ว่า “แรงลอยตัว จะเกิดขึ้นเมื่อมีส่วนใดส่วนหนึ่งของวัตถุจมอยู่ในของไหล ซึ่งแรงลอยตัวนี้จะมีทิศทางพุ่งขึ้นด้านบนเสมอ และจะมีขนาดเท่ากับน้ำหนักของของไหลที่มีปริมาตรเท่ากับวัตถุส่วนที่จม”

ตัวอย่างที่ 2.10 จงหาค่าความถ่วงจำเพาะของวัตถุที่จมในของไหลในลักษณะดังรูป

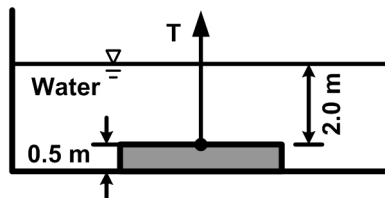


วิธีทำ

เนื่องจากวัตถุลอยอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้น $\sum F_y = 0$

$$\begin{aligned}
 W &= F_{B_{Oil}} + F_{B_W} \\
 \nabla_{\text{วัตถุ}} \gamma_{\text{วัตถุ}} &= \nabla_{\text{Oil}} \gamma_{\text{Oil}} + \nabla_W \gamma_W \\
 &= (\nabla_{\text{Oil}} (0.8) + \nabla_W) \gamma_W \\
 \frac{\gamma_{\text{วัตถุ}}}{\gamma_W} &= \frac{(\nabla_{\text{Oil}} (0.8) + \nabla_W)}{\nabla_{\text{วัตถุ}}} \\
 SG_{\text{วัตถุ}} &= \frac{((0.3 \times 0.35 \times 0.20)(0.8) + (0.3 \times 0.35 \times 0.15))}{(0.3 \times 0.35 \times 0.35)} \\
 SG_{\text{วัตถุ}} &= 0.886 \quad \text{Ans}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.11 แท่งวัตถุขนาด $1.0 \times 1.0 \times 0.5 \text{ m}^3$ มีน้ำหนัก 20 kN วางแนบสนิทกับพื้นที่กั้นถึงน้ำใบหนึ่ง จงหาแรงที่น้อยที่สุดที่ทำให้วัตถุสามารถลอยขึ้นจากพื้นได้ และแรงที่ใช้ในการยกวัตถุขึ้นสู่ผิวน้ำ



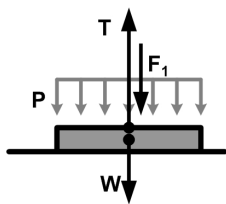
วิธีทำ

ในกรณีที่วัตถุจมแนบอยู่กับพื้น $T = F_1 + W$

F_1 คือแรงดันที่กระทำด้านบนของวัตถุ

$$\begin{aligned}
 F_1 &= PA = (2\gamma_W)(1 \times 1) \\
 &= 2\gamma_W \\
 \therefore T &= (2\gamma_W) + (20 \times 10^3) \\
 &= 39.62 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Ans

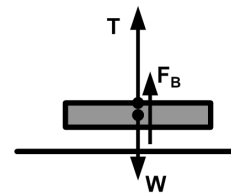


ในกรณียกวัตถุที่ลอยขึ้นสู่ผิวน้ำ $T = W - F_B$

$$\begin{aligned}
 F_B &= (1 \times 1 \times 0.5) \gamma_W \\
 &= 0.5 \gamma_W
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore T &= (20 \times 10^3) - (0.5 \gamma_W) \\
 &= 15.095 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Ans



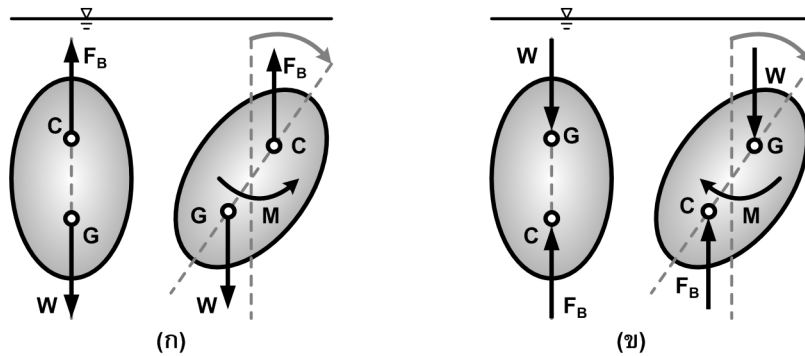
2.4.1 เสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุในของไหล (Stability of Floating and Submerged Bodies)

เสถียรภาพการลอยตัวสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 แบบคือ

- Stable Equilibrium หมายถึง สภาพที่วัตถุลอยตัวในของไหลอย่างสมดุล และเมื่อมีแรงกระทำ สภาพการลอยตัวจะเปลี่ยนไป แต่เมื่อนำแรงกระทำนั้นออก จะสามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้
- Neutral Equilibrium หมายถึงสภาพวัตถุที่ลอยตัวในสภาวะที่มีเสถียรภาพพอดี หรือเกือบจะไม่มีเสถียรภาพ
- Unstable Equilibrium หมายถึง สภาพที่วัตถุลอยตัวในของไหลอย่างสมดุล เมื่อมีแรงมากระทำสภาพการลอยตัวจะเปลี่ยนไป แต่เมื่อนำแรงออกจะไม่สามารถกลับสู่สภาพเดิมได้

2.4.1.1 เสถียรภาพของวัตถุที่จมในของไหล (Stability of Submerged Bodies)

พิจารณาจากรูปที่ 2.20(ก) หากวัตถุมีจุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) อยู่เหนือจุดศูนย์กลางถ่วง (G) เมื่อวัตถุเอียงไปจากแนวเดิม จะเกิดโมเมนต์ต้าน ทำให้วัตถุสามารถกลับสู่สภาพเดิมได้ หรือกล่าวได้ว่าวัตถุนั้นมีเสถียรภาพของการลอยตัว (Stable)



รูปที่ 2.20 เสถียรภาพของวัตถุที่จมในของไหล

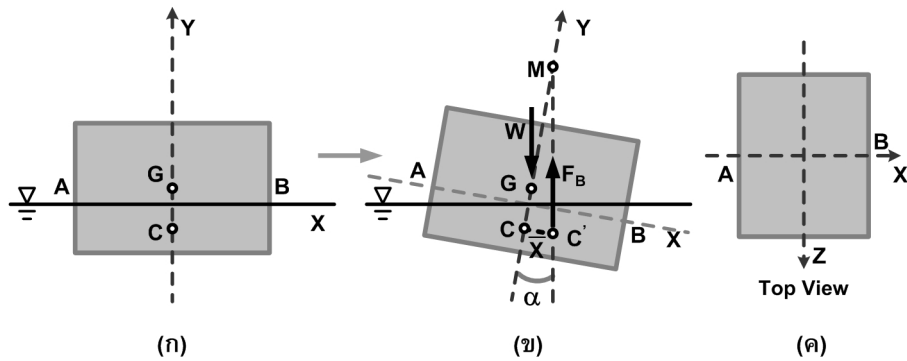
ในทางตรงกันข้าม หากวัตถุมีจุดศูนย์กลางถ่วง (G) อยู่เหนือจุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) เมื่อวัตถุเอียงไปจากแนวเดิม จะเกิดโมเมนต์เสริมให้วัตถุพลิกได้ง่ายขึ้น และไม่สามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้ หรือกล่าวได้ว่าวัตถุนั้นไม่มีเสถียรภาพของการลอยตัว (Unstable) ดังรูปที่ 2.20(ข)

2.4.1.2 เสถียรภาพของวัตถุที่จมในของไหลเพียงบางส่วน (Stability of Floating Bodies)

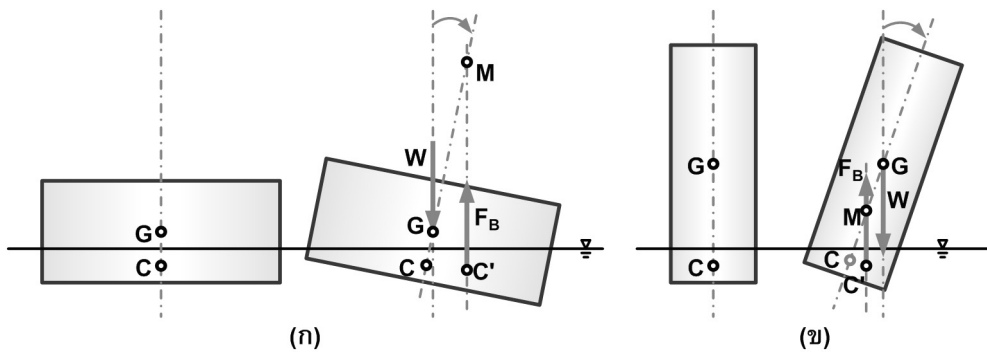
สำหรับวัตถุลอยอยู่บริเวณผิวอิสระของของไหล หรือวัตถุที่จมเพียงบางส่วน เสถียรภาพของการลอยตัวของวัตถุนั้นจะขึ้นอยู่กับ ความสูงของจุด “เมตาเซนเตอร์” (Metacenter) หรือเรียกว่า ความสูงเมตาเซนตริก (Metacentric Height)

ถ้ากำหนดให้ จุด G คือจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ
จุด C คือจุดศูนย์กลางของแรงลอยตัว

จุดเมตาเซนเตอร์ (Metacenter) คือจุดตัดของเส้นในแนวตั้งที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ ก่อนที่วัตถุจะเอียงตัว กับเส้นแนวตั้งที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางแรงลอยตัวหลังจากวัตถุเอียงตัวไปแล้ว หรือจุด M ในรูปที่ 2.21 (ข) ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อวัตถุเกิดการเอียงตัว ถ้าจุดเมตาเซนเตอร์ อยู่สูงกว่าจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ น้ำหนักของวัตถุ และแรงลอยตัวจะทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบในทิศที่สวนทางกับการเอียง จึงทำให้วัตถุนั้นมีเสถียรภาพ ดังรูปที่ 2.21(ก) ในทางตรงกันข้าม หากจุดเมตาเซนเตอร์ อยู่ต่ำกว่าจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ น้ำหนักของวัตถุ และแรงลอยตัวจะทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบในทิศที่สวนทางกับการเอียง ซึ่งช่วยทำให้วัตถุเกิดการพลิก วัตถุจะไม่มีเสถียรภาพ ดังรูปที่ 2.21(ข)



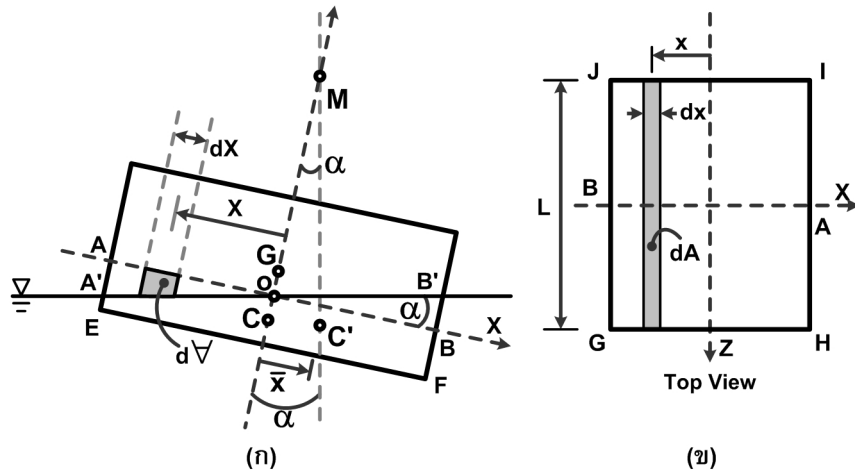
รูปที่ 2.21 เสถียรภาพของวัตถุที่จมน้ำบางส่วน



รูปที่ 2.22 เสถียรภาพของวัตถุที่จมน้ำบางส่วน

ความสูงเมตาเซนตริก (Metacentric Height) หมายถึง ระยะที่วัดจากจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุไปยังจุดเมตาเซนเตอร์ ซึ่งถ้าพิจารณาจากรูป 2.22(ข) ความสูงเมตาเซนเตอร์คือระยะ GM

การหาค่าความสูงเมตาเซนตริก (GM) ทำได้โดย



รูปที่ 2.23 ตัวแปรต่างๆ ที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุที่ลอยในของไหลเกิดการเอียงตัว

จากวัตถุที่จมในของไหลเพียงบางส่วนดังรูปที่ 2.23 หากวัตถุเกิดการเอียงไปเป็นมุมเล็กๆ (α) ตำแหน่งของแรงลอยตัวจะเปลี่ยนจากจุด C เป็น C' และเมื่อพิจารณาเฉพาะแรงลอยตัว จะได้ว่า

โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป A'B'FE = โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป ABFE
 + โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป B'BO
 - โมเมนต์ของแรงลอยตัวรูป A'AO

$$(\nabla_{A'B'FE})\gamma \cdot \bar{x} = (\nabla_{ABFE})\gamma \cdot \bar{x}_1 + (\nabla_{B'BO})\gamma \cdot \bar{x}_2 - (\nabla_{A'AO})\gamma \cdot \bar{x}_3$$

เมื่อ \bar{x} คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางของปริมาตร $\nabla_{A'B'FE}$
 \bar{x}_1 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางของปริมาตร ∇_{ABFE}
 \bar{x}_2 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางของปริมาตร $\nabla_{B'BO}$
 \bar{x}_3 คือระยะจากแกน Y ถึงจุดศูนย์กลางของปริมาตร $\nabla_{A'AO}$

เนื่องจากจุดศูนย์กลางของปริมาตร ∇_{ABFE} อยู่บนแกน Y ดังนั้น $\bar{x}_1 = 0$

$$\begin{aligned} \therefore (\nabla_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} &= (\nabla_{B'BO}) \cdot \bar{x}_2 - (\nabla_{A'AO}) \cdot \bar{x}_3 \\ (\nabla_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} &= \int_{\nabla_{B'BO}} x \cdot dV - \int_{\nabla_{A'AO}} (-x) \cdot dV \end{aligned} \quad \text{----- (2.43)}$$

จากรูป 2.23(ก) $dV = x \cdot \tan \alpha \cdot dA$ ----- (2.44)

แทนค่าสมการที่ 2.44 ใน 2.43 จะได้

$$\begin{aligned} (\nabla_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} &= \int_{\nabla_{B'BO}} x \cdot x \cdot \tan \alpha \cdot dA - \int_{\nabla_{A'AO}} (-x) \cdot x \cdot \tan \alpha \cdot dA \\ (\nabla_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} &= \tan \alpha \left(\int_{\nabla_{B'BO}} x^2 dA + \int_{\nabla_{A'AO}} x^2 dA \right) \end{aligned} \quad \text{----- (2.45)}$$

เมื่อพิจารณาจาก $\int_{\nabla_{B'BO}} x^2 dA + \int_{\nabla_{A'AO}} x^2 dA$ หรือเท่ากับ $\int_{\nabla_{A'AOB'B}} x^2 dA$ ซึ่งก็คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่วัตถุ

บิดตัว (ในที่นี้คือแกน z) ของพื้นที่ GHJI ในรูปที่ 2.23 (ข) ดังนั้นสมการที่ 2.43 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$(\nabla_{A'B'FE}) \cdot \bar{x} = \tan \alpha (I_2) \quad \text{----- (2.46)}$$

จากรูปที่ 2.23(ก) $\nabla_{A'B'FE}$ คือปริมาตรของวัตถุส่วนที่จม กำหนดให้แทนด้วยสัญลักษณ์ ∇ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{x} &= \tan \alpha (I_z) \\ \frac{\bar{x}}{\tan \alpha} &= \frac{I_z}{\nabla} \end{aligned} \quad \text{----- (2.47)}$$

หากพิจารณาจากรูปที่ 2.23(ก) $\frac{\bar{x}}{\tan \alpha}$ คือระยะห่างระหว่าง จุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) กับ จุดเมตาเซนเตอร์ (M) ซึ่งเราจะเรียกระยะนี้ว่า รัศมีเมตาเซนตริก (Metacentric Radius) สัญลักษณ์คือ CM

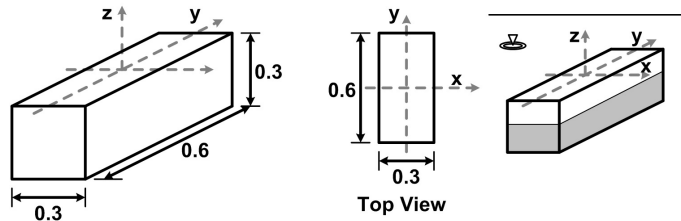
\therefore $CM = \frac{I_z}{\nabla}$ ----- (2.48)

ถ้า CG คือระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) กับจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (G) วัตถุจะมีเสถียรภาพได้ก็ต่อเมื่อ จุดเมตาเซนเตอร์ (M) จะอยู่สูงกว่าจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ ซึ่งระยะ CM ต้องมากกว่า CG หรือสามารถสรุปเป็นสมการได้ดังนี้

$$\boxed{GM = CM - CG} \quad \text{----- (2.49)}$$

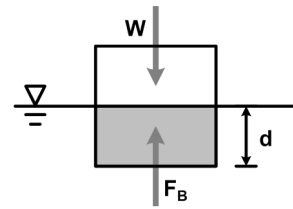
เมื่อ **GM** มีค่าเป็นบวก (+) วัตถุจะมีเสถียรภาพ แต่ในทางตรงกันข้าม ถ้า **GM** มีค่าเป็นลบ (-) วัตถุจะไม่มีเสถียรภาพ

ตัวอย่างที่ 2.12 ท่อนไม้ขนาด กว้าง 30 ซม. ยาว 60 ซม. และสูง 30 ซม. น้ำหนัก 318 N จงตรวจสอบเสถียรภาพของท่อนไม้ เมื่อลอยอยู่ในน้ำ



วิธีทำ วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้นผลรวมของแรงในแนวดิ่งจะเท่ากับ 0 ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} W &= F_B \\ &= \nabla \gamma_w \\ 318 &= (0.3 \times 0.6 \times d) \gamma_w \\ d &= \frac{318}{(0.3 \times 0.6) \gamma_w} = 0.18 \text{ m} \end{aligned}$$



จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (G) อยู่สูง $\frac{0.3}{2} = 0.15 \text{ m}$

จุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) อยู่สูง $\frac{0.18}{2} = 0.09 \text{ m}$

ดังนั้น $CG = 0.15 - 0.09 = 0.06 \text{ m}$

ปริมาตรส่วนที่จม $\nabla = (0.3 \times 0.6 \times 0.18) = 0.0324 \text{ m}^3$

เนื่องจากวัตถุสามารถเอียงได้ทั้งรอบแกน Y และแกน X ดังนั้นจึงต้องตรวจสอบทั้งสองแกน

จาก $CM = \frac{I}{\nabla}$ จะเห็นได้ว่า CM จะขึ้นอยู่กับ I ดังนั้นการที่วัตถุพลิก จะเกิดขึ้นรอบแกนที่มีค่า I น้อยกว่า

$$I_x = \frac{(0.3 \times 0.6^3)}{12} = 0.0054 \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{(0.3^3 \times 0.6)}{12} = 0.00135 \text{ m}^4$$

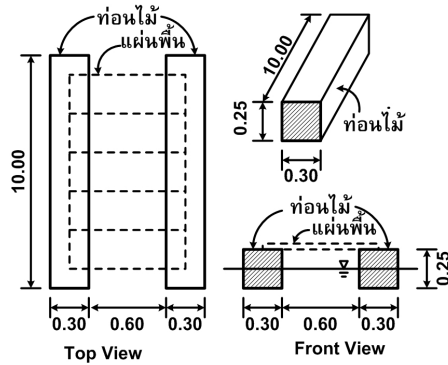
แสดงว่าวัตถุจะเริ่มพลิกรอบแกน Y ก่อน \therefore

$$CM = \frac{0.00135}{0.0324} = 0.4167 \text{ m}$$

จาก $GM = CM - CG = 0.4167 - 0.09 = 0.3267$

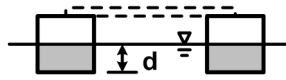
GM ที่ได้มีค่าเป็น ลบ (-) ดังนั้นวัตถุจึงไม่มีเสถียรภาพ Ans

ตัวอย่างที่ 2.13 Platform สร้างจากท่อนไม้ขนาด 0.25×0.30 ม. ยาว 10 ม. ดังรูปลอยอยู่ในน้ำ จงตรวจสอบเสถียรภาพการลอยตัวของ Platform โดยไม่คิดน้ำหนักของแผ่นพื้น และท่อนไม้มีความหนาแน่น 600 กก./ลบ.ม.



วิธีทำ วัตถุอยู่ในสภาวะสมดุล ดังนั้นผลรวมของแรงในแนวตั้งจะเท่ากับ 0 ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 W &= F_B \quad \text{---(1)} \\
 W &= \rho g \times 2(0.3 \times 0.25 \times 10) \\
 &= (600)g \times 2(0.75) \\
 &= 8.829 \text{ kN} \\
 F_B &= 2(0.3 \times 10 \times d)\gamma_w = 6d\gamma_w \\
 \text{แทนค่าใน (1)} \quad 8.829 \times 10^3 &= 6d\gamma_w \\
 d &= \frac{8.829 \times 10^3}{6\gamma_w} = 0.15 \text{ m}
 \end{aligned}$$



จุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุ (G) อยู่สูง $\frac{0.25}{2} = 0.125 \text{ m}$

จุดศูนย์กลางแรงลอยตัว (C) อยู่สูง $\frac{0.15}{2} = 0.075 \text{ m}$

ดังนั้น CG = 0.125 - 0.075 = 0.05 m

เนื่องจากวัตถุสามารถเอียงได้ทั้งรอบแกน Y และแกน X ดังนั้นจึงต้องตรวจสอบทั้งสองแกน

$$I_x = \frac{(0.3 \times 10^3)}{12} \times 2 = 50 \text{ m}^4$$

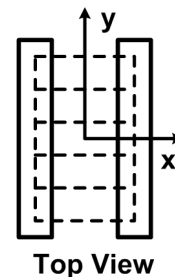
$$I_y = \frac{(1.2^3 \times 10)}{12} - \frac{(0.6^3 \times 10)}{12} = 1.26 \text{ m}^4$$

ดังนั้นวัตถุจะพลิกรอบแกน Y ก่อน

$$CM = \frac{I_y}{\nabla} = \frac{1.26}{2(0.3 \times 0.15 \times 10)} = 1.4 \text{ m}$$

จาก GM = CM - CG = 1.4 - 0.05 = +1.35

GM ที่ได้มีค่าเป็น ลบ (+) ดังนั้นวัตถุจึงมีเสถียรภาพ



Ans

2.5 การเปลี่ยนแปลงความดันของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่
(Variation of fluid pressure in moving container)

ของไหลที่เคลื่อนที่ไปพร้อมกับภาชนะที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกัน ซึ่งไม่เกิดลักษณะสัมพัทธ์ (dv) ระหว่างอนุภาค จึงทำให้ไม่เกิดผลเนื่องจากแรงเค้นเฉือน ดังนั้นการศึกษาถึงการเปลี่ยนแปลงความดันยังคงใช้หลักการของ สมการการแปรผันความดันของของไหลที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ในกรณีที่ไม่เกิดแรงเค้นเฉือนภายในของไหล (สมการที่ 2.13)

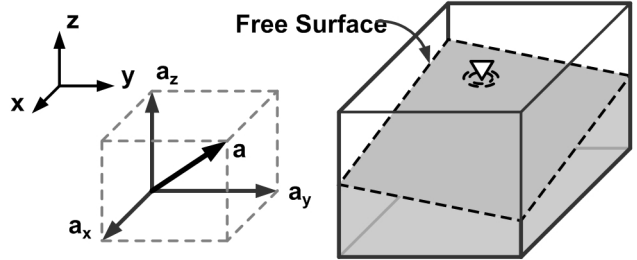
จากสมการที่ 2.13 $-\nabla \bar{p} - \gamma \bar{k} = \rho \bar{a}$
 เมื่อนำมาแยกพิจารณาในเทอมของแกน X Y และ Z จะได้ว่า

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho a_x \quad \text{----- (2.50)}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho a_y \quad \text{----- (2.51)}$$

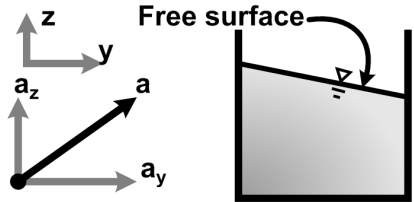
$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho(g + a_z) \quad \text{----- (2.52)}$$

จากสมการ 2.50 2.51 และ 2.52 จะเห็นได้ว่า ค่าของความดันจะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามระยะในแนวแกน X Y และ Z และหากพิจารณาที่ผิวอิสระของของไหลซึ่งมีค่าของความดันเท่ากันทุกจุด ดังนั้นเมื่อภาชนะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ผิวอิสระจะเอียงทำมุมกับแนวระดับ ดังรูปที่ 2.24



รูปที่ 2.24 ผิวอิสระของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง

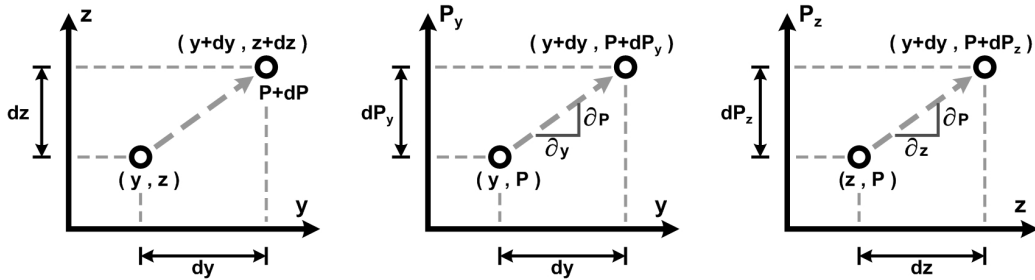
2.5.1 ความดันของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเชิงเส้น
(Fluid pressure in Linear moving container)



รูปที่ 2.25 ของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเชิงเส้น

พิจารณาเฉพาะระนาบ Y กับ Z จากรูปที่ 2.25 ภาวะเปิดฝาบรรจุของไหลเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a การเปลี่ยนแปลงของความดันตามแนวเส้นทางระหว่างจุด 2 จุด ที่อยู่ใกล้กันมาก บนระนาบ yz ซึ่งมีค่าพิกัดเป็น (y, z) กับ (y+dy, z+dz) ดังรูปที่ 2.24 จะสามารถเขียนเป็นสมการการเปลี่ยนแปลงความดัน ได้ดังนี้

$$dP = \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \quad \text{----- (2.53)}$$



รูปที่ 2.26 การเปลี่ยนแปลงความดันตามแนวเส้นทางระหว่างจุด 2 จุด บนระนาบ yz

แทนสมการที่ 2.51 และ 2.52 ในสมการที่ 2.53 จะได้

$$dP = -\rho a_y dy - \rho(a_z + g) dz \quad \text{----- (2.54)}$$

สมการที่ 2.54 คือ สมการการเปลี่ยนแปลงความดันของของไหลที่อยู่ในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งเชิงเส้น

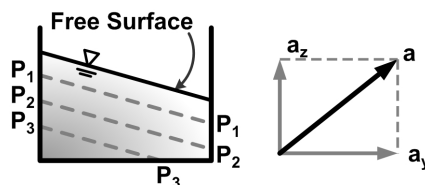
หากพิจารณาตามแนวเส้นทางที่มีความดันคงที่ เช่นบนผิวอิสระ ผลต่างของความดันจะมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น แทนค่า dP = 0 ในสมการที่ 2.54 จะได้

$$0 = -\rho a_y dy - \rho(a_z + g) dz$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้ว่า

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{(g + a_z)} \quad \text{----- (2.55)}$$

ดังนั้นสมการที่ 2.55 ก็คือ สมการของค่าความลาดชันของแนวเส้นทางในของไหลที่มีค่าความดันคงที่ หรือค่าความลาดชันของผิวอิสระของของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ซึ่งจะเห็นว่าแนวเส้นทางที่มีค่าความดันคงที่ จะขนานกับผิวอิสระของของไหลเสมอ ดังรูปที่ 2.27



รูปที่ 2.27 แนวเส้นทางที่มีค่าความดันคงที่

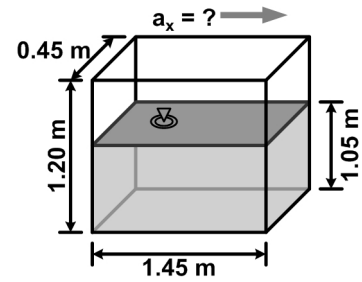
ในกรณีที่ไม่มีความเร็ว ($a=0$) พิจารณาจากสมการที่ 2.55 จะเห็นได้ว่า ค่าของความชันของแนวเส้นที่มีความดันคงที่ จะมีค่าเท่ากับ 0 หรือวางตัวในแนวระดับ ซึ่งนั่นหมายความว่า ที่ระดับเดียวกันค่าของความดันจะเท่ากัน ดังที่เคยกล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.1.2 และในทำนองเดียวกัน ถ้าไม่มีความเร็ว ค่า a_y และ a_z ในสมการที่ 2.54 จะเท่ากับ 0 ซึ่งทำให้สมการ 2.52 ลดรูปเป็น

$$dP = -(\rho g)dz = -(\gamma)dz$$

ซึ่งสมการที่ได้ คือสมการที่ 2.17 ในหัวข้อ 2.1.2

ตัวอย่างที่ 2.14 ถังน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใบหนึ่ง สูง 1.20 ม. กว้าง 0.45 ม. ยาว 1.45 ม. จงหา

- ขนาดของความเร่งในแนวราบ ที่ทำให้ระดับผิวน้ำเสมอขอบถึงพอดี โดยไม่ล้นออก
- ความดันที่ก้นถังทั้งสองด้าน
- ถ้าความเร่งในแนวราบเท่ากับ 3 m/s^2 จงหาปริมาตรของที่เหลืออยู่ในถัง



วิธีทำ จากสมการ 2.53
$$\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{(g + a_z)}$$

ไม่มีความเร่งในแกน z : $\rightarrow a_z = 0$

$\therefore \frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{g} \quad \text{---- (1)}$

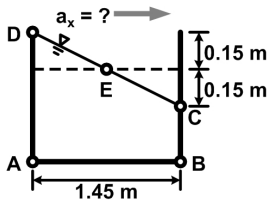
การที่น้ำจะล้นออกได้ ผิวน้ำต้องมีลักษณะดังรูป

ความลาดชันของผิวน้ำจึงเท่ากับ
$$\frac{dz}{dy} = -\frac{(0.15 + 0.15)}{(1.45)}$$

แทนค่าใน (1)
$$-\frac{(0.15 + 0.15)}{(1.45)} = -\frac{a_y}{g}$$

$$a_y = \frac{(0.15 + 0.15)}{(1.45)} g$$

$$a_y = 2.030 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$



จากสมการ 2.54
$$dP = -\rho a_y dy - \rho(a_z + g) dz$$

ทำการอินทิเกรตจะได้
$$P = -\rho a_y y - \rho g z + C \quad \text{---- (2)}$$

จากสมการ (2) จะเห็นได้ว่า มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าถึง 4 ตัว คือ P y z และ C ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้โดยกำหนดแกนอ้างอิงที่จุด E (การกำหนดแกนอ้างอิง กำหนดที่ใดก็ได้) หากพิจารณาตำแหน่งที่ทราบความดัน เช่นที่จุด D ค่าของความดันเท่ากับ 0 ดังนั้นเราจึงสามารถหาค่า C ได้

ที่จุด D : $y = -0.725 ; z = +0.15 ; P = 0$ แทนค่าในสมการ (2)

$$0 = -\rho(2.03)(-0.725) - \rho g(+0.15) + C$$

$\therefore C = 0$

หาความดันที่ก้นถังทั้งสองด้านโดย

ที่จุด A : $y = -0.725 ; z = -1.05$ แทนค่าในสมการ (2)

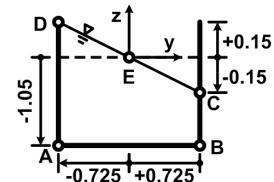
$$P_A = -\rho(2.03)(-0.725) - \rho g(-1.05) + 0$$

$$= +11.77 \text{ kPa} \quad \text{Ans}$$

ที่จุด B : $y = +0.725 ; z = -1.05$ แทนค่าในสมการ (2)

$$P_B = -\rho(2.03)(+0.725) - \rho g(-1.05) + 0$$

$$= +8.83 \text{ kPa} \quad \text{Ans}$$



ความเร่งในแนวราบเท่ากับ 3 ความชันผิวน้ำจะมีค่าเท่ากับ

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{(3)}{g} = -0.306$$

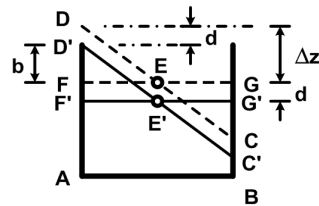
ผิวน้ำจะวางตัวตามแนว DC ดังนั้นจุด D จะขยับสูงขึ้น

$$\Delta z = \frac{dz}{dy} \Delta y = (-0.306)(-0.725) = 0.222 \text{ m}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า น้ำจะล้นออกจนผิวน้ำลดระดับมาอยู่ที่แนวเส้นตรง D'C' ซึ่งน้ำส่วนที่เหลือจะมีปริมาตรเท่ากับ ปริมาตรของรูป ABF'G'

จากรูป ระยะ d หาได้จาก $d = \Delta z - b = 0.222 - 0.15 = 0.072 \text{ m}$

ปริมาตรของของน้ำที่เหลืออยู่ $\nabla = (1.45) \times (0.45) \times (1.05 - 0.072)$
 $= 0.638 \text{ m}^3$ Ans

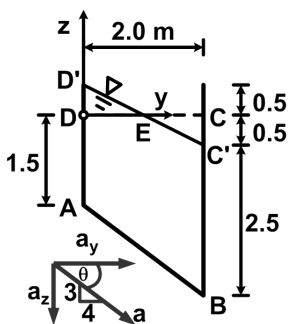
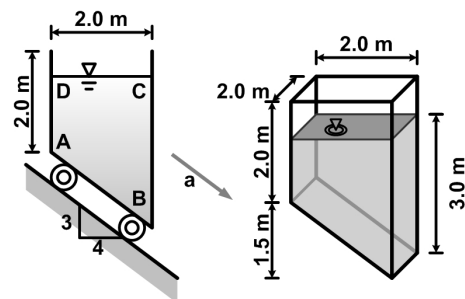


ตัวอย่างที่ 2.15 ถังน้ำรูปสี่เหลี่ยมคางหมูใบหนึ่ง มีรูปร่างและลักษณะดังรูป เคลื่อนที่ ลงจาพื้นเอียงด้วยความเร่ง a จงหา

- ขนาดของความเร่ง ที่ทำให้ผิวน้ำเสมอขอบถึงพอดี
- ความดันที่มากที่สุดเกิดขึ้นที่จุดใด และมีค่าเท่าไร

วิธีทำ จากสมการ 2.55 $\frac{dz}{dy} = -\frac{a_y}{(g + a_z)}$

การที่น้ำจะล้นออกได้ ผิวน้ำต้องมีลักษณะดังรูป



ความลาดชันของผิวน้ำจึงเท่ากับ

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{(0.5 + 0.5)}{(2.0)} = -\frac{1}{2}$$

ความเร่งในแนวราบ $a_y = +a(\cos \theta) = +\frac{4}{5}a$

ความเร่งในแนวตั้ง $a_z = -a(\sin \theta) = -\frac{3}{5}a$

แทนค่าในสมการจะได้ว่า $-\frac{1}{2} = -\frac{\left(\frac{4}{5}a\right)}{\left(g - \frac{3}{5}a\right)}$

แก้สมการจะได้ $a = \frac{5}{11} \cdot g = 4.459 \text{ m/s}^2$ Ans

จาสสมการ 2.54

$$dP = -\rho a_y dy - \rho(a_z + g)dz$$

ทำการอินทิเกรตจะได้

$$P = -\rho a_y y - \rho(a_z + g)z + C$$

กำหนดแกนอ้างอิงที่จุด D พิจารณาที่จุด E ค่าของความดันเท่ากับ 0 ดังนั้นเราจึงสามารถหาค่า C ได้โดย

ที่จุด E : $y = +1.0$; $z = 0$; $P = 0$ แทนค่าในสมการ (2)

$$0 = -\rho\left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(+1.0) - \rho\left(g - \frac{3}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(0) + C$$

$$\therefore C = \frac{4}{11} \cdot \gamma_w$$

ความดันสูงสุดน่าจะเกิดขึ้นที่จุด A หรือ B

ที่จุด A : $y = 0$; $z = -1.5$ แทนค่าในสมการ

$$\begin{aligned} P_A &= -\rho\left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(0) - \rho\left(g - \frac{3}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(-1.5) + \left(\frac{4}{11} \cdot \gamma_w\right) \\ &= \frac{16}{11} \cdot \gamma_w = +14.269 \text{ kPa} \end{aligned}$$

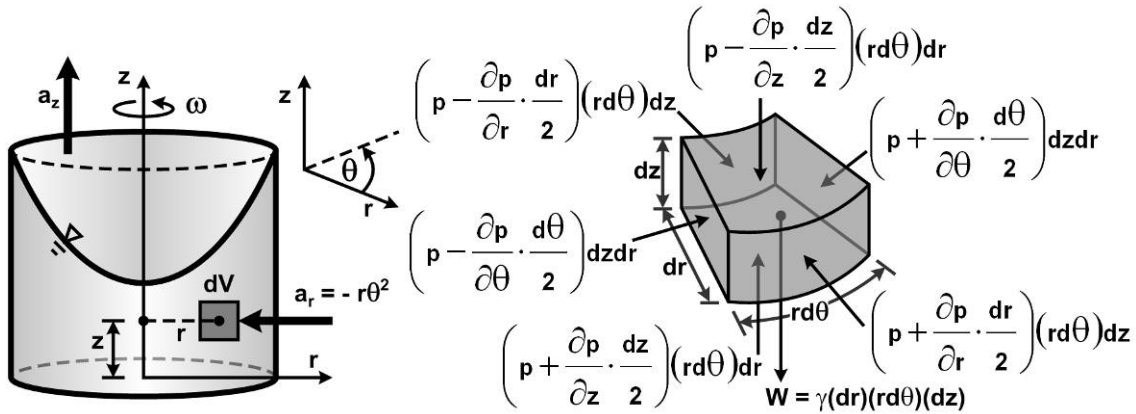
ที่จุด B : $y = +2.0$; $z = -3.0$ แทนค่าในสมการ

$$\begin{aligned} P_B &= -\rho\left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(+2) - \rho\left(g - \frac{3}{5} \times \frac{5}{11}g\right)(-3) + \left(\frac{4}{11} \cdot \gamma_w\right) \\ &= \frac{20}{11} \cdot \gamma_w = +17.836 \text{ kPa} \end{aligned}$$

\therefore ความดันสูงสุดเกิดขึ้นที่จุด B มีค่าเท่ากับ 17.836 kPa Ans

2.5.2 ของไหลในภาชนะที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุม (Fluid pressure in angular moving container)

ในกรณีที่ของไหลบรรจุอยู่ในภาชนะที่หมุนรอบแกนใดๆ ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ เมื่อกำหนดให้แกน z คือ แกนหมุน หากพิจารณาอนุภาคใดอนุภาคหนึ่งของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่รอบแกน z จะเกิดความเร่งสู่ศูนย์กลางกระทำกับอนุภาคนั้น ซึ่งมีทิศพุ่งเข้าหาแกนหมุน ลักษณะดังรูปที่ 2.28(ก)



รูปที่ 2.28 ของไหลในภาชนะที่หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่

เพื่อความสะดวก ในการวิเคราะห์ในการวิเคราะห์เราจะใช้ระบบพิกัดเชิงขั้ว (Polar Coordinate) ซึ่งประกอบด้วย r คือรัศมีจาแกนหมุน θ คือมุมของแนวรัศมีเมื่อเทียบกับแนวอ้างอิง และ Z ระยะในแนวตั้ง ดังนั้น สมการการเปลี่ยนแปลงความดัน (สมการที่ 2.53) จึงเปลี่ยนรูปเป็น

$$dP = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad \text{----- (2.56)}$$

จากกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน หากพิจารณาแรงต่างๆ ที่กระทำกับอนุภาคของไหล ดังรูปที่ 5.24(ข) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum F_r = ma_r &\Rightarrow \left(p - \frac{\partial p}{\partial r} \cdot \frac{dr}{2} \right) dz(rd\theta) - \left(p + \frac{\partial p}{\partial r} \cdot \frac{dr}{2} \right) dz(rd\theta) = \rho(r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz) a_r \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= -\rho a_r = -\rho(-r\omega^2) = \rho r\omega^2 \quad \text{----- (2.57)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_\theta = ma_\theta &\Rightarrow \left(p - \frac{\partial p}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) drdz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial \theta} \cdot \frac{d\theta}{2} \right) drdz = \rho(r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz) a_\theta \\ \frac{\partial p}{\partial \theta} &= -\rho r a_\theta \end{aligned}$$

แต่เนื่องจากไม่มีความเร่งเชิงมุม $a_\theta = 0$

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad \text{----- (2.58)}$$

$$\begin{aligned} \sum F_z = ma_z \Rightarrow \\ \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) dr (r d\theta) - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \frac{dz}{2} \right) dr (r d\theta) - \gamma (r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz) = \rho (r \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz) a_z \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho (g + a_z) \end{aligned} \quad \text{----- (2.59)}$$

นำสมการที่ 2.57 2.58 และ 2.59 ไปแทนในสมการที่ 2.56 จะได้

$$\boxed{dp = \rho r \omega^2 dr - \rho (g + a_z) dz} \quad \text{----- (2.60)}$$

สมการที่ 2.60 คือ สมการการเปลี่ยนแปลงความดันของของไหลในภาชนะที่หมุนรอบแกนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่

หากพิจารณาตามแนวเส้นทางที่มีความดันคงที่ เช่นบนผิวอิสระ ผลต่างของความดันจะมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้นแทนค่า $dP = 0$ ในสมการที่ 2.60 จะได้

$$0 = \rho r \omega^2 dr - \rho (g + a_z) dz$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$\boxed{\frac{dz}{dr} = \frac{r \omega^2}{g + a_z}} \quad \text{----- (2.61)}$$

ดังนั้นสมการที่ 2.61 ก็คือ สมการของค่าความลาดชันของแนวเส้นทางในของไหลที่มีค่าความดันคงที่ หรือค่าความลาดชันของผิวอิสระของของไหลในภาชนะที่หมุนรอบแกนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่

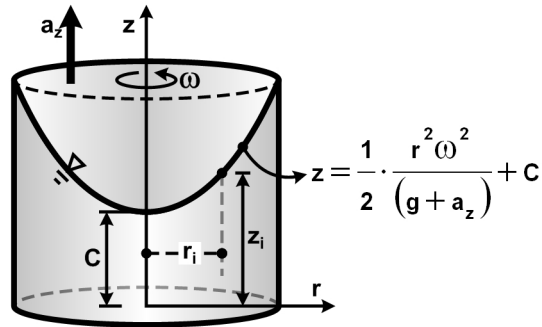
จากสมการที่ 2.61 นำมาจัดรูปใหม่ดังนี้

$$dz = \frac{r \omega^2}{g + a_z} dr \quad \text{----- (2.62)}$$

หากทำการอินทิเกรต สมการที่ 2.60 จะได้

$$z = \frac{\omega^2}{2(g + a_z)} r^2 + C \quad \text{----- (2.63)}$$

สมการที่ 2.63 ก็คือ สมการความสูงของผิวน้ำรอบแกนหมุน ซึ่งเมื่อพิจารณาจากสมการ หากภาชนะหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ และมีความเร่งในแนวตั้งคงที่ ผิวน้ำจะมีรูปร่างเป็นรูปทรงพาราโบลอยด์ (Paraboloid) โดยจะมีจุดต่ำสุดอยู่ที่แกนหมุน และมีจุดสูงสุดอยู่ที่ขอบของภาชนะ ดังรูปที่ 2.27

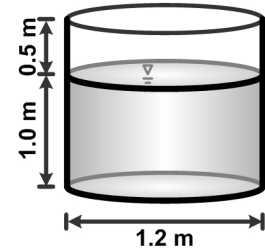


รูปที่ 2.27 รูปทรงของผิวอิสระของของไหลในภาชนะที่หมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่

เมื่อพิจารณาที่แกนหมุน รัศมีมีค่าเท่ากับ 0 จึงทำให้ $z = C$ หรือนั้นหมายความว่า ค่า C คือความลึกของน้ำที่แกนหมุน โดยวัดจากผิวน้ำถึงแกน r

ตัวอย่างที่ 2.16 ถังทรงกระบอกตั้งรูป หมุนด้วยความเร็วรอบคงที่รอบ แกน z และเคลื่อนที่ขึ้นในแนวตั้งด้วยความเร็ว 0.4 m/s² จงหา

- ความเร็วเชิงมุมสูงสุด ที่ทำให้น้ำไม่ล้นออกจากถัง และหาค่าความดันที่มากที่สุดที่ของไหลกระทำกับก้นถัง
- ความเร็วเชิงมุม ที่ทำให้ผิวอิสระสัมผัสกันถึงพอดี และหาปริมาณน้ำที่ล้นออกจากถัง



วิธีทำ พิจารณากรณีที่น้ำล้นพอดี ดังนั้นผิวอิสระจะมีลักษณะดังรูป

กำหนดแกนอ้างอิงไว้ที่จุดต่ำสุดของผิวน้ำ (จุด O) พิกัดขอบถังบริเวณที่น้ำล้น (จุด A) คือ

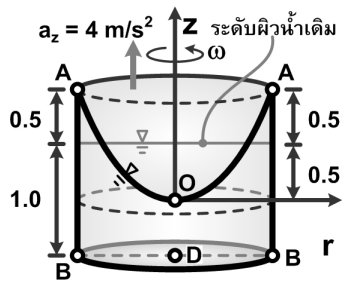
$$r = 0.6 \text{ m} \quad z = 1.0 \text{ m}$$

$$\text{จากสมการที่ 2.63} \Rightarrow z = \frac{1}{2g + a_z} \omega^2 r^2 + C$$

จากรูป ค่า C = 0 m.

แทนค่าพิกัดต่างๆ ลงในสมการ จะได้

$$(1.0) = \frac{1}{2(g + 4)} \omega^2 (0.6)^2 + (0) \Rightarrow \omega = 7.53 \text{ rad/s} \quad \text{Ans}$$



ต้องการหาค่าความดัน ทำได้โดยการอินทิเกรตสมการที่ 2.58

$$dP = \rho r \omega^2 dr - \rho(g + a_z) dz$$

$$P = \frac{1}{2} \rho r^2 \omega^2 - \rho(g + a_z) z + C_1$$

ค่า C₁ สามารถหาได้โดยการแทนค่าพิกัดของจุดที่เราทราบค่าของความดัน คือที่ผิวน้ำ เช่นที่จุด O

$$\text{ที่จุด O : } r = 0; z = 0; P = 0 \quad \therefore C_1 = 0$$

พิจารณาที่จุด D $r = 0; z = -0.5$

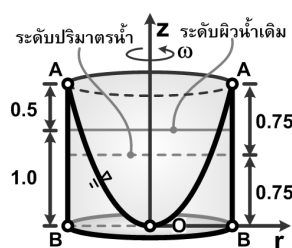
$$\begin{aligned} P_D &= \frac{1}{2} \rho (0)^2 (7.53)^2 - \rho(g + 4)(-0.5) + 0 \\ &= 6.905 \text{ kPa} \end{aligned}$$

พิจารณาที่จุด B $r = +0.6; z = -0.5$

$$\begin{aligned} P_B &= \frac{1}{2} \rho (0.6)^2 (7.53)^2 - \rho(g + 4)(-0.5) + 0 \\ &= 17.11 \text{ kPa} \end{aligned}$$

\therefore ความดันที่มากที่สุด เกิดขึ้นที่ขอบของก้นถัง และมีค่าเท่ากับ 17.11 kPa Ans

พิจารณากรณีที่ผิวน้ำสัมผัสกันถึงจะมีลักษณะดังรูป



กำหนดแกนอ้างอิงไว้ที่จุดต่ำสุดของผิวน้ำ (จุด O) พิกัดขอบถังบริเวณที่น้ำล้น (จุด A) คือ $r = 0.6 \text{ m} \quad z = 1.5 \text{ m}$

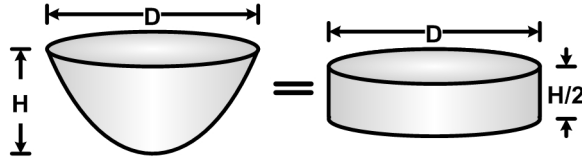
$$\text{จากสมการที่ 2.61} \Rightarrow z = \frac{\omega^2}{g + a_z} r^2 + C$$

จากรูป ค่า C = 0 m.

แทนค่าพิกัดต่างๆ ลงในสมการ จะได้

$$(1.5) = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{(g+4)} (0.6)^2 + (0) \Rightarrow \omega = 10.73 \text{ rad/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

*** เนื่องจากปริมาตรของรูปทรงพาราโบลอยด์ จะมีค่าเท่ากับปริมาตรของทรงกระบอกที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากัน แต่มีความสูงเพียงครึ่งหนึ่งของรูปทรงพาราโบลอยด์



หาปริมาตรของน้ำที่เหลืออยู่ได้จาก ปริมาตรน้ำที่เหลือ = ปริมาตรภาชนะ - ปริมาตรพาราโบลอยด์

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรน้ำที่เหลือ} &= \left[\frac{\pi}{4} (1.2^2) (1.5) \right] - \left[\frac{\pi}{4} (1.2^2) \left(\frac{1.5}{2} \right) \right] \\ &= 0.848 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ปริมาตรน้ำที่ล้นออกจากถัง} &= \text{ปริมาตรน้ำเต็ม} - \text{ปริมาตรน้ำที่เหลือ} \\ &= \left[\frac{\pi}{4} (1.2^2) (1.0) \right] - 0.848 \\ &= 0.283 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Ans

บทที่ 3

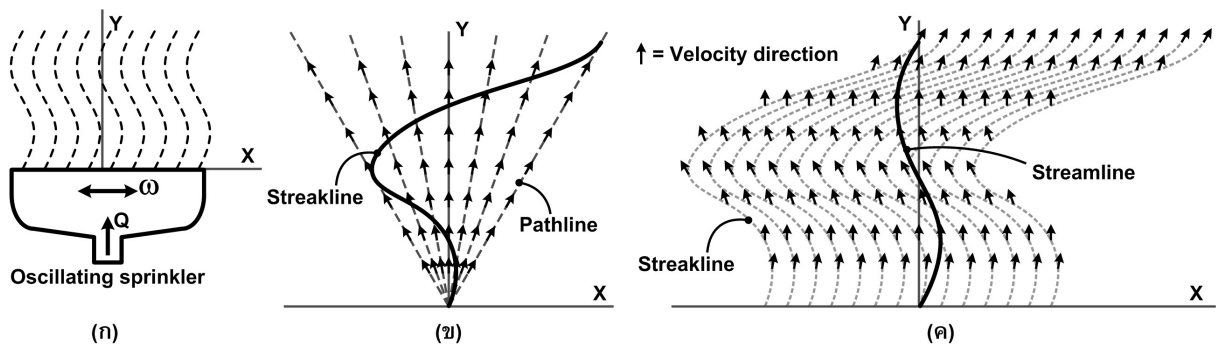
ทฤษฎีการไหลเบื้องต้น

เนื้อหาในบทนี้ จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของความเร็ว ความเร่ง และการเคลื่อนที่ของของไหล โดยจะไม่พิจารณาแรงใดๆ ที่กระทำกับของไหล หรือที่เราเรียกว่า Kinematics of Fluid Flow

ก่อนที่จะเข้าเนื้อหาในบทนี้และบทต่อไป จำเป็นต้องเข้าใจคำศัพท์เฉพาะที่อธิบายถึงวิธีการในการพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลเสียก่อน

- **Streamline** หมายถึงเส้นทางการเคลื่อนที่เฉลี่ยขณะใดขณะหนึ่งของกลุ่มอนุภาคของไหลที่เคลื่อนที่ต่อเนื่องกันในสนามการไหล ซึ่งเส้น streamline นี้จะสัมพันธ์กับทิศทางของความเร็วเฉลี่ยของอนุภาคของของไหลเสมอ
- **Streakline** หมายถึงภาพของกลุ่มอนุภาคของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามการไหล เช่น เมื่อนิ๊ดสีลงในสนามการไหล เราจะเห็นภาพของเส้นสีที่เคลื่อนที่ไปในสนามการไหล หรือภาพของควันที่ลอยในอากาศ
- **Pathline** หมายถึงแนวเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลเพียงอนุภาคเดียวในหนึ่งช่วงเวลา

ในสนามการไหลที่ไม่ซับซ้อนเช่น การไหลแบบราบเรียบ (จะกล่าวถึงรายละเอียดในหัวข้อต่อไป) อนุภาคของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบไปตาม streamline ซึ่งทำให้แนวเส้น streamline streakline และ pathline คือเส้นเดียวกัน (ดังรูปที่ 3.5) ส่วนในสนามการไหลที่มีความซับซ้อน เช่น การไหลผ่านหัวฉีดที่ส่ายไปมาด้วยความถี่คงที่ ดังรูปที่ 3.1 หากพิจารณาเปรียบเทียบกับหัวฉีดที่จุดใดจุดหนึ่ง การเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหล (Pathline) จะมีลักษณะพุ่งกระจายออกเนื่องจากมีองค์ประกอบของความเร็วในแนวแกน x ซึ่งเป็นผลมาจากการส่ายของหัวฉีด แต่ภาพที่ปรากฏให้เห็นนั้น คือกลุ่มอนุภาคที่เคลื่อนที่ต่อกันเป็นสายหรือที่เรียกว่า streakline ดังรูปที่ 3.1(ข) และเมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของของไหลทั้งหมดในสนามการไหลจะเห็นได้ว่า แนวเส้นที่สัมพันธ์กับอนุภาคของความเร็วของของไหล หรือที่เรียกว่า streamline จะมีลักษณะดังรูปที่ 3.1 (ค)



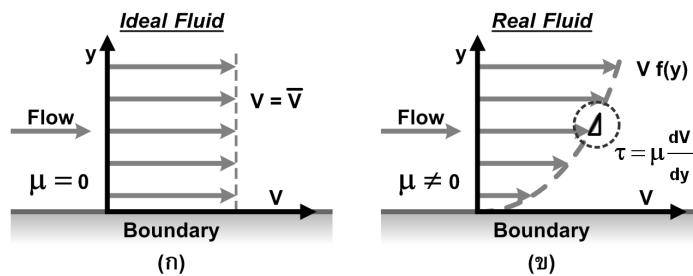
รูปที่ 3.1 ตัวอย่าง streamline streakline และ pathline ของการไหลผ่านหัวฉีดที่มีการส่าย

3.1 การจำแนกประเภทของการไหล (Flow classification)

เนื่องจากคุณสมบัติหลายประการของของไหลสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามสภาพแวดล้อม (เช่นอุณหภูมิ ความดัน เป็นต้น) และเวลา ในสภาพปัญหาหนึ่งๆ ถึงแม้การไหลจะเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดียวกัน แต่พฤติกรรมของการไหลอาจไม่เหมือนกัน ดังนั้นการวิเคราะห์จึงจำเป็นต้องคำนึงถึงสมมุติฐานที่สอดคล้องกับสภาพปัญหานั้นๆ จากพฤติกรรมของการไหลที่แตกต่างกันนี้ เราสามารถแบ่งประเภทของการไหลโดยพิจารณาได้จากหลายหลักเกณฑ์ แต่บทนี้จะกล่าวถึงการแบ่งประเภทการไหลโดยพิจารณาใน 5 หลักเกณฑ์ดังนี้

3.1.1 ของไหลจริง และของไหลจินตนาการ (Real Fluid and Ideal Fluid)

ในสนามการไหลของของไหลจริง (Real Fluid) จะมีผลกระทบจากความหนืด ซึ่งจะทำให้เกิดแรงเค้นเฉือนขึ้นระหว่างอนุภาคของของไหลเมื่ออนุภาคของไหลมีความเร็วแตกต่างกัน ส่วนของไหลจินตนาการ (Ideal Fluid) เป็นการไหลที่สมมุติให้ของไหลไม่มีผลกระทบเนื่องจากความหนืด (การไหลที่ไม่เกิดขึ้นจริง) ดังนั้นในสนามการไหลจะไม่เกิดแรงเค้นเฉือนระหว่างอนุภาคของของไหล และความเร็วของอนุภาคของไหลจะเท่ากัน

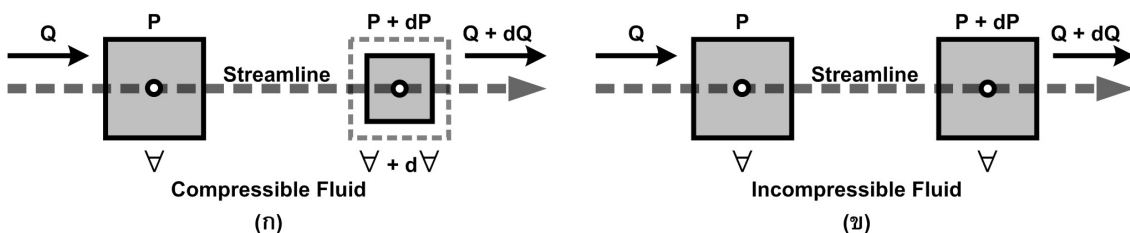


รูปที่ 3.2 (ก) ของไหลจินตนาการ (ข) ของไหลจริง

เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ โดยส่วนมากเมื่อกล่าวถึงการไหล จะหมายถึงการไหลจินตนาการ ที่ไม่มีผลกระทบเนื่องจากความหนืด และความเร็วคงที่ในบริเวณที่พิจารณา

3.1.2 พิจารณาจากคุณสมบัติในการบีบอัดของของไหล (Compressibility)

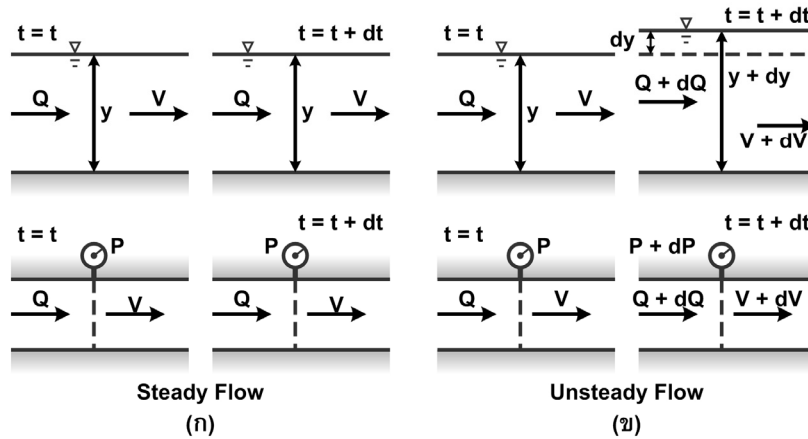
หากของไหลอัดตัวได้ (Compressible Fluid) เคลื่อนที่ในสนามการไหลเมื่อความดันเปลี่ยนแปลงไป ปริมาตรของของไหลจะเกิดการเปลี่ยนแปลง การวิเคราะห์อัตราการไหลจึงมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังรูปที่ 3.3(ก) ในทางตรงกันข้าม หากของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) เคลื่อนที่ในสนามการไหล ของไหลจะมีปริมาตรคงที่ ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของความดัน ในการวิเคราะห์อัตราการไหลจะมีความซับซ้อนน้อยลง ดังรูปที่ 3.3 (ข) โดยส่วนมากของไหลมีสถานะเป็นของเหลว จะถือว่าของไหลนั้นเป็น ของไหลที่อัดตัวไม่ได้



รูปที่ 3.3 ของไหลที่อัดตัวได้ และไม่ได้ ภายในสนามการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงความดัน

3.1.3 พิจารณาจากการเปรียบเทียบกับเวลา

เมื่อพิจารณาที่จุดใดจุดหนึ่งในสนามการไหล หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ไม่มีการเปลี่ยนแปลง จะถือว่า การไหลนั้นไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา หรือที่เราเรียกว่า **Steady Flow** ในทางตรงกันข้าม หากในช่วงเวลาที่วิเคราะห์ ค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง มีการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ชัด จะถือว่า การไหลนั้นแปรเปลี่ยนตามเวลา หรือที่เราเรียกว่า **Unsteady Flow**

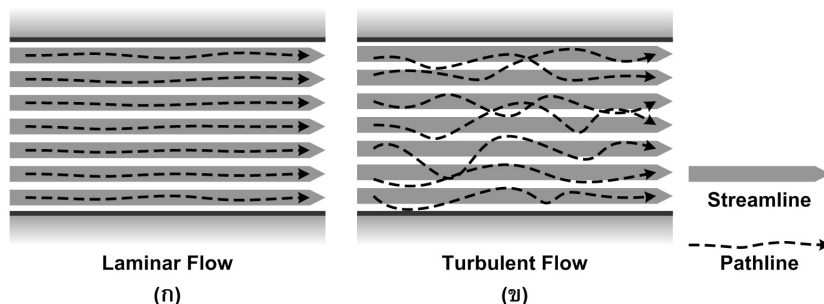


รูปที่ 3.4 การไหลแบบ Steady flow และ Unsteady flow

3.1.4 พิจารณาจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล

หากพิจารณาจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในสนามการไหล เราสามารถแบ่งประเภทการไหลได้เป็น 2 ลักษณะคือ

- การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบไปตามเส้นทางที่แน่นอน (เคลื่อนที่ไปตาม StreamLine) สภาพการไหลไม่มีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดสูง หรือการไหลที่มีความเร็วต่ำมากๆ (รูปที่ 3.5 ก)
- การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่อย่างไม่เป็นระเบียบ อนุภาคของของไหลมีเส้นทางการเคลื่อนที่ไม่แน่นอน สภาพการไหลในสนามการไหลมีความปั่นป่วน การไหลประเภทนี้มักเกิดกับของไหลที่มีความหนืดต่ำ หรือการไหลที่มีความเร็วสูง (รูปที่ 3.5 ข)

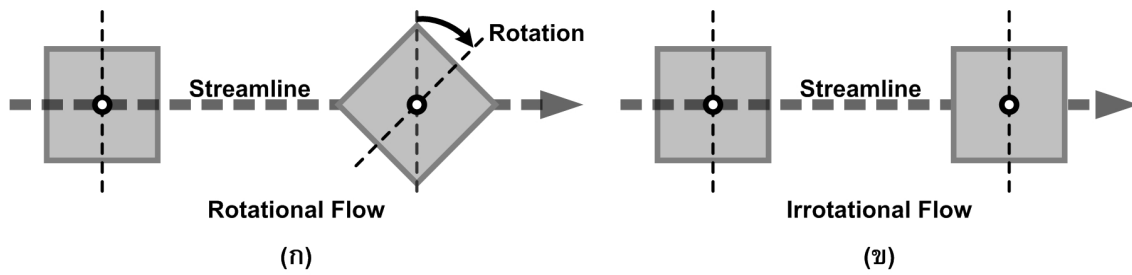


รูปที่ 3.5 การไหลแบบราบเรียบ และการไหลแบบปั่นป่วน

3.1.5 พิจารณาจากลักษณะการเคลื่อนตัวของอนุภาคของไหล

หากพิจารณาจากลักษณะของการเคลื่อนตัวของอนุภาคของไหล สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ

- การไหลแบบหมุน (Rotational Flow) คือการไหลที่อนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปพร้อมกับการหมุน
 - การไหลแบบไม่หมุน (Irrotational Flow) คือการไหลที่อนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปแต่ไม่มีการหมุน
- โดยส่วนมากในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการไหลจะสมมุติให้การไหลเป็นแบบ Irrotational Flow



รูปที่ 3.6 การไหลแบบหมุน และการไหลแบบไม่หมุน

3.2 การวิเคราะห์การไหลด้วยวิธีปริมาตรควบคุม (Flow analysis with Control Volume method)

การศึกษาถึงพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ของของไหล หรือที่เราเรียกว่าการไหลนั้น เราสามารถวิเคราะห์ได้ใน 3 ลักษณะคือ

- วิเคราะห์การไหลโดยพิจารณาความเร็ว และความแรงของของไหลในทุกตำแหน่งในสนามการไหล ซึ่งเป็นวิธีที่จะต้องอาศัยหลักการเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ หรือเรียกว่า วิธีอนุพันธ์ (Differential Approach)
- วิเคราะห์โดยการพิจารณาถึงสภาพความสมดุลของปริมาณการไหลเข้า ปริมาณการไหลออก และปริมาณที่อยู่ในขอบเขตที่กำหนด (Finite Region)
- วิเคราะห์โดยอาศัยหลักการวิเคราะห์มิติประกอบกับการสร้างแบบจำลอง (Dimensional Analysis and Modeling)

จากทั้งสามหลักการที่กล่าวมา วิธีอนุพันธ์ เป็นวิธีที่มีความยุ่งยากซับซ้อนในการวิเคราะห์ เพื่อให้ได้คำตอบบางครั้งอาจต้องใช้เครื่องมือช่วยในกาคำนวณเช่น โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ส่วนการวิเคราะห์มิติกับแบบจำลองนั้น จะกล่าวถึงอย่างละเอียดในบทต่อไป ดังนั้นในบทนี้จะขอกกล่าวถึงเฉพาะการวิเคราะห์โดยการกำหนดขอบเขตของการไหล หรือที่เรียกว่า “วิธีปริมาตรควบคุม” (Control Volume Approach)

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมของของไหลที่เคลื่อนที่หรือไหลไปนั้น เป็นการยากที่จะพิจารณาของไหลแบบก้อนอนุภาค เพราะของไหลมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอยู่ตลอดเวลา จึงต้องอาศัยการกำหนดของเขตในบริเวณที่มีการไหลขึ้นมาเพื่อทำการศึกษาพฤติกรรมของของไหล ในขณะที่ไหลเข้าออกจากขอบเขตดังกล่าว

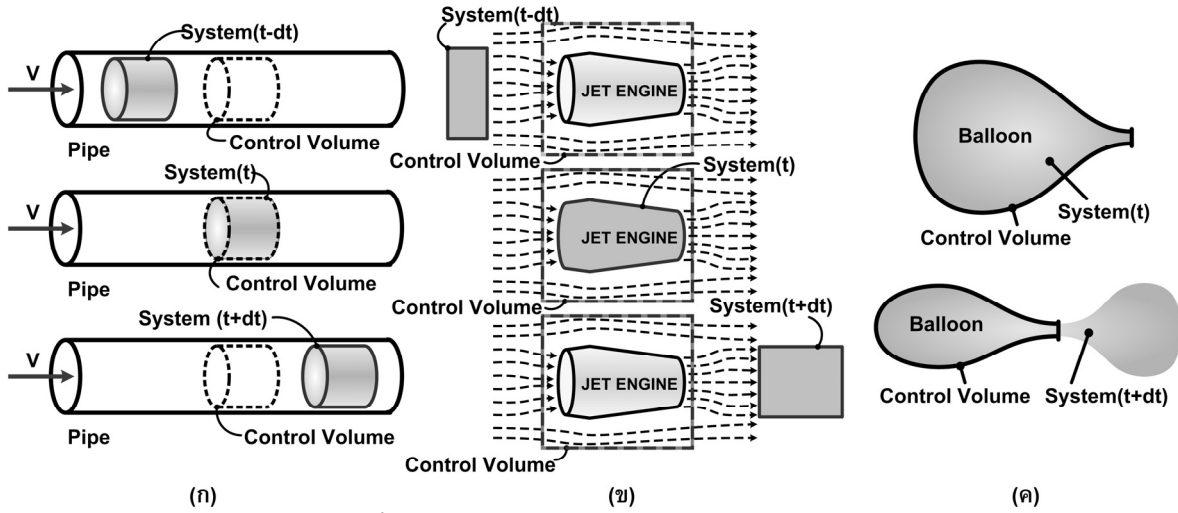
ก่อนที่จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ด้วยวิธีปริมาตรควบคุม จะต้องเข้าใจถึงศัพท์ทางเทคนิคที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ด้วยเสียก่อน

- ระบบ (System) หมายถึง กลุ่มของอนุภาคของไหลที่เลือกทำการศึกษา มีรูปพรรณสัณฐานที่เฉพาะเจาะจง และสามารถเคลื่อนที่ไปตำแหน่งใดก็ได้
- สิ่งแวดล้อม (Surrounding) หมายถึง สิ่งต่างๆ ที่ล้อมรอบอยู่ภายนอกระบบ
- ปริมาตรควบคุม (Control Volume) หมายถึง ปริมาตรที่ถูกกำหนดขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลเข้า และไหลออก ในบริเวณที่ทำการศึกษา
- ผิวของปริมาตรควบคุม (Control Surface) หมายถึง พื้นที่ผิวของขอบเขตที่ล้อมรอบปริมาตรควบคุม

การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม

การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม สามารถทำได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับสภาพปัญหา และระบบที่ทำ การวิเคราะห์ ในการกำหนดขอบเขตนั้น จะต้องมีส่วนของของการไหลเข้าออกที่ชัดเจน และจะต้องตอบคำถามที่กำลังวิเคราะห์นั้นได้ ตัวอย่างเช่น ปัญหาเกี่ยวกับการไหลในท่อ เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบอยู่หนึ่ง กับที่ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Fix Control Volume) เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของระบบที่ไหลผ่านท่อ ดังรูปที่ 3.7 (ก) หากปัญหาเกี่ยวข้องกับวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเคลื่อนที่ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Moving Control Volume) เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของระบบรอบวัตถุในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่

ผ่านระบบนั้น ดังรูปที่ 3.7 (ข) หรือถ้าหากต้องการศึกษาเกี่ยวกับของไหลที่อยู่ในสถานะที่สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้ เราจะกำหนดขอบเขตปริมาตรควบคุมแบบเปลี่ยนรูปร่างได้ (Deforming Control Volume) เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างของภาชนะ กับการไหลเข้าและออกของระบบ ดังรูปที่ 3.7 (ค)

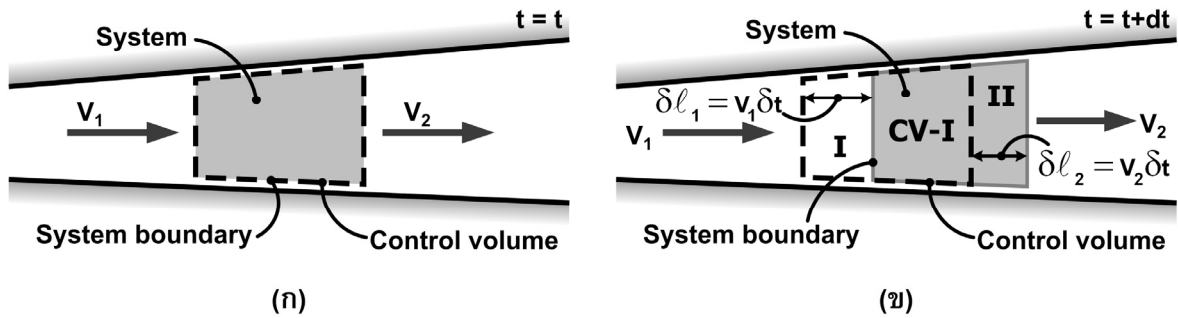


รูปที่ 3.7 การกำหนดขอบเขตของปริมาตรควบคุม

3.3 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem)

ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ เป็นทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของของไหล ที่มีการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติใดๆ อย่างต่อเนื่อง ซึ่งบางครั้งทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์นี้ถูกเรียกว่า สมการของการอนุรักษ์ทั่วไป (General Conservation Equation)

3.3.1 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ กับปริมาตรควบคุมที่ถูกจำกัดทิศทางการไหลเข้าและออก



รูปที่ 3.8 การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลทิศทางเดียว

พิจารณาการเคลื่อนตัวของระบบผ่านปริมาตรควบคุม โดยสมมติให้การไหลมีเพียงทิศทางเดียว และไม่มี การไหลทางด้านข้างดังรูปที่ 3.8

กำหนดให้

พื้นที่สีเทาคือ ระบบที่กำลังพิจารณา และแนวเส้นประคือ ขอบเขตของปริมาตรควบคุม

B = ปริมาณทางฟิสิกส์ใดๆ ในระบบที่เคลื่อนตัวผ่านปริมาตรควบคุม

จากรูปที่ 3.7 (ก) เมื่อเวลา $t = t$ ปริมาณใดๆ ที่มีอยู่ในระบบ $B_{sys}(t)$ จะเท่ากับปริมาณใดๆ ที่อยู่ในปริมาตรควบคุม $B_{cv}(t)$

$$B_{sys}(t) = B_{cv}(t) \quad \text{----- (3.1)}$$

แต่เมื่อเวลาผ่านไป δt หากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณในระบบ กับปริมาณในปริมาตรควบคุม และสิ่งแวดล้อม จะได้ว่า

$$B_{sys}(t + \delta t) = B_{cv}(t + \delta t) - B_I(t + \delta t) + B_{II}(t + \delta t) \quad \text{----- (3.2)}$$

โดยที่ $B_I(t + \delta t)$ คือปริมาณที่ไหลเข้ามาในปริมาตรควบคุม และ $B_{II}(t + \delta t)$ คือปริมาณที่ไหลออกจาก ปริมาตรควบคุม เมื่อเวลาผ่านไป δt

พิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ B ในระบบเมื่อเทียบกับเวลา จะได้ว่า

$$\frac{\delta B_{sys}}{\delta t} = \frac{B_{sys}(t + \delta t) - B_{sys}(t)}{\delta t} \quad \text{----- (3.3)}$$

แทนค่าสมการที่ 3.1 และ 3.2 ในสมการที่ 3.3

$$\frac{\delta B_{\text{sys}}}{\delta t} = \frac{B_{\text{CV}}(t + \delta t) - B_I(t + \delta t) + B_{\text{II}}(t + \delta t) - B_{\text{CV}}(t)}{\delta t}$$

$$\frac{\delta B_{\text{sys}}}{\delta t} = \frac{B_{\text{CV}}(t + \delta t) - B_{\text{CV}}(t)}{\delta t} - \frac{B_I(t + \delta t)}{\delta t} + \frac{B_{\text{II}}(t + \delta t)}{\delta t} \quad \text{----- (3.4)}$$

หากพิจารณา δt มีค่าน้อยมากจนเกือบเป็น 0 จะทำให้ $\frac{\delta B_{\text{sys}}}{\delta t}$ เปลี่ยนรูปเป็น $\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt}$

และจากเทอม $\frac{B_{\text{CV}}(t + \delta t) - B_{\text{CV}}(t)}{\delta t}$ ซึ่งก็คือ $\frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t}$ หรือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณใน

ปริมาตรควบคุมต่อเวลา

ดังนั้นสมการที่ 3.4 จึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} - \frac{B_I(t + \delta t)}{\delta t} + \frac{B_{\text{II}}(t + \delta t)}{\delta t} \quad \text{----- (3.5)}$$

ความหมายของเทอม $\frac{B_I(t + \delta t)}{\delta t}$ ก็คือ อัตราการไหลเข้าของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม

กำหนดให้ $\frac{B_I(t + \delta t)}{\delta t}$ เขียนแทนด้วย \dot{B}_{In}

และความหมายของเทอม $\frac{B_{\text{II}}(t + \delta t)}{\delta t}$ ก็คือ อัตราการไหลออกของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม

กำหนดให้ $\frac{B_{\text{II}}(t + \delta t)}{\delta t}$ เขียนแทนด้วย \dot{B}_{Out}

แทนค่าสัญลักษณ์ในสมการที่ 3.5 จะได้

$$\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} - \dot{B}_{\text{In}} + \dot{B}_{\text{Out}} \quad \text{----- (3.6)}$$

และถ้าหากมีทางเข้าออกหลายทาง สมการที่ 3.6 จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\boxed{\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{\text{In}} + \sum \dot{B}_{\text{Out}}} \quad \text{----- (3.7)}$$

ซึ่งเราจะเรียกสมการที่ 3.7 ว่า **สมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Raynolds Transport Theorem)**

หากกำหนดให้ $Q_{\text{In/Out}} =$ อัตราการไหล (เข้า-ออก) $\left(\frac{\nabla_{\text{In/Out}}}{\delta t} \right)$

$b =$ อัตราส่วนของปริมาณใดๆ ต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหลใดๆ (ของไหลที่ผ่านปริมาตรควบคุม ไม่จำเป็นต้องเป็นระบบ)

$\therefore b = \frac{B}{m}$

หากพิจารณาที่ อัตราการไหลเข้าของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม (\dot{B}_{in})

$$\dot{B}_{in} = \frac{m_{in} b_{in}}{\delta t} = \frac{\rho_{in} \nabla_{in} b_{in}}{\delta t} = \rho_{in} \left(\frac{\nabla_{in}}{\delta t} \right) b_{in}$$

$$\dot{B}_{in} = \rho_{in} Q_{in} b_{in} \quad \text{----- (3.8)}$$

ในทำนองเดียวกันหากพิจารณาที่ อัตราการไหลออกของปริมาณผ่านผิวปริมาตรควบคุม (\dot{B}_{out})

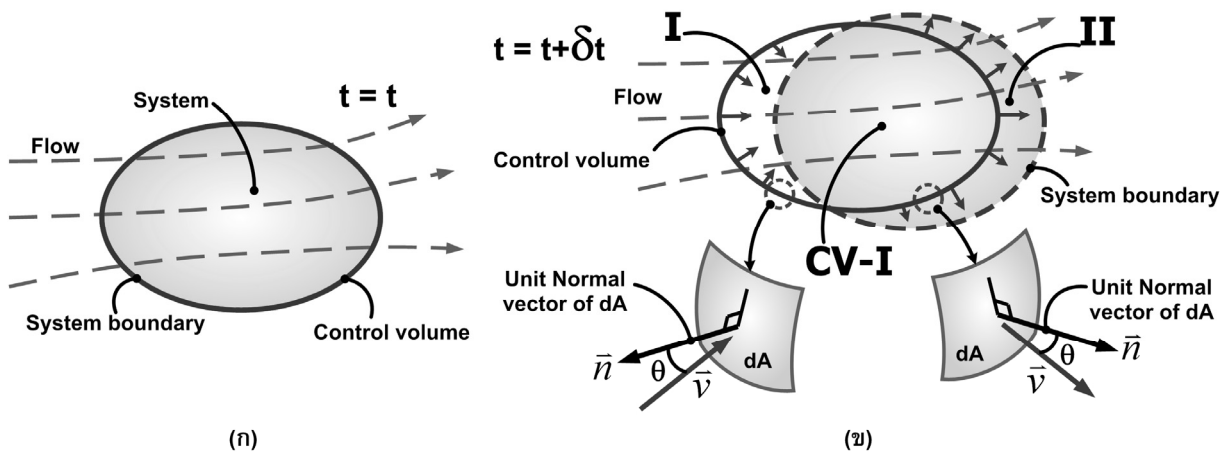
$$\dot{B}_{out} = \frac{m_{out} b_{out}}{\delta t} = \frac{\rho_{out} \nabla_{out} b_{out}}{\delta t} = \rho_{out} \left(\frac{\nabla_{out}}{\delta t} \right) b_{out}$$

$$\dot{B}_{out} = \rho_{out} Q_{out} b_{out} \quad \text{----- (3.9)}$$

สมการที่ 3.7 อาจอยู่ในรูป

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum(\rho_{in} Q_{in} b_{in}) + \sum(\rho_{out} Q_{out} b_{out}) \quad \text{----- (3.10)}$$

3.3.2 ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ กับใช้ปริมาตรควบคุมที่มีการไหลเข้าออก อย่างอิสระ



รูปที่ 3.9 การเคลื่อนที่ของระบบผ่านปริมาตรควบคุมที่มีการไหลเข้าออก อย่างอิสระ

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 3.9

ปริมาณในระบบมีค่าเท่ากับ

$$B_{sys} = \int_{sys} b \, dm = \int_{sys} \rho b \, dV$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณเทียบกับเวลาในระบบมีค่าเท่ากับ

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{sys} \rho b \, dV \right) \quad \text{----- (3.11)}$$

ปริมาณในปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับ

$$B_{CV} = \int_{CV} b \, dm = \int_{CV} \rho b \, dV$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณเทียบกับเวลาในปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับ

$$\frac{dB_{CV}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_{CV} \rho b \, dV \right) \quad \text{----- (3.12)}$$

จากรูปที่ 3.9 (ข) เมื่อเวลาเปลี่ยนเป็น $t+dt$ พิจารณาปริมาณที่ไหลออก (II)
กำหนดให้ความเร็วในแนวตั้งฉากกับผิวควบคุม

$$v_n = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad \text{-----} \quad (3.13)$$

เมื่อ \vec{v} = ความเร็วของระบบที่ผิวของปริมาตรควบคุม
 \vec{n} = เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยที่ผิวของปริมาตรควบคุม

จากรูปที่ 3.9 (ข) ปริมาณการไหลออกบนพื้นที่เล็กๆ เท่ากับ

$$\delta B_{\text{Out}} = \rho b v_n dA \delta t \quad \text{-----} \quad (3.14)$$

อัตราการไหลออกของปริมาณบนพื้นที่เล็กๆ มีค่าเท่ากับ

$$\delta \dot{B}_{\text{Out}} = \frac{\delta B_{\text{Out}}}{\delta t} = \rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.15)$$

ดังนั้นอัตราการไหลออกของปริมาณทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\dot{B}_{\text{Out}} = \int_{CS_{\text{Out}}} \rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.16)$$

ถ้าพิจารณาปริมาณการไหลเข้าบนพื้นที่เล็กๆ จะเท่ากับ

$$\delta B_{\text{In}} = -\rho b v_n dA \delta t \quad \text{-----} \quad (3.17)$$

การที่มีเครื่องหมายเป็นลบ เนื่องจากทิศทางของการไหลสวนทางกับ เวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วยที่ผิวของปริมาตรควบคุม ดังนั้นจึงส่งผลให้ $\vec{v} \cdot \vec{n} = -v_n$

อัตราการไหลเข้าของปริมาณบนพื้นที่เล็กๆ มีค่าเท่ากับ

$$\delta \dot{B}_{\text{In}} = \frac{\delta B_{\text{In}}}{\delta t} = -\rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.18)$$

ดังนั้นอัตราการไหลเข้าของปริมาณทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\dot{B}_{\text{In}} = - \int_{CS_{\text{In}}} \rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.19)$$

จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (สมการที่ 3.7) อัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณในระบบเทียบกับเวลาจะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{DB_{\text{CV}}}{Dt} &= \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} + (\dot{B}_{\text{Out}} - \dot{B}_{\text{In}}) \\ &= \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} + \left(\int_{CS_{\text{Out}}} \rho b v_n dA - \int_{CS_{\text{In}}} \rho b v_n dA \right) \end{aligned}$$

∴ จะได้สมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ ในรูป

$$\frac{DB_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial B_{\text{CV}}}{\partial t} + \int_{CS} \rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\text{sys}} \rho b dV = \frac{d}{dt} \int_{\text{CV}} \rho b dV + \int_{CS} \rho b v_n dA \quad \text{-----} \quad (3.21)$$

3.4 สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation)

หากพิจารณาจากรูปแบบอย่างง่าย โดยให้ปริมาณที่พิจารณาคือมวล จากสมการที่ 3.7 จะได้ว่า

$$\frac{DM_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{\text{In}} + \sum \dot{M}_{\text{Out}} \quad \text{----- (3.22)}$$

แต่เนื่องจากมวลไม่มีวันสูญสลาย ซึ่งนั่นหมายความว่า $\frac{DM_{\text{sys}}}{Dt} = 0$ ดังนั้น

$$0 = \frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} - \sum \dot{M}_{\text{In}} + \sum \dot{M}_{\text{Out}}$$

$$\boxed{\frac{\partial M_{\text{CV}}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{\text{In}} - \sum \dot{M}_{\text{Out}}} \quad \text{----- (3.23)}$$

สมการที่ 3.23 คือ **สมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation)** หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า **สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)**

ถ้าพิจารณาในรูปสมการทั่วไป จากสมการที่ 3.21 อัตราส่วนของปริมาณใดๆ ต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหล $b = \frac{m}{m} = 1$ และเนื่องจากมวลของระบบจะคงที่เสมอ จึงทำให้ $\frac{d}{dt} \int_{\text{sys}} \rho b \, dV = 0$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{d}{dt} \int_{\text{CV}} \rho b \, dV + \int_{\text{CS}} \rho b v_n \, dA = 0 \quad \text{----- (3.24)}$$

สมการที่ 3.24 คือ รูปทั่วไปของสมการกฎการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation)

จากสมการที่ 3.20 หากปริมาณที่พิจารณาคือปริมาตร ดังนั้น $b = \frac{V}{m}$ หรือเท่ากับ ปริมาตรจำเพาะของของไหล (v) จะได้

$$\frac{DV_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial V_{\text{CV}}}{\partial t} + \int_{\text{CS}} \rho v v_n \, dA \quad \text{----- (3.22)}$$

เนื่องจาก $\rho v = 1$ ดังนั้นจะได้

$$\frac{DV_{\text{sys}}}{Dt} = \frac{\partial V_{\text{CV}}}{\partial t} + \int_{\text{CS}} v_n \, dA \quad \text{----- (3.23)}$$

แต่ถ้าสมมุติฐานของการไหล เป็นการไหลของ **ของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid)** ปริมาตรของระบบจะคงที่ ทำให้ $\frac{DV_{\text{sys}}}{Dt} = 0$

$$\frac{\partial V_{\text{CV}}}{\partial t} = - \int_{\text{CS}} v_n \, dA \quad \text{----- (3.24)}$$

พิจารณาเทอม $\int_{\text{CS}} v_n \, dA = \int_{\text{CS}_{\text{Out}}} v_n \, dA - \int_{\text{CS}_{\text{In}}} v_n \, dA$ แทนค่าในสมการที่ 3.24

$$\frac{\partial V_{\text{CV}}}{\partial t} = - \left(\int_{\text{CS}_{\text{Out}}} v_n \, dA - \int_{\text{CS}_{\text{In}}} v_n \, dA \right)$$

$$\frac{\partial V_{cv}}{\partial t} = \int_{CS_{In}} v_n dA - \int_{CS_{Out}} v_n dA$$

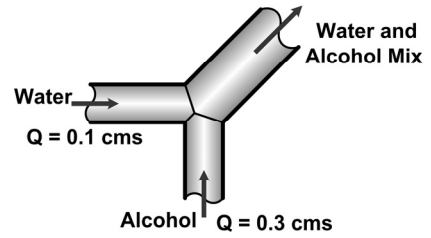
เนื่องจาก $\int_{CS} v_n dA = \sum Q$ ดังนั้น

$$\boxed{\frac{\partial V_{cv}}{\partial t} = \sum Q_{In} - \sum Q_{Out}} \quad \text{----- (3.25)}$$

ถ้าปริมาตรควบคุมเป็นแบบคงตัวปริมาตรคงที่ (**Fix Control Volume**) และถ้าหากการไหลเป็นการไหลแบบคงที่ (**Steady Flow**) ซึ่งหมายถึงการไหลที่คุณสมบัติของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา ซึ่งทำให้ $\frac{\partial V_{cv}}{\partial t} = 0$ ดังนั้นจะได้ว่า

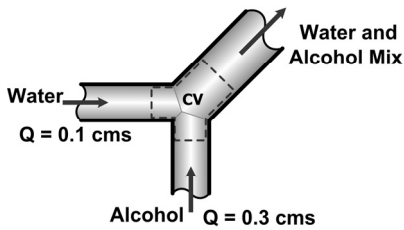
$$\boxed{\sum Q_{In} = \sum Q_{Out}} \quad \text{----- (3.26)}$$

ตัวอย่างที่ 3.1 น้ำและแอลกอฮอล์ ไหลมาผสมกันในท่อรูปตัว Y ลักษณะดังรูป เมื่ออัตราการไหลของน้ำและแอลกอฮอล์ เท่ากับ 0.1 cms และ 0.3 cms ตามลำดับ จงหาความหนาแน่น ของของเหลวที่ทางออก ($SG_{Alcohol} = 0.8$)



วิธีทำ พิจารณาจากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{in} + \sum \dot{B}_{out}$$



พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบ **Fix Control Volume** ดังรูป กำหนดให้ระบบคือ ของไหลทั้งหมดที่ไหลผ่านท่อ และ ปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{in} - \sum \dot{M}_{out}$$

เนื่องจากอัตราการไหลเข้าออกคงที่ และปริมาตรภายในท่อ ส่วนที่อยู่ในปริมาตรควบคุมไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0$$

พิจารณาการไหลเข้าทั้งสองทาง

$$\begin{aligned} \sum \dot{M}_{in} &= \rho_w Q_w + \rho_{Alcohol} Q_{Alcohol} \\ &= (0.1)\rho_w + (0.3)(0.8)\rho_w \end{aligned}$$

พิจารณาการไหลออก

$$\sum \dot{M}_{out} = \rho_{Mix} Q_{Mix}$$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ จะได้

$$0 = (0.1)\rho_w + (0.3)(0.8)\rho_w - \rho_{Mix} Q_{Mix} \quad \text{---- (1)}$$

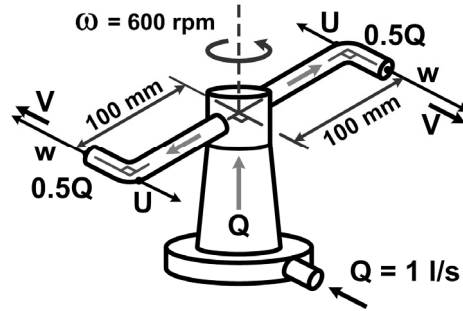
เนื่องจากระบบเป็นของไหลอัดตัวได้น้อยมาก ประกอบกับปริมาตรควบคุมเป็นแบบคงตัว ไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตร และการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

$$\begin{aligned} \therefore \sum Q_{in} = \sum Q_{out} \Rightarrow \quad Q_w + Q_{Alcohol} &= Q_{mix} \\ (0.1) + (0.3) &= Q_{mix} \\ Q_{mix} &= 0.4 \text{ cms} \end{aligned}$$

$$\text{แทนค่าใน (1)} \quad 0 = (0.1)\rho_w + (0.3)(0.8)\rho_w - \rho_{Mix} (0.4)$$

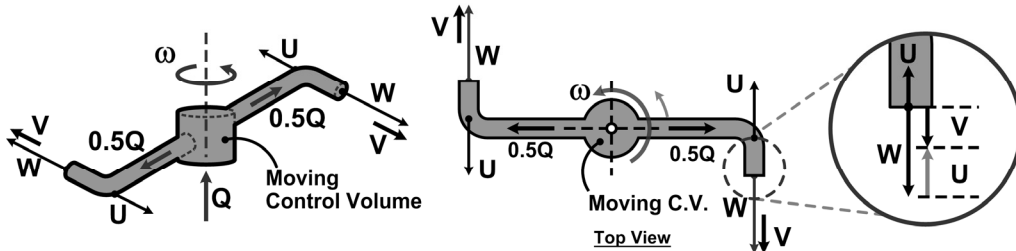
$$\begin{aligned} \rho_{Mix} &= \left(\frac{0.1 + (0.3 \times 0.8)}{0.4} \right) \rho_w \\ &= (0.85)\rho_w = 850 \text{ kg/m}^3 \quad \underline{Ans} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 สปริงเกอร์ฉีดน้ำด้วยอัตรา 1 l/s ดังรูป ที่ปลายทางออกของสปริงเกอร์ มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 6 mm รัศมี 100 mm จงหาความเร็วของน้ำในอากาศ (V) ในขณะที่สปริงเกอร์หมุนด้วยความเร็วรอบ (ω) 600 rpm



วิธีทำ พิจารณาจากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{in} + \sum \dot{B}_{out}$$



พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบ **Moving Control Volume** ดังรูป

กำหนดให้ระบบคือ ของไหลทั้งหมดที่ไหลผ่านท่อ และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{in} - \sum \dot{M}_{out} \quad \text{---- (1)}$$

เนื่องจากอัตราการไหลเข้าออกคงที่ และปริมาตรของส่วนที่อยู่ในปริมาตรควบคุมไม่เปลี่ยนแปลง ดังนั้น

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0$$

พิจารณาการไหลเข้า $\sum \dot{M}_{in} = \rho_w Q_{in} = (0.001)\rho_w$

พิจารณาการไหลออก $\sum \dot{M}_{out} = 2(\rho_w Q_{out})$

เนื่องจาก $Q_{out} = A_{out}W = \left(\frac{\pi}{4}(0.006)^2\right)W$

เมื่อ W คือความเร็วของน้ำที่ไหลออกจากสปริงเกอร์ เมื่อเทียบกับปลายสปริงเกอร์

ดังนั้น $\sum \dot{M}_{out} = 2\left(\rho_w\left(\frac{\pi}{4}(0.006)^2\right)W\right)$

แทนค่าทั้งหมดในสมการ (1) จะได้

$$0 = (0.001)\rho_w - 2\left(\rho_w\left(\frac{\pi}{4}(0.006)^2\right)W\right)$$

$$W = \frac{0.001}{2 \times \frac{\pi}{4}(0.006)^2} = 17.68 \text{ m/s}$$

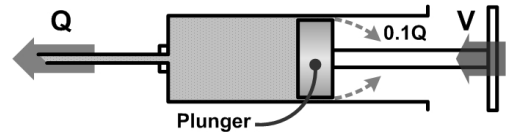
จากรูปเมื่อพิจารณาความเร็วในรูปเวกเตอร์ จะเห็นได้ว่า $\vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$

$$U = \omega R = \left(\frac{2\pi(600)}{60}\right)(0.1) = 2\pi \text{ m/s}$$

ดังนั้นความเร็วของน้ำในอากาศจึงเท่ากับ

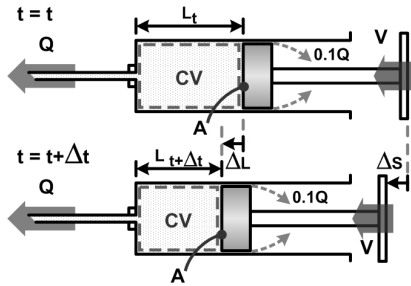
$$\vec{V} = (-17.68) + (+2\pi) = -11.40 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 3.3 เข็มฉีดยาอันหนึ่ง แป้นกด (Plunger) มีขนาดพื้นที่ 500 ตร.มม. ถ้าต้องการฉีดยาให้น้ำยาไหลออกในอัตรา 300 cc/min จงหาความเร็วในการกดแป้น โดยสมมติให้มีการรั่วไหลของตัวยารอบแป้นกดเท่ากับ 0.1 เท่าของอัตราที่ไหลออกทางปลายเข็ม



วิธีทำ พิจารณาจากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{in} + \sum \dot{B}_{out}$$



พิจารณาปริมาตรควบคุมแบบ **Deforming Control Volume** ดังรูป

กำหนดให้ระบบคือ ของไหล และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{in} - \sum \dot{M}_{out} \quad \text{---- (1)}$$

เนื่องจากไม่อัตราการไหลเข้า ดังนั้น $\sum \dot{M}_{in} = 0$

พิจารณาการไหลออก $\sum \dot{M}_{out} = \rho Q + \rho(0.1Q)$

เมื่อแทนค่าในสมการที่ (1) จะได้

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = 0 - (\rho Q + \rho(0.1Q))$$

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = -(1.1)\rho Q \quad \text{---- (2)}$$

พิจารณาเทอม $\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \frac{\rho dV_{CV}}{dt} = \frac{\rho d(AL)}{dt}$

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \rho A \frac{dL}{dt} \quad \text{---- (3)}$$

จะเห็นว่าความเร็วในการกด $V = \frac{ds}{dt} = -\frac{dL}{dt} \quad \text{---- (4)}$

แทนค่า (3) และ (4) ใน (2)

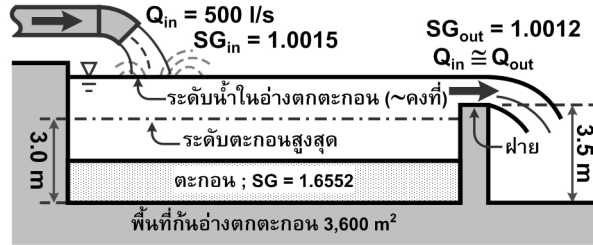
$$\rho A(-V) = -(1.1)\rho Q$$

$$V = \frac{(1.1)Q}{A}$$

$$= \frac{(1.1) \left(300 \times \frac{10^{-6}}{60} \right)}{(500 \times 10^{-6})}$$

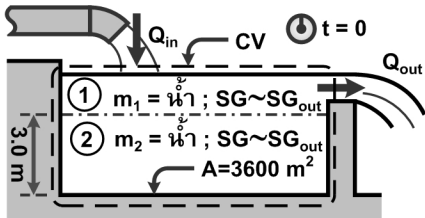
$$V = 0.011 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการบำบัดน้ำผ่านอ่างตกตะกอน โดยน้ำเสียที่ต้องการบำบัดที่จะไหลเข้าสู่อ่างตกตะกอน มีปริมาณ 500 ลิตร/วินาที ค่าความถ่วงจำเพาะ 1.0015 หลังจากผ่านการตกตะกอนน้ำเสียมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.0012 ซึ่งจะไหลออกผ่านฝายน้ำล้นที่ทางออก เนื่องจากระดับน้ำภายในอ่างค่อนข้างคงที่จึงประมาณได้ว่าอัตราการไหลออกจากอ่างค่อนข้างคงที่ จากการตรวจวัดตะกอนที่ก้นอ่าง ค่าความถ่วงจำเพาะมีค่าเท่ากับ 1.6552 จะต้องใช้เวลานานเท่าไรกว่าที่ตะกอนจะเต็มอ่างพอดี (ปริมาณตะกอนถึงระดับสูงสุด)



วิธีทำ พิจารณาจากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์

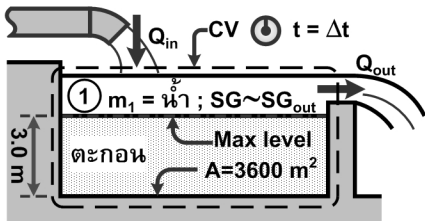
$$\frac{DB_{sys}}{Dt} = \frac{\partial B_{CV}}{\partial t} - \sum \dot{B}_{in} + \sum \dot{B}_{out}$$



พิจารณาปริมาณควบคุมแบบ **Fix Control Volume** ดังรูป

กำหนดให้ระบบคือ ของไหล และปริมาณที่พิจารณาคือมวล จะได้ว่า

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{in} - \sum \dot{M}_{out} \quad \text{---- (1)}$$



พิจารณาการไหลเข้า $\sum \dot{M}_{in} = \rho_{in} Q_{in} = 1.0015 \rho_w (1.0) \quad \text{---- (2)}$

พิจารณาการไหลออก $\sum \dot{M}_{out} = \rho_{out} Q_{out} = 1.0012 \rho_w (1.0) \quad \text{---- (3)}$

เมื่อพิจารณาที่ $t = 0$ มวลใน Control Volume คือมวลของน้ำส่วนที่ 1 และ 2 แต่เมื่อเวลาผ่านไป $t = \Delta t$ มวลที่อยู่ใน Control volume คือ มวลของน้ำส่วนที่ 1 กับ มวลของตะกอนที่เข้ามาแทนที่ส่วนที่ 2 ดังนั้นในช่วงเวลาดังกล่าวมีมวลแตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned} \Delta M_{CV} &= (m_1 + m_{\text{ตะกอน}}) - (m_1 + m_2) \\ &= m_{\text{ตะกอน}} - m_2 = \rho_{\text{ตะกอน}} V_{\text{ตะกอน}} - \rho_2 V_2 \\ &= V(\rho_{\text{ตะกอน}} - \rho_2) = (3600 \times 3)(1.6552 - 1.0012)(1000) \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta M_{CV} = 7,063,200 \text{ kg} = 7,063.2 \text{ ton}$$

เมื่อพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลใน Control volume ต่อหนึ่งหน่วยเวลา จะได้

$$\frac{\partial M_{CV}}{\partial t} = \frac{\Delta M_{CV}}{\Delta t} = \frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t} \quad \text{---- (4)}$$

นำ (2) (3) และ (4) แทนใน (1)

$$\frac{7,063.2 \times 10^3}{\Delta t} = (1.0015 - 1.0012) \rho_w$$

$$\therefore \Delta t = \frac{7,063.2}{(1.0015 - 1.0012)} = 47,088,000 \text{ วินาที} = 545 \text{ วัน} \quad \text{Ans}$$

บทที่ 4

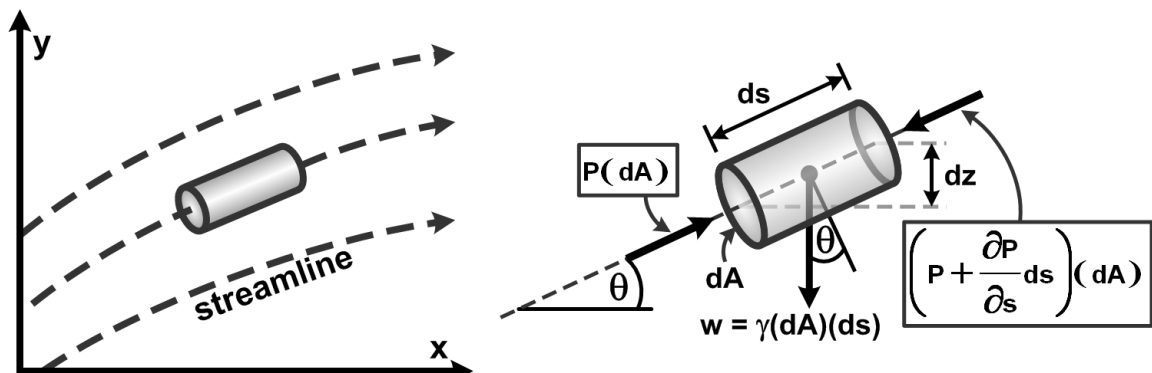
สมการพลังงาน

หากพิจารณาอนุภาคของของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ในสนามของการไหล ความดัน ความเร็วของอนุภาค รวมถึงแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้น จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ไปตามตำแหน่ง และเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ เราสามารถวิเคราะห์โดยอาศัยหลักการจากสมการพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง 3 สมการคือ สมการความต่อเนื่อง สมการพลังงาน และสมการโมเมนตัม การวิเคราะห์ด้วยสมการโมเมนตัมนั้นจะกล่าวถึงในบทต่อไป ส่วนในบทนี้จะเป็นการวิเคราะห์ สมการพลังงานของอนุภาคของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) ที่เคลื่อนที่ไปตาม Streamline ภายใต้การไหลแบบ Steady flow

สมการพลังงานของการไหลขั้นต้นนั้นเกิดจากแนวคิดของ Leonhard Euler โดยพิจารณาตัวแปรต่างๆ ไปตามแนวเส้นทางของการไหล (streamline) ซึ่งต่อมา Bernoulli ได้นำสมการของ Euler มาวิเคราะห์ต่อจนได้เป็นสมการพลังงานที่ใช้กันอย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบัน

4.1 สมการพลังงานของ Euler (Euler's Energy equation)

พิจารณาอนุภาคของไหลรูปทรงกระบอกที่กำลังเคลื่อนที่ไปตาม streamline ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลตามแนวเส้นทางไหล

ของไหลเคลื่อนที่ไปตาม streamline ด้วยความเร่ง a_s ทำมุม θ กับแนวระดับ พิจารณาแรงภายนอกที่กระทำกับของไหลประกอบด้วย

- แรงดัน เนื่องจากความดันที่ผิวของทรงกระบอกมีทิศทางหักล้างกันหมด ดังนั้นแรงดันจึงเหลือเพียง แรงที่กระทำกับปลายด้านหนึ่งมีค่าเท่ากับ $P(dA)$ ส่วนอีกด้านเท่ากับ $\left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds\right)(dA)$
- น้ำหนักของก้อนอนุภาค $dW = \gamma(dV) = \gamma(dA \cdot ds)$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\sum F = m\vec{a}$$

เมื่อพิจารณาทิศทางการไหลตามแนวเส้นทางการไหล จะได้ว่า

$$P(dA) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA) - dW(\sin \theta) = m \bar{a}_s \quad \text{----- (4.1)}$$

เนื่องจากความเร่ง $\bar{a}_s = \frac{dV}{dt}$ และ $V = f(s, t)$ ดังนั้นจะได้

$$\bar{a}_s = \frac{\partial V}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} = V \cdot \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad \text{----- (4.2)}$$

แต่เนื่องจากสภาพการไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Steady flow) จึงทำให้ $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ และ $\frac{\partial V}{\partial s} = \frac{dV}{ds}$

สมการที่ 4.2 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\bar{a}_s = V \cdot \frac{dV}{ds} \quad \text{----- (4.3)}$$

มวลของอนุภาคของไหลมีค่าเท่ากับ

$$m = \rho(dV) = \rho(dA \cdot ds) \quad \text{----- (4.4)}$$

แทนค่าสมการ 4.3 และ 4.4 ในสมการที่ 4.1 จะได้

$$P(dA) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) (dA) - \gamma(dA \cdot ds)(\sin \theta) = \rho(dA \cdot ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right)$$

$$P - \left(P + \frac{\partial P}{\partial s} ds \right) - \gamma(ds) \left(\frac{dz}{ds} \right) = \rho(ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right)$$

ที่สภาพการไหลแบบ Steady flow ความดันไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา จึงทำให้ $\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{dP}{ds}$ ดังนั้น

$$P - \left(P + \frac{dP}{ds} ds \right) - \gamma(ds) \left(\frac{dz}{ds} \right) = \rho(ds) \left(V \cdot \frac{dV}{ds} \right)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\boxed{dz + \frac{dP}{\gamma} + \frac{V \cdot dV}{g} = 0} \quad \text{----- (4.5)}$$

ซึ่งต่อมาสมการที่ 4.5 นี้ถูกเรียกว่า **สมการพลังงานของ Leonhard Euler**

4.2 สมการ Bernoulli (Bernoulli's equation)

Bernoulli ได้นำสมการพลังงานของ Leonhard Euler มาทำการอินทิเกรต

$$\int dz + \int \frac{dP}{\gamma} + \int \left(\frac{V \cdot dV}{g} \right) = \int 0$$

จากผลของการอินทิเกรต จะได้

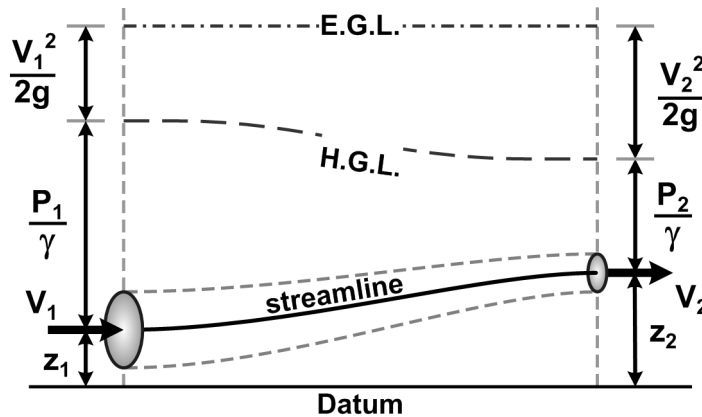
$$\boxed{z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = C} \quad \text{----- (4.6)}$$

หรือ

$$\boxed{z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}} \quad \text{----- (4.7)}$$

ซึ่งต่อสมการที่ 4.7 นี้ถูกเรียกว่า **สมการพลังงานของ Bernoulli** หรือ สมการ Bernoulli

ความหมายของสมการ Bernoulli คือ หากไม่มีผลของพลังงานจากภายนอก และการสูญเสียพลังงานจากภายในระบบ ความสัมพันธ์ของตัวแปรของของไหลที่เดินทางไปตาม streamline ผ่านจุดที่ 1 และ 2 จะเป็นไปตามสมการที่ 4.7



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต่างกัน ในสมการ Bernoulli

จากสมการที่ 4.6 และ 4.7 จะเห็นได้ว่า มิติของตัวแปรแต่ละเทอมในสมการคือความยาว (L) ซึ่งเป็นมิติเดียวกันกับมิติของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของของไหล กล่าวคือ

$$z : [L] \quad \frac{P}{\gamma} : \left[\frac{FL^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}} \right] = \left[\frac{(MLT^{-2})^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}} \right] = [L] \quad \frac{V^2}{2g} : \left[\frac{(LT^{-1})^2}{LT^{-2}} \right] = [L]$$

$$\text{มิติของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนัก} = \frac{\text{Energy}}{\text{Weight}} : \frac{[FL]}{[F]} = [L]$$

ดังนั้นสมการของ Bernoulli ไม่ใช่สมการความสัมพันธ์ของพลังงาน แต่เป็นสมการความสัมพันธ์ของพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักของของไหล

ด้วยเหตุนี้เราจึงไม่เรียกเทอมต่างๆ ว่าพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนักแต่จะเรียกว่า เฮดพลังงาน (Energy Head) หรือเรียกสั้นๆ ว่า เฮด (Head) ซึ่งในแต่ละเทอมก็จะมีชื่อเรียกเฉพาะตามคำนิยามดังนี้

Z คือ เฮดของพลังงานศักย์ ซึ่งก็คือความสูงจากระดับอ้างอิงถึงแนวเส้นทางการไหล หรือเรียกว่า **เฮดระดับ** (Potential head or Elevation head)

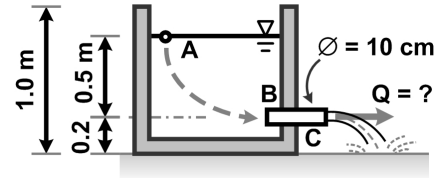
$\frac{P}{\gamma}$ คือ เฮดของพลังงานอันเนื่องมาจากความดันสถิต หรือเรียกว่า **เฮดความดัน** (Pressure head)

$\frac{V^2}{2g}$ คือ เฮดของพลังงานจล หรือเรียกว่า **เฮดความเร็ว** (Velocity head)

เมื่อพิจารณาภายใต้เงื่อนไข การไหลแบบคงที่ (Steady flow) แรงที่เกี่ยวข้องมีเพียงแรงโน้มถ่วง กับ แรงอันเนื่องมาจากความดัน ของไหลเป็นของไหลในจินตนาการ (Ideal Fluid) และอัดตัวไม่ได้ (Incompressible fluid) เมื่ออนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปตาม streamline โดยไม่มีผลจากพลังงานภายนอก และการสูญเสียพลังงาน ผลรวมของเฮดที่จุดใดจุดหนึ่ง จะเท่ากับผลรวมของเฮดอีกจุดหนึ่งเสมอ ดังนั้นเฮดพลังงานรวมจะคงที่ตลอดความยาวของ streamline ดังรูปที่ 4.2 โดยเส้นที่บอกถึงระดับของเฮดพลังงานรวมนั้นเราจะเรียกว่า เส้นระดับพลังงาน (Energy Grade Line ; E.G.L.) และเส้นที่บอกถึงระดับผลรวมของเฮดระดับ กับเฮดความดัน จะเรียกว่า ระดับชลศาสตร์ (Hydraulic Grade Line ; H.G.L.)

(ผลรวมของเฮดระดับ กับเฮดความดันเรียกว่า เฮดสถิต ; Static head หรือ Piezometric head)

ตัวอย่างที่ 4.1 จากรูป ถังน้ำสูง 1.0 ม. มีใส่น้ำสูง 0.7 ม. มีรูระบายน้ำอยู่ที่ ความสูง 0.2 ม. จากกันถึง และมีเส้นผ่าศูนย์กลางกลาง 10 ซม. ถ้าถังมีขนาดใหญ่มาก (อัตราการไหลเปลี่ยนแปลงน้อยมากในขณะที่ทำการวัด) ถ้าการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นน้อยมาก จงหาขนาดของอัตราการไหลของน้ำผ่านรูระบาย



วิธีทำ พิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจาก A ไป C จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g}$$

กำหนดให้ระดับที่กันถึง คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

ที่จุด A : $z_A = +0.7 \text{ m}$; $P_A = 0$; $V_A = 0$

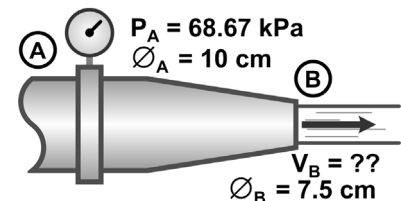
ที่จุด C : $z_C = +0.2 \text{ m}$; $P_C = 0$

แทนค่าใน (1) $0.7 + 0 + 0 = 0.2 + 0 + \frac{V_C^2}{2g}$

$V_C = 3.13 \text{ m/s}$

$\triangleright Q = A_C V_C = \frac{\pi}{4} (0.10^2) (3.13) = 0.012 \text{ m}^3/\text{s} = 12.29 \text{ l/s}$ Ans

ตัวอย่างที่ 4.2 จากรูป หัวฉีดฉีดน้ำจากจุด A ออกสู่อากาศที่ปลาย B โดย ที่จุด A มีเส้นผ่าศูนย์กลางกลาง 10 ซม. และมีความดันที่มาตรวัดอ่านได้เท่ากับ 68.67 kPa ส่วนที่จุด B มีเส้นผ่าศูนย์กลางกลาง 7.5 ซม. จงหาความเร็ว และอัตราการไหลของน้ำที่ปลายทางออก (จุด B) กำหนดให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



วิธีทำ พิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจาก A ไป B จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} \tag{1}$$

กำหนดให้ระดับที่กึ่งกลางท่อ คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

ที่จุด A : $z_A = 0$; $P_A = 68.67 \times 10^3 \text{ Pa}$ ที่จุด B : $z_B = 0$; $P_B = 0$

แทนค่าใน (1) $0 + \frac{68.67 \times 10^3}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_B^2}{2g}$

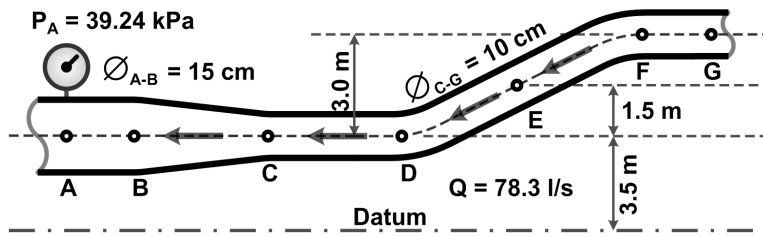
$2g(6.957 - 0) = V_B^2 - V_A^2$ ---- (2)

จาก $Q = A_A V_A = A_B V_B \Rightarrow V_A = \frac{A_B}{A_A} V_B = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2 V_B = \left(\frac{0.075}{0.10}\right)^2 V_B = 0.5625 V_B$ แทน

ค่าใน (2) $2g(6.957) = V_B^2 - (0.5625 V_B)^2$
 $V_B = 14.13 \text{ m/s}$

$\triangleright Q = A_B V_B = \frac{\pi}{4} (0.075^2) (14.13) = 0.06242 \text{ m}^3/\text{s} = 62.42 \text{ l/s}$ Ans

ตัวอย่างที่ 4.3 ท่อ AG มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางช่วง A-B 15 ซม. และช่วง C-G 10 ซม. มาตรการวัดความดันที่จุด A อ่านค่าได้ 39.24 kPa น้ำไหลจาก G ไป A ด้วยอัตรา 78.3 l/s ถ้าการสูญเสียพลังงานระหว่างการไหลเกิดขึ้นน้อยมาก จงพล็อตกราฟเส้นระดับพลังงาน และระดับชลศาสตร์ที่จุดต่างๆ



วิธีทำ

เนื่องจาก $Q = A_{BA} V_{BA} = A_{GC} V_{GC}$

$$V_{GC} = \frac{0.0783}{\frac{\pi}{4} \times 0.1^2} = 9.97 \text{ m/s} ; V_{BA} = \frac{0.0783}{\frac{\pi}{4} \times 0.15^2} = 4.43 \text{ m/s}$$

$$\therefore (\text{E.G.L.})_A = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 3.5 + 4 + \frac{4.43^2}{2g} = 8.50 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_A = z_A + \frac{P_A}{\gamma} = 3.5 + 4.0 = 7.5 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก G ไป A

$$\begin{aligned} z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g} &= z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} \\ 6.5 + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} &= 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g} \\ \frac{P_G}{\gamma} &= -3.06 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{E.G.L.})_G = z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g} = 6.5 + (-3.06) + \frac{9.97^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_G = z_G + \frac{P_G}{\gamma} = 6.5 + (-3.06) = 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก F ไป A

$$\begin{aligned} z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} &= z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} \\ 6.5 + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} &= 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g} \\ \frac{P_F}{\gamma} &= -3.06 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L.})_F = z_F + \frac{P_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} = 6.5 + (-3.06) + \frac{9.97^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_F = z_F + \frac{P_F}{\gamma} = 6.5 + (-3.06) = 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก E ไป A

$$z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$5.0 + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_E}{\gamma} = -1.56 \text{ m}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L.})_E = z_E + \frac{P_E}{\gamma} + \frac{V_E^2}{2g} = 5.0 + (-1.56) + \frac{9.97^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_E = z_E + \frac{P_E}{\gamma} = 5.0 + (-1.56) = 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก D ไป A

$$z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$3.5 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_D}{\gamma} = -0.06 \text{ m}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L.})_D = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} = 3.5 + (-0.06) + \frac{9.97^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_D = z_D + \frac{P_D}{\gamma} = 3.5 + (-0.06) = 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก C ไป A

$$z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

$$3.5 + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{9.97^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = -0.06 \text{ m}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L.})_C = z_C + \frac{P_C}{\gamma} + \frac{V_C^2}{2g} = 3.5 + (-0.06) + \frac{9.97^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_C = z_C + \frac{P_C}{\gamma} = 3.5 + (-0.06) = 3.44 \text{ m}$$

พิจารณาสมการพลังงานจาก B ไป A

$$z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g}$$

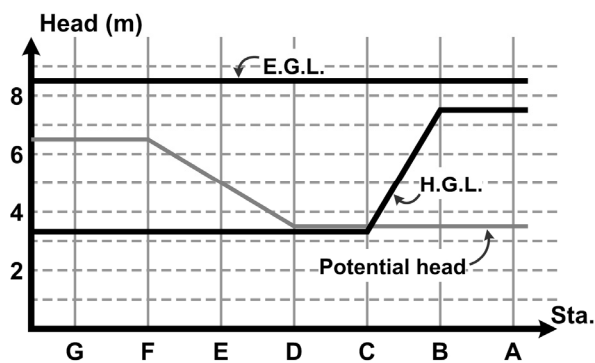
$$3.5 + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g} = 3.5 + \frac{39.24 \times 10^3}{\gamma} + \frac{4.43^2}{2g}$$

$$\frac{P_B}{\gamma} = 4.0 \text{ m}$$

$$\therefore \quad (\text{E.G.L.})_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} = 3.5 + 4 + \frac{4.43^2}{2g} = 8.50 \text{ m}$$

$$(\text{H.G.L.})_B = z_B + \frac{P_B}{\gamma} = 3.5 + 4.0 = 7.5 \text{ m}$$

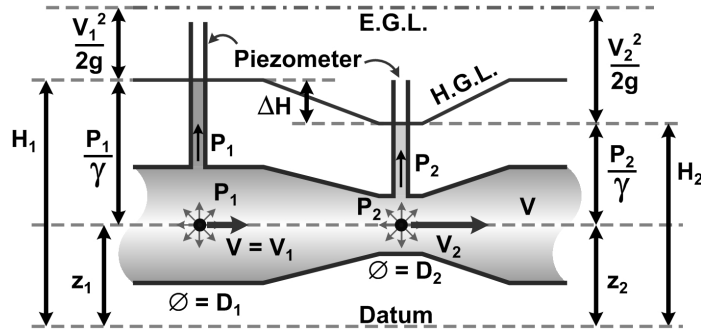
สามารถพล็อตกราฟ E.G.L. และ H.G.L. ได้ดังนี้



การประยุกต์สมการ Bernoulli กับอุปกรณ์วัดการไหล

- Venturi meter

Venturi meter คืออุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นท่อลดขนาด ใช้สำหรับการวัดอัตราการไหล หรือความเร็วของการไหล โดยอาศัยหลักการของการเปลี่ยนแปลงความเร็ว และความดันบริเวณคอขวด



รูปที่ 4.3 อุปกรณ์วัดการไหลแบบ Venturi

จากรูปที่ 4.3 ระดับของเหลวที่อยู่ใน Piezometer (H_1, H_2) คือค่าของ Static head พิจารณาสมการ Bernoulli ระหว่างจุด 1-2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

เมื่อ H_1, H_2 คือ static head ของจุดที่ 1 และ 2 จะได้ว่า

$$H_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$2g(H_2 - H_1) = V_2^2 - V_1^2$$

เนื่องจาก $A_1V_1 = A_2V_2 \rightarrow V_2 = \frac{D_1^2}{D_2^2} V_1$

∴ ความเร็ว และอัตราการไหลของของไหลในท่อคือ

$$V = V_1 = \frac{\sqrt{2g\Delta H}}{\sqrt{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1}} \quad \text{----- (4.8)}$$

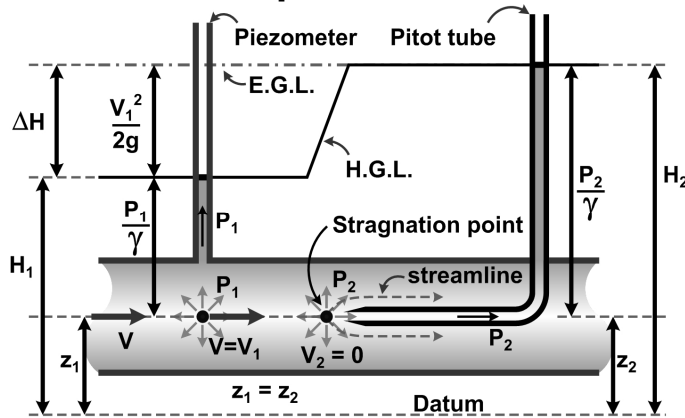
แต่เนื่องจากค่าของความเร็วที่ได้จากสมการ 4.8 จะไม่ตรงกับความเป็นจริง ดังนั้นจะต้องมีการปรับแก้ด้วยค่าสัมประสิทธิ์ความเร็ว (C_V)

$$V_{\text{ที่แท้จริง}} = C_V \frac{\sqrt{2g\Delta H}}{\sqrt{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1}} = C_W \sqrt{2g\Delta H} \quad \text{----- (4.9)}$$

เมื่อ C_W คือค่าสัมประสิทธิ์ของมาตรวัดแบบเวนจูรี ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{C_V}{\sqrt{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1}}$

- Pitot tube

Pitot tube คืออุปกรณ์อย่างง่ายที่ใช้สำหรับการวัดความเร็วของการไหล มีลักษณะเป็นท่อขนาดเล็ก ที่หันปลายทางเข้าไปทางต้นน้ำ ลักษณะดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 อุปกรณ์วัดการไหลแบบ pitot tube

จากรูปที่ 4.4 Pitot tube จะกีดขวางการไหลของพลังงานจลน์ ดังนั้น ระดับของเหลวใน Pitot tube จึงเป็นค่าของผลรวมระหว่าง Static head กับ Velocity head ซึ่งก็คือระดับของพลังงานรวม (Total Energy Head)

พิจารณาสมการ Bernoulli ระหว่างจุด 1-2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

เมื่อ H1 , H2 คือ static head ของจุดที่ 1 และ 2 จะได้ว่า

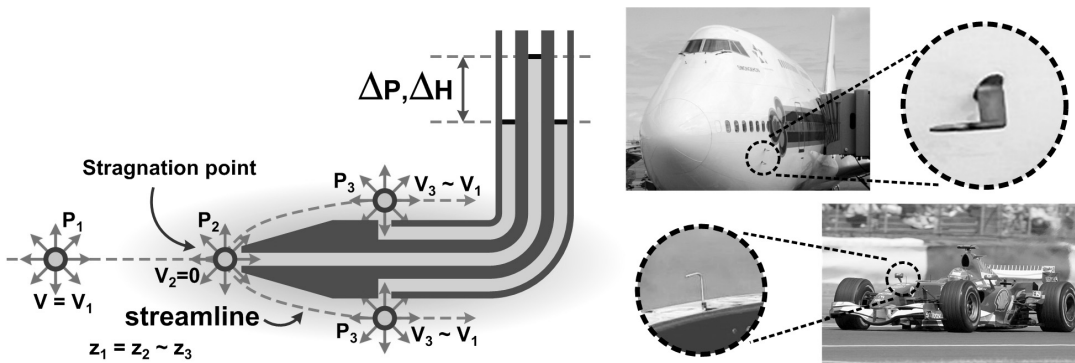
$$H_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + 0$$

∴ ความเร็วของของไหลในท่อคือ

$$V = V_1 = \sqrt{2g(\Delta H)} \quad \text{----- (4.10)}$$

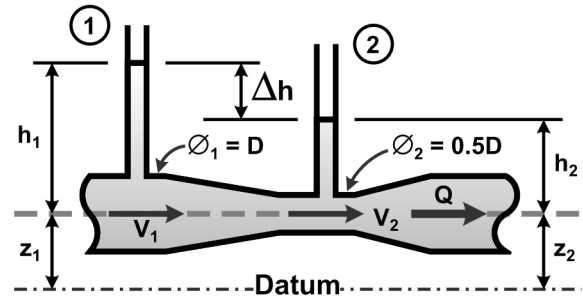
แต่เนื่องจากค่าของความเร็วที่ได้จากสมการ 4.10 จะไม่ตรงกับความเป็นจริง ดังนั้นจะต้องมีการปรับแก้ด้วยค่าสัมประสิทธิ์ความเร็วของท่อปิโตต (Cp)

$$\therefore V_{\text{ที่แท้จริง}} = C_P \sqrt{2g(\Delta H)} \quad \text{----- (4.11)}$$



รูปที่ 4.5 ตัวอย่างอุปกรณ์วัดความเร็วของไหลที่อาศัยหลักการของท่อปิโตต

ตัวอย่างที่ 4.4 จากรูป คือมาตรวัดอัตราการไหลของน้ำแบบ Venturi วางตัวในแนวราบ ที่หน้าตัดที่ 1 และ 2 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ D และ $0.5D$ ตามลำดับ ถ้าในหลอดمانอร์มิเตอร์วัดความดันสถิต สามารถอ่านค่าความความแตกต่างของระดับน้ำได้เท่ากับ Δh จงหาอัตราการไหลของน้ำที่ผ่านมาตรวัด โดยสมมุติให้การสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นน้อยมาก การไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา และของไหลเป็น Ideal Fluid



วิธีทำ พิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจากหน้าตัดที่ 1 ไปหน้าตัดที่ 2 จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

เนื่องจากมาตรวัดวางตัวในแนวราบดังนั้น $z_1 = z_2$

$$\therefore \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad \text{----- (1)}$$

พิจารณาความดันสถิต $P_1 = \gamma_w (h_1)$
 $P_2 = \gamma_w (h_2)$

$$\therefore P_1 - P_2 = \gamma_w (h_1 - h_2) = \gamma_w (\Delta h) \quad \text{----- (2)}$$

จากสมการความต่อเนื่องจะได้ว่า $Q_1 = Q_2$

$$\therefore A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 V_1 = \left(\frac{D}{0.5D} \right)^2 V_1 = 4V_1 \quad \text{----- (3)}$$

แทนค่า (2) และ (3) ใน (1)

$$\frac{\gamma_w (\Delta h)}{\gamma_w} = \frac{(4V_1)^2 - V_1^2}{2g} \Rightarrow 15V_1^2 = 2g(\Delta h)$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g(\Delta h)}{15}} \quad \text{----- (4)}$$

$$Q = A_1 V_1 = \left(\frac{\pi}{4} D^2 \right) \sqrt{\frac{2g(\Delta h)}{15}} \quad \text{Ans}$$

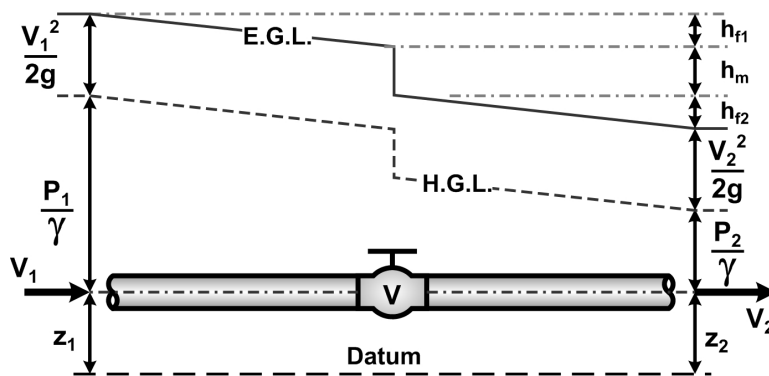
4.3 สมการพลังงาน (Energy Equation)

เนื่องจากสมการ Bernoulli เป็นสมการความสัมพันธ์ของเฮดภายใต้สมมุติฐานที่ไม่มีการสูญเสียพลังงาน หรือการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม แต่ในทางปฏิบัติ ของไหลอาจมีการสูญเสียพลังงานให้กับตัวกลางระหว่างการเดินทาง (การสูญเสียหลัก) เช่นการไหลในท่อ ของไหลจะมีการสูญเสียพลังงานให้กับผนังท่ออันเนื่องมาจากแรงเสียดทาน หรือของไหลอาจเกิดการสูญเสียพลังงานจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วอย่างกะทันหัน (การสูญเสียรอง) เช่นการไหลในท่อบริเวณวาล์ว และข้อต่อต่างๆ หรือของไหลอาจเคลื่อนที่ผ่านอุปกรณ์ที่สามารถเพิ่มพลังงานให้กับระบบหรือดึงพลังงานออกจากระบบ (Pump and Turbine) ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเป็นการประยุกต์สมการพลังงานของ Bernoulli กับกรณีการไหลในสถานการณ์ต่างๆ ดังที่กล่าวมา

4.3.1 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ (Head loss)

การสูญเสียเฮดสามารถจำแนกได้เป็น 2 ประเภทดังนี้

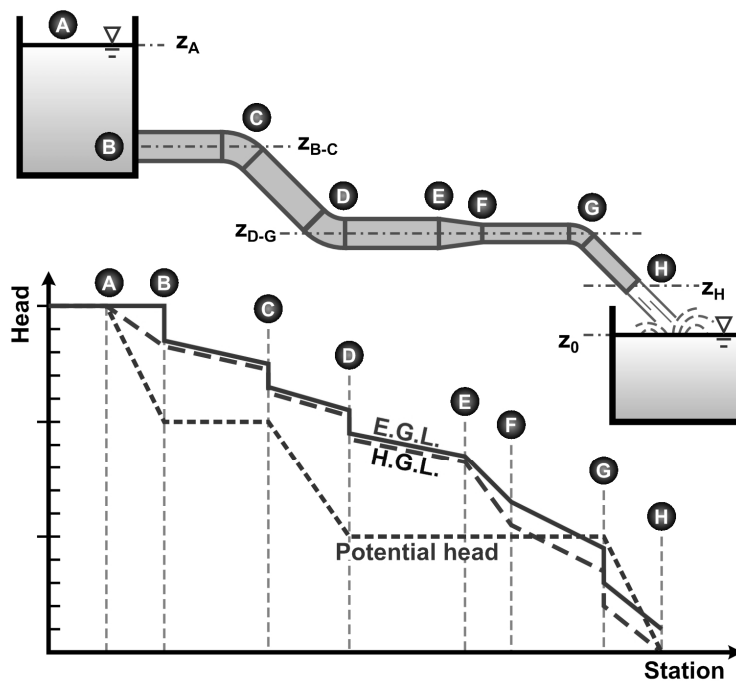
- การสูญเสียหลัก (Major loss) เป็นการสูญเสียเฮดที่เกิดจากแรงเสียดทานบริเวณผนังท่อ หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า การสูญเสียเนื่องจากความฝืด (Friction head loss) ซึ่งการสูญเสียเฮดประเภทนี้จะเกิดอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงความยาวของการไหล สัญลักษณ์ที่ใช้คือ h_f
- การสูญเสียรอง (Minor loss) เป็นการสูญเสียเฮดที่เกิดขึ้นบริเวณที่ความเร็วของของไหลมีการเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหัน ซึ่งการสูญเสียเฮดประเภทนี้มักจะเกิดขึ้นบริเวณจุดเชื่อมต่อ ทางเข้าออก หรือจุดที่มีอุปกรณ์ประกอบต่างๆ (Fitting Devices) เช่นข้อต่อ ข้อต่อต่างๆ วาล์ว เป็นต้น สัญลักษณ์ที่ใช้คือ h_m



รูปที่ 4.6 การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ

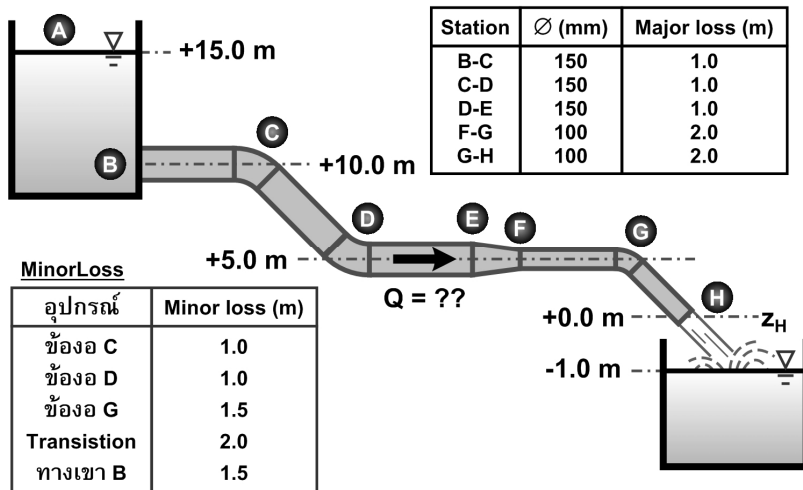
จากสมการของ Bernoulli หากพิจารณาการสูญเสียเฮดเข้าไปด้วย จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{----- (4.12)}$$



รูปที่ 4.7 การเปลี่ยนแปลงระดับพลังงาน และ ระดับชลศาสตร์ ของการไหลในท่อ

ตัวอย่างที่ 4.5 จากรูปจงวาดเส้นกราฟระดับพลังงาน และระดับชลศาสตร์ของระบบท่อส่งน้ำที่จุดต่างๆ



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A-H จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

จากรูปจะเห็นได้ว่า $P_A = 0$, $P_H = 0$, $V_A = 0$

$$z_A = z_H + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{----- (1)}$$

$$\sum h_{f(A \rightarrow H)} = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 7\text{m}$$

$$\sum h_{m(A \rightarrow H)} = 1.5 + 1 + 1 + 2 + 1.5 = 7\text{m}$$

แทนค่าใน (1) $(15.0) = (0.0) + \frac{V_H^2}{2g} + (7.0) + (7.0)$

$$V_H = 4.429 \text{ m/s}$$

$$\triangleright \triangleright Q = A_H V_H = \frac{\pi}{4} (0.10^2) \times (4.429) = 0.035 \text{ m}^3/\text{s}$$

พิจารณาสสมการพลังงานระหว่างจุด A-B

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{A \rightarrow B}$$

$P_A = 0$, $V_A = 0$ $V_B = \frac{D_H^2}{D_B^2} V_H = \left(\frac{0.10^2}{0.15^2} \right) (4.429) = 1.968 \text{ m/s}$

$\sum h_{m(A \rightarrow B)} = 1.5\text{m}$ $\sum h_{f(A \rightarrow B)} = 0\text{m}$

$$(15.0) + 0 + 0 = (10.0) + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.5 + 0)$$

$$\frac{P_B}{\gamma_w} = 3.303 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ที่จุด B} \quad \text{ระดับ E.G.L.} &= z_B + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g} = 10 + 3.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 13.5 \text{ m} \\ \text{ระดับ H.G.L.} &= z_B + \frac{P_B}{\gamma_w} = 10 + 3.303 = 13.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด B-C (ก่อนเข้าข้ออ)

$$z_B + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g} = z_{C_{in}} + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{in}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_B + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{V_B^2}{2g} = 13.5 \text{ m} \quad V_C = V_B = 1.968 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \sum h_{f(B \rightarrow C)} &= 1 \text{ m} & \sum h_{m(B \rightarrow C)} &= 0 \text{ m} \\ 13.5 &= (10.0) + \frac{P_B}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.0 + 0) \\ \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} &= 2.303 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ที่จุด C}_{in} \quad \text{ระดับ E.G.L.} &= z_C + \frac{P_C}{\gamma_w} + \frac{V_C^2}{2g} = 10 + 2.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 12.5 \text{ m} \\ \text{ระดับ H.G.L.} &= z_C + \frac{P_C}{\gamma_w} = 10 + 2.303 = 12.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ที่จุด C

$$z_{C_{in}} + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{in}}^2}{2g} = z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_{C_{in}} + \frac{P_{C_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{in}}^2}{2g} = 12.5 \text{ m} \quad V_{C_{in}} = V_{C_{out}} = 1.968 \text{ m/s} \quad z_{C_{in}} \cong z_{C_{out}}$$

$$\begin{aligned} \sum h_{f(C_{in} \rightarrow C_{out})} &= 0 \text{ m} & \sum h_{m(C_{in} \rightarrow C_{out})} &= 1 \text{ m} \\ 12.5 &= (10.0) + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (0 + 1.0) \\ \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} &= 1.303 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ตั้งน้ที่จุด C}_{out} \quad \text{ระดับ E.G.L.} &= z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} = 10 + 1.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 11.5 \text{ m} \\ \text{ระดับ H.G.L.} &= z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} = 10 + 1.303 = 11.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกข้อ C – ทางเข้าข้อ D

$$z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} = z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_{C_{out}} + \frac{P_{C_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{C_{out}}^2}{2g} = 11.5 \text{ m} \quad V_{C_{out}} = V_{D_{in}} = 1.968 \text{ m/s}$$

$$\sum h_{f(C_{out} \rightarrow D_{in})} = 1.0 \text{ m} \quad \sum h_{m(C_{out} \rightarrow D_{in})} = 0 \text{ m}$$

$$11.5 = (5.0) + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.0 + 0)$$

$$\frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} = 5.303 \text{ m}$$

ตั้งน้ำที่จุด D_{in} ระดับ E.G.L. = $z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} = 5.0 + 5.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 10.5 \text{ m}$

ระดับ H.G.L. = $z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} = 5.0 + 5.303 = 10.303 \text{ m}$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออก ข้อ D

$$z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} = z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_{D_{in}} + \frac{P_{D_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{in}}^2}{2g} = 10.5 \text{ m} \quad V_{D_{in}} = V_{D_{out}} = 1.968 \text{ m/s} \quad z_{D_{in}} \cong z_{D_{out}}$$

$$\sum h_{f(D_{in} \rightarrow D_{out})} = 0 \quad \sum h_{m(D_{in} \rightarrow D_{out})} = 1.0 \text{ m}$$

$$10.5 = (5.0) + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (0 + 1.0)$$

$$\frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} = 4.303 \text{ m}$$

ตั้งน้ำที่จุด D_{out} ระดับ E.G.L. = $z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} = 5.0 + 4.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 9.5 \text{ m}$

ระดับ H.G.L. = $z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} = 5.0 + 4.303 = 9.303 \text{ m}$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกของช่องที่จุด D - E

$$z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} = z_E + \frac{P_E}{\gamma_w} + \frac{V_E^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_{D_{out}} + \frac{P_{D_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{D_{out}}^2}{2g} = 9.5 \text{ m} \quad V_{D_{out}} = V_E = 1.968 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \sum h_{f(D_{out} \rightarrow E)} &= 1.0 \text{ m} & \sum h_{m(D_{out} \rightarrow E)} &= 0 \\ 9.5 &= (5.0) + \frac{P_E}{\gamma_w} + \frac{(1.968)^2}{2g} + (1.0 + 0) \\ \frac{P_E}{\gamma_w} &= 3.303 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นที่จุด E} \quad \text{ระดับ E.G.L.} &= z_E + \frac{P_E}{\gamma_w} + \frac{V_E^2}{2g} = 5.0 + 3.303 + \frac{1.968^2}{2g} = 8.5 \text{ m} \\ \text{ระดับ H.G.L.} &= z_E + \frac{P_E}{\gamma_w} = 5.0 + 3.303 = 8.303 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด E - F

$$z_E + \frac{P_E}{\gamma_w} + \frac{V_E^2}{2g} = z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_E + \frac{P_E}{\gamma_w} + \frac{V_E^2}{2g} = 8.5 \text{ m}$$

$$A_E V_E = A_F V_F \Rightarrow V_F = \frac{D_E^2}{D_F^2} V_E = \left(\frac{0.15^2}{0.10^2} \right) (1.968) = 4.428 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \sum h_{f(E \rightarrow F)} &= 0 & \sum h_{m(E \rightarrow F)} &= 2.0 \text{ m} \\ 8.5 &= (5.0) + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (0 + 2.0) \\ \frac{P_F}{\gamma_w} &= 0.500 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นที่จุด F} \quad \text{ระดับ E.G.L.} &= z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} = 5.0 + 0.5 + \frac{4.428^2}{2g} = 6.5 \text{ m} \\ \text{ระดับ H.G.L.} &= z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} = 5.0 + 0.5 = 5.5 \text{ m} \end{aligned}$$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด F - ทางเข้าของท่อที่จุด G

$$z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} = z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} + (\Sigma h_f + \Sigma h_m)$$

$$z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} = 6.5 \text{ m} \quad V_{G_{in}} = V_F = 4.428 \text{ m/s}$$

$$\Sigma h_{f(F \rightarrow G_{in})} = 2.0 \text{ m} \quad \Sigma h_{m(F \rightarrow G_{in})} = 0$$

$$6.5 = (5.0) + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (2.0 + 0)$$

$$\frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} = -1.500 \text{ m}$$

ดังนั้นที่จุด G_{in} ระดับ E.G.L. = $z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} = 5.0 - 1.5 + \frac{4.428^2}{2g} = 4.5 \text{ m}$

ระดับ H.G.L. = $z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} = 5.0 - 1.5 = 3.5 \text{ m}$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางเข้า-ออกของท่อที่จุด G

$$z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} = z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} + (\Sigma h_f + \Sigma h_m)$$

$$z_{G_{in}} + \frac{P_{G_{in}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{in}}^2}{2g} = 4.5 \text{ m} \quad V_{G_{in}} = V_{G_{out}} \quad z_{G_{in}} \cong z_{G_{out}}$$

$$\Sigma h_{f(G_{in} \rightarrow G_{out})} = 0 \quad \Sigma h_{m(G_{in} \rightarrow G_{out})} = 1.5 \text{ m}$$

$$4.5 = (5.0) + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (0 + 1.5)$$

$$\frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} = -3.000 \text{ m}$$

ดังนั้นที่จุด G_{out} ระดับ E.G.L. = $z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} = 5.0 - 3.0 + \frac{4.428^2}{2g} = 3.0 \text{ m}$

ระดับ H.G.L. = $z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} = 5.0 - 3.0 = 2.0 \text{ m}$

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างทางออกของข้อต่อที่จุด G - H

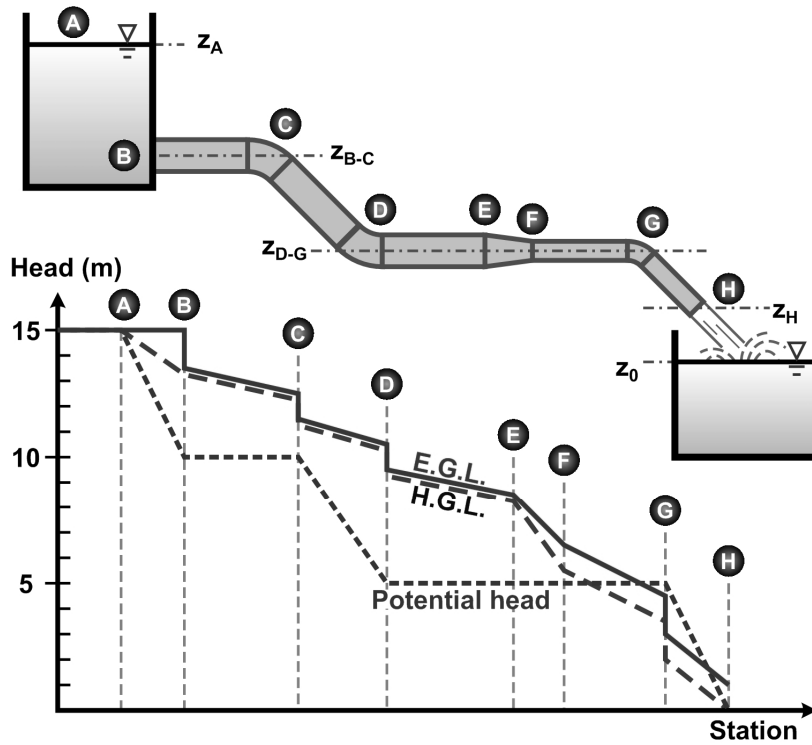
$$z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$z_{G_{out}} + \frac{P_{G_{out}}}{\gamma_w} + \frac{V_{G_{out}}^2}{2g} = 3.0 \text{ m} \quad V_{G_{out}} = V_H = 4.428 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \sum h_{f(G_{out} \rightarrow H)} &= 2.0 \text{ m} & \sum h_{m(G_{out} \rightarrow H)} &= 0 \\ 3.0 &= (0.0) + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{(4.428)^2}{2g} + (2.0 + 0) \\ \frac{P_H}{\gamma_w} &= 0.000 \text{ m} \end{aligned}$$

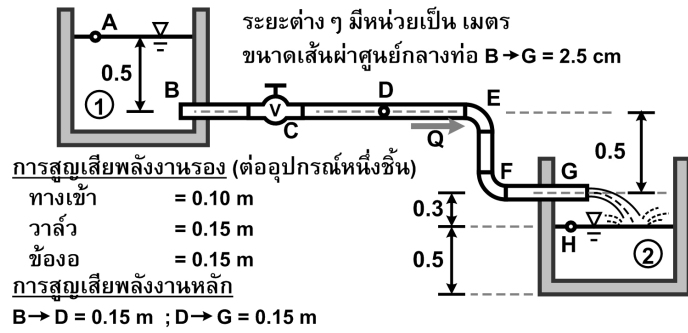
ดังนั้นที่จุด H ระดับ E.G.L. = $z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{4.428^2}{2g} = 1.0 \text{ m}$

ระดับ H.G.L. = $z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} = 0 + 0 = 0 \text{ m}$



Ans

ตัวอย่างที่ 4.6 ต้องการถ่ายน้ำจากถังไปที่ 1 ไปยังถังที่ 2 ด้วยระบบท่อลักษณะดังรูป ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรอง เป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป จงหา อัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D



วิธีทำ พิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจากจุด A ไปหน้าตัด G จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_G + \frac{P_G}{\gamma} + \frac{V_G^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m \quad \text{----- (1)}$$

กำหนดให้ระดับที่จุด H คือระดับอ้างอิง (Datum) และความดันอากาศเท่ากับ 0

ที่จุด A : $z_A = +1.3 \text{ m}$; $P_A = 0$; $V_A = 0$

ที่จุด G : $z_G = +0.3 \text{ m}$; $P_G = 0$

$\sum h_{f_{A \rightarrow G}} = 0.15 + 0.15 = 0.3 \text{ m}$; $\sum h_{m_{A \rightarrow G}} = 0.1 + 0.15 + 2(0.15) = 0.55 \text{ m}$

แทนค่าใน (1) $1.3 + 0 + 0 = 0.3 + 0 + \frac{V_G^2}{2g} + 0.3 + 0.55$

$V_G = 2.971 \text{ m/s}$

$\triangleright \triangleright Q = A_G V_G = \frac{\pi}{4} (0.025^2) (2.971) = 0.0006 \text{ m}^3/\text{s} = 0.6 \text{ l/s}$ **Ans**

พิจารณาจากสมการ Bernoulli ของน้ำที่เดินทางจากหน้าตัดที่ A ไปหน้าตัดที่ D จะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_D + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{V_D^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m \quad \text{----- (2)}$$

ที่จุด D : $z_D = +0.8 \text{ m}$; $V_D = V_G = 2.971 \text{ m/s}$

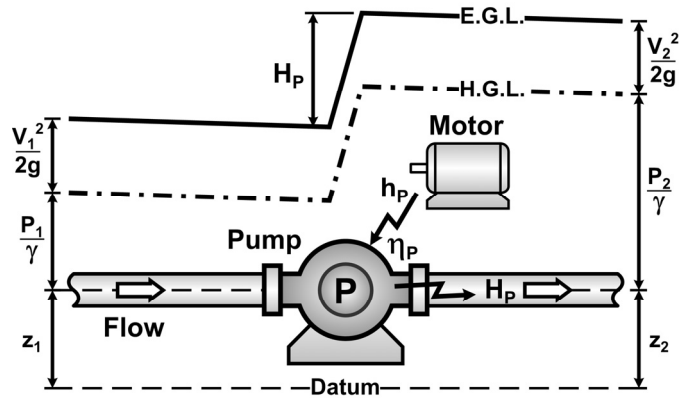
$\sum h_{f_{A \rightarrow D}} = 0.15 \text{ m}$; $\sum h_{m_{A \rightarrow D}} = 0.1 + 0.15 = 0.25 \text{ m}$

แทนค่าใน (2) $1.3 + 0 + 0 = 0.8 + \frac{P_D}{\gamma} + \frac{2.971^2}{2g} + 0.15 + 0.25$

$\frac{P_D}{\gamma} = -0.05 \text{ m}$

$P_D = -490.5 \text{ N/m}^2$ **Ans**

4.3.2 เครื่องสูบน้ำ (Pump)



รูปที่ 4.8 การเปลี่ยนแปลงเฮดพลังงานเมื่อของไหลไหลผ่านเครื่องสูบน้ำ

เครื่องสูบน้ำ เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกล (h_p) ที่ได้รับมาจากแหล่งพลังงานเช่น มอเตอร์ ให้กลายเป็นพลังงานของของไหล (H_p) ดังนั้น เมื่อของไหลหรือระบบไหลผ่านเครื่องสูบน้ำ เฮดพลังงานรวมของระบบจะเพิ่มสูงขึ้น ดังรูปที่ 4.8

จากสมการพลังงานของ Bernoulli หากพิจารณาการสูญเสียพลังงาน และพลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำ จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_p = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{----- (4.13)}$$

กำลังงานที่ของไหลได้รับ (Power ; P_w) คือพลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำต่อหนึ่งหน่วยเวลา

$$\text{วิเคราะห์จากนิยามของกำลังงานจะได้ว่า } P_w = \frac{\text{Work}}{t} \cong \left[\frac{\text{Wight}}{\text{Volume}} \right] \left[\frac{\text{Volume}}{t} \right] [H_p]$$

ดังนั้นกำลังงานที่ของไหลได้รับจากเครื่องสูบน้ำจะมีค่าเท่ากับ

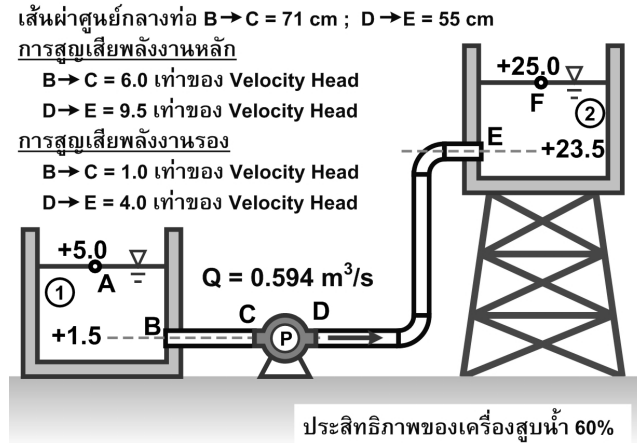
$$P_w = \gamma Q H_p \quad \text{----- (4.14)}$$

และเมื่อพิจารณากำลังงานที่แหล่งพลังงานส่งให้กับเครื่องสูบน้ำ (P_p) เพื่อเปลี่ยนเป็นกำลังงานที่ให้กับของไหล จึงมีค่าเท่ากับ

$$\eta_p P_p = (P_w) \quad \text{----- (4.15)}$$

เมื่อ η_p คือประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำ

ตัวอย่างที่ 4.7 ระบบสูบน้ำถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป ต้องการสูบน้ำจากถังที่ 1 ไปยังถังที่ 2 ด้วยอัตรา 0.594 ลบ.ม./วินาที ถ้าการสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป และเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 60 % จงหากำลังงานที่ใช้ในการสูบน้ำ



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานจาก A-F

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + H_p = Z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)$$

$$(+5.0) + 0 + 0 + H_p = (+25.0) + 0 + 0 + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{---- (1)}$$

ความเร็วของการไหลในท่อ BC

$$V_{B \rightarrow C} = \frac{Q}{A_B} = \frac{0.594}{\frac{\pi}{4} 0.71^2} = 1.50 \text{ m/s}$$

ความเร็วของการไหลในท่อ DE

$$V_{D \rightarrow E} = \frac{Q}{A_D} = \frac{0.594}{\frac{\pi}{4} 0.55^2} = 2.50 \text{ m/s}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ BC

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{B \rightarrow C} = 6.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g} + 1.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g} = 7.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ DE

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{D \rightarrow E} = 9.5 \frac{V_{D-E}^2}{2g} + 4.0 \frac{V_{D-E}^2}{2g} = 13.5 \frac{V_{D-E}^2}{2g}$$

แทนค่าต่าง ๆ ในสมการที่ (1)

$$H_p = (25 - 5) + 7.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g} + 13.5 \frac{V_{D-E}^2}{2g}$$

$$= (25 - 5) + 7.0 \frac{(1.5)^2}{2g} + 13.5 \frac{(2.5)^2}{2g}$$

$$= 25.1 \text{ m}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับจากเครื่องสูบน้ำ

$$P_w = \gamma Q H_p$$

$$= \gamma (0.594) (25.1)$$

$$= 146,261.214 \text{ W} = 146.26 \text{ kW} \quad \text{Ans}$$

กำลังงานที่เครื่องสูบน้ำต้องการ

$$P_p = \frac{P_w}{\eta_p} = \frac{146.26 \text{ kW}}{0.60} = \frac{146.26 \text{ kW}}{0.60}$$

$$= 246.77 \text{ kW} \quad \text{Ans}$$

Cavitations (ปรากฏการณ์โพลง) เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในสภาวะที่ความดันสัมบูรณ์ลดลงจนต่ำกว่าความดันไอของของไหล จึงทำให้ของไหลระเหยกลายเป็นไอ ซึ่งมักจะเกิดขึ้นกับเหตุการณ์ที่ของไหลเคลื่อนที่ผ่านวัตถุด้วยความเร็วสูง เช่น บริเวณใบพัดเรือ ในโซนดูด (suction zone) ของเครื่องสูบ หรือจุดที่มีความดันต่ำภายในท่อ เป็นต้น บริเวณที่เกิดปรากฏการณ์ดังกล่าว จะเกิดการสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง และจะเร่งให้เกิดการกัดกร่อนขึ้นกับพื้นผิวของวัตถุในบริเวณนั้น ซึ่งอาจก่อให้เกิดความเสียหายขึ้นได้ ดังนั้นในขั้นตอนการออกแบบ ควรตรวจสอบความดันในระบบ โดยเฉพาะในจุดที่มีความดันต่ำ ว่ามีจุดใดที่มีความดันสัมบูรณ์ต่ำกว่าความดันไอหรือไม่ เช่น บริเวณข้อต่อลดขนาด โซนดูดของเครื่องสูบ เป็นต้น

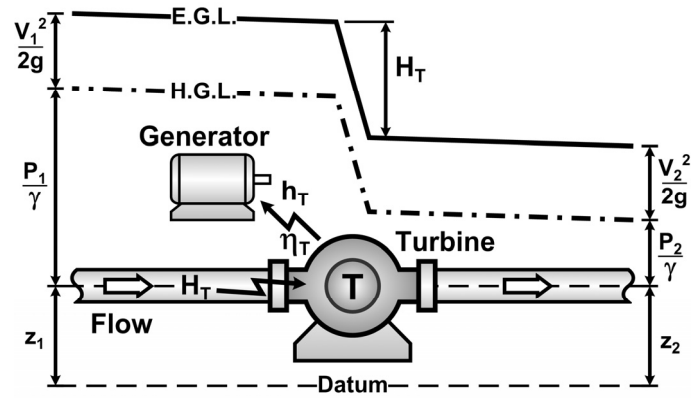


รูปที่ 4.9 Cavitations ในอุปกรณ์ต่างๆ



รูปที่ 4.10 การกัดกร่อนที่เกิดขึ้นกับอุปกรณ์เนื่องจาก Cavitations

4.3.3 กังหัน (Turbine)



รูปที่ 4.11 การเปลี่ยนแปลงเฮดพลังงานเมื่อของไหลไหลผ่านกังหัน

กังหันน้ำ เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานของของไหล (H_p) ให้กลายเป็นพลังงานกล (h_T) เพื่อนำไปใช้กับกิจกรรมต่างๆ เช่น ส่งพลังงานที่ได้ให้กับเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า ดังนั้น เมื่อของไหลหรือระบบไหลผ่านเครื่องสูบลดพลังงานรวมของระบบจะลดต่ำลง ดังรูปที่ 4.9

จากสมการพลังงานของ Bernoulli หากพิจารณาการสูญเสียพลังงาน และพลังงานที่กังหันได้รับจากของไหล จะได้ว่า

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_T + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{----- (4.16)}$$

กำลังงานที่กังหันได้รับ (Power ; P_w) คือพลังงานที่ของไหลส่งให้กับกังหันต่อหนึ่งหน่วยเวลา

วิเคราะห์จากนิยามของกำลังงานจะได้ว่า
$$P_w = \frac{\text{Work}}{t} \cong \left[\frac{\text{Wight}}{\text{Volume}} \right] \left[\frac{\text{Volume}}{t} \right] [H_T]$$

ดังนั้นกำลังงานที่กังหันได้รับ จะมีค่าเท่ากับ

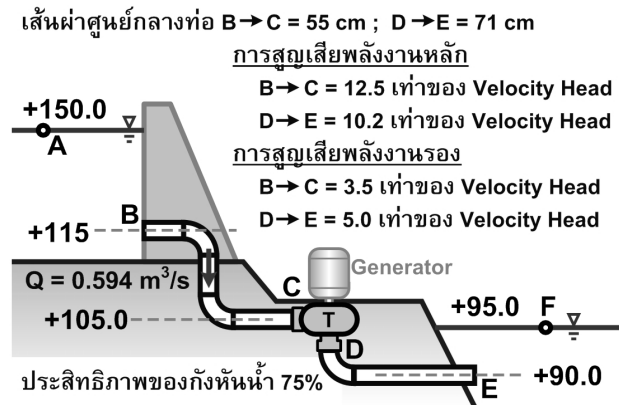
$$P_w = \gamma Q H_T \quad \text{----- (4.17)}$$

และเมื่อพิจารณากำลังงานที่กังหันส่งต่อให้กับกิจกรรมอื่น (P_T) จะมีค่าเท่ากับ

$$P_P = \eta_T (P_T) \quad \text{----- (4.18)}$$

เมื่อ η_T คือประสิทธิภาพของกังหัน

ตัวอย่างที่ 4.8 อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่ง มีระดับน้ำในอ่าง +150 ม. ระดับน้ำท้ายเขื่อนอยู่ที่ +95 ม. ต้องการปั่นเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า โดยการปล่อยน้ำผ่านกันหันน้ำด้วยอัตราการไหล 0.594 cms ถ้าการสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป และประสิทธิภาพของกังหันน้ำเท่ากับ 75 % จงหากำลังงานที่เครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าได้รับจากกังหันน้ำ



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานจาก A-F

$$Z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + H_T = Z_F + \frac{P_F}{\gamma_w} + \frac{V_F^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m) + H_T$$

$$(+150) + 0 + 0 = (+95) + 0 + 0 + H_T + (\sum h_f + \sum h_m) \quad \text{---- (1)}$$

ความเร็วของการไหลในท่อ BC

$$V_{B-C} = \frac{Q}{A_B} = \frac{0.954}{\frac{\pi}{4}(0.55)^2} = 2.50 \text{ m/s}$$

ความเร็วของการไหลในท่อ DE

$$V_{D-E} = \frac{Q}{A_D} = \frac{0.954}{\frac{\pi}{4}(0.71)^2} = 1.50 \text{ m/s}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ BC

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{B \rightarrow C} = 12.5 \frac{V_{B-C}^2}{2g} + 3.5 \frac{V_{B-C}^2}{2g} = 16.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g}$$

การสูญเสียพลังงานในท่อ DE

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{D \rightarrow E} = 10.2 \frac{V_{D-E}^2}{2g} + 5.0 \frac{V_{D-E}^2}{2g} = 15.2 \frac{V_{D-E}^2}{2g}$$

แทนค่าต่างๆในสมการที่ (1)

$$H_T = (150 - 95) - 16.0 \frac{V_{B-C}^2}{2g} - 15.2 \frac{V_{D-E}^2}{2g}$$

$$= (150 - 95) - 16.0 \frac{(2.5)^2}{2g} - 15.2 \frac{(1.5)^2}{2g}$$

$$= 48.16 \text{ m}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับจากเครื่องสูบล

$$P_w = \gamma Q H_T$$

$$= \gamma (0.594)(48.16)$$

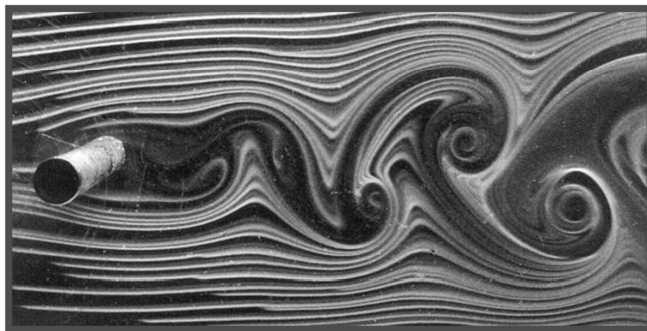
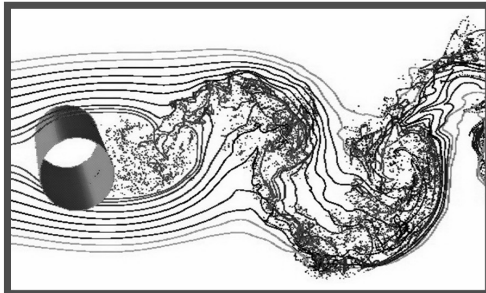
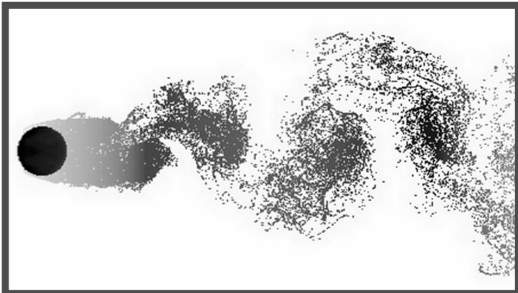
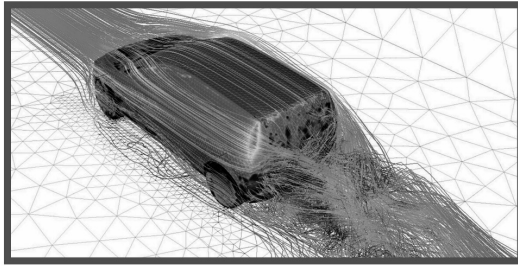
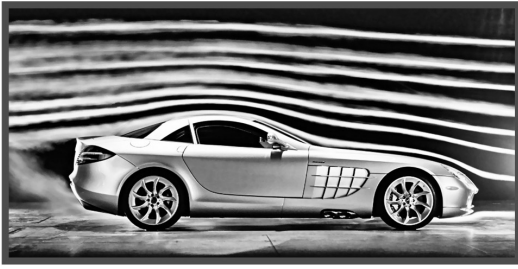
$$= 280,635.06 \quad = \quad 280.64 \text{ kW} \quad \text{Ans}$$

กำลังงานที่เครื่องสูบลต้องการ

$$P_T = \eta_T P_w$$

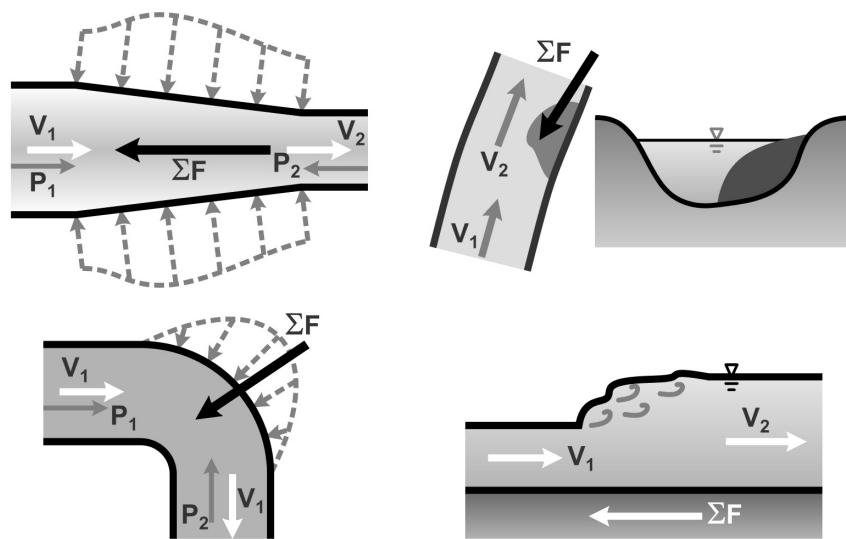
$$= 280.64 \text{ kW} \times 0.75$$

$$= 210.48 \text{ kW} \quad \text{Ans}$$



บทที่ 5 สมการโมเมนตัม

หากพิจารณาวัตถุใดๆ ที่กำลังเคลื่อนที่ เมื่อแรงภายนอกที่มากกระทำไม่สมดุล จะเกิดความเร่งขึ้น ทำให้ขนาดหรือทิศทาง ของความเร็วมีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงความเร็วจะเกิดขึ้นอย่างช้าๆ ถ้าวัตถุนั้นมีมวลมาก หรือแรงที่มากกระทำมีค่าน้อย ในทางตรงกันข้าม การเปลี่ยนแปลงจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วถ้าวัตถุนั้นมีมวลน้อย หรือแรงที่มากกระทำมีค่ามาก เป็นไปตามกฎอิมพัลส์โมเมนตัม (Impulse momentum) ในของไหลก็เช่นเดียวกัน หากการไหลมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางหรือขนาดของความเร็ว นั้นเป็นผลมาจากแรงภายนอกที่มากกระทำ เช่นในกรณีของการไหลในท่อที่มีการลดขนาดหรือข้ออชนิดต่างๆ บริเวณผิวของผนังท่อจะส่งแรงกระทำไปยังกับของไหล ทำให้ขนาดและทิศทางของความเร็วเปลี่ยนแปลงไป หรือในกรณีการไหลในทางน้ำเปิด แรงเสียดทานที่ผิวของทางน้ำ หรือแรงต้านจากสิ่งกีดขวาง จะทำให้ความเร็วของการไหลเปลี่ยนแปลงไปเช่นกัน ดังรูปที่ 5.1

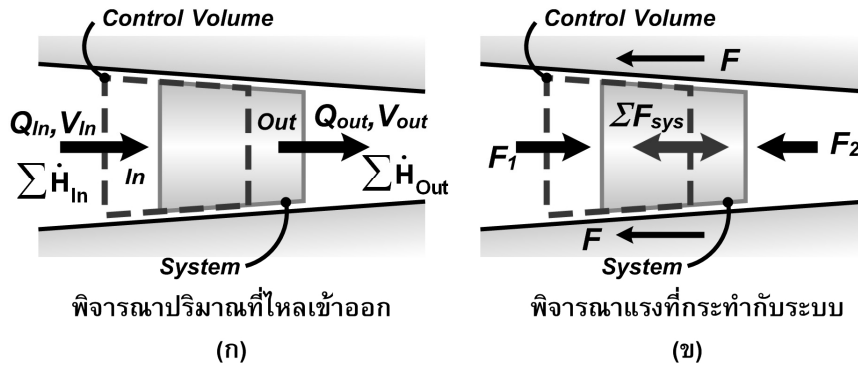


รูปที่ 5.1 ตัวอย่างพฤติกรรมของแรงที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษา พฤติกรรมของแรงกระทำภายนอกที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการไหล โดยอาศัยหลักการจาก กฎอิมพัลส์โมเมนตัม (Impulse momentum) และ ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds Transport Theorem)

5.1 สมการโมเมนตัมเชิงเส้น (Linearly Momentum Equation)

พิจารณาการเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมของระบบผ่านปริมาตรควบคุม โดยสมมติให้การไหลมีเพียงทิศทางเดียว และไม่มีการไหลทางด้านข้างดังรูปที่ 5.2



พิจารณาปริมาณที่ไหลเข้าออก

(ก)

พิจารณาแรงที่กระทำกับระบบ

(ข)

รูปที่ 5.2 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัมของระบบผ่านปริมาตรควบคุม

รูปที่ 5.2 เป็นการแสดงสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบ โดยรูปที่ 5.1 (ก) เป็นการพิจารณาเกี่ยวกับ อัตราการไหล ความเร็ว และ โมเมนตัม ที่ไหลผ่านปริมาตรควบคุม ส่วนรูปที่ 5.1 (ข) พิจารณาเฉพาะ แรงภายนอกที่กระทำกับระบบ

จากสมการการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ โดยพิจารณาปริมาณโมเมนตัม (H) ที่อยู่ในระบบ จะได้ว่า

$$\frac{D\bar{H}_{sys}}{Dt} = \frac{\partial\bar{H}_{cv}}{\partial t} - \sum\dot{H}_{in} + \sum\dot{H}_{out} \quad \text{----- (5.1)}$$

เมื่อ H คือ โมเมนตัม

จากกฎการเคลื่อนที่ของ นิวตัน

$$\begin{aligned} \sum\bar{F} &= m\bar{a} = m\frac{d\bar{V}}{dt} \\ \sum\bar{F}(dt) &= m(d\bar{V}) \quad \text{----- (5.2)} \end{aligned}$$

ซึ่งสมการที่ 5.2 ก็คือ กฎของอินพัลส์โมเมนตัม (Impulse momentum) โดยเราจะเรียกเทอมของ $\sum\bar{F}(dt)$ ว่า อิมพัลส์ (Impulse) ส่วนเทอมของ $m(d\bar{V})$ คือ การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัม

จากสมการที่ 5.2 เมื่อพิจารณา โมเมนตัม และแรงที่กระทำกับระบบในรูปที่ 5.1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum\bar{F}_{sys}(dt) &= m_{sys}(d\bar{V}_{sys}) \\ \sum\bar{F}_{sys} &= \frac{D\bar{H}_{sys}}{Dt} \quad \text{----- (5.3)} \end{aligned}$$

ซึ่งความหมายของสมการที่ 5.3 ก็คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้นของระบบ จะมีค่าเท่ากับ ผลรวมของแรงภายนอกที่กระทำกับระบบ ($\sum\bar{F}_{sys}$)

เมื่อแทนค่าสมการที่ 5.3 ในสมการที่ 5.1 จะได้ว่า

$$\Sigma \bar{F}_{\text{sys}} = \frac{\partial \bar{H}_{\text{CV}}}{\partial t} - \Sigma \dot{H}_{\text{In}} + \Sigma \dot{H}_{\text{Out}} \quad \text{----- (5.4)}$$

ถ้าปริมาณของไหล (ระบบ) ภายในปริมาตรควบคุมมีขนาดคงที่ ปริมาตรควบคุมคงตัวไม่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ของไหลอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) และสภาพการไหลไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Flow) จะได้ว่า

$$\frac{\partial \bar{H}_{\text{CV}}}{\partial t} = 0 \quad \text{----- (5.5)}$$

และ

$$\Sigma \dot{H} = \Sigma \left(\frac{m \cdot \bar{v}}{dt} \right) = \Sigma \left(\frac{(\rho \nabla) \cdot \bar{v}}{dt} \right)$$

∴

$$\Sigma \dot{H} = \Sigma (\rho \cdot Q \cdot \bar{v}) \quad \text{----- (5.6)}$$

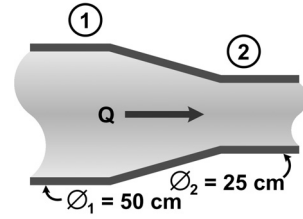
ดังนั้นสมการที่ 5.4 สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\Sigma \bar{F}_{\text{sys}} = \Sigma (\rho_{\text{Out}} \cdot Q_{\text{Out}} \cdot \bar{v}_{\text{Out}}) - \Sigma (\rho_{\text{In}} \cdot Q_{\text{In}} \cdot \bar{v}_{\text{In}}) \quad \text{----- (5.7)}$$

ซึ่งสมการที่ 5.7 ก็คือ สมการโมเมนตัม (Momentum Equation) ของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) ภายใต้การไหลที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady stage)

ตัวอย่างที่ 5.1 จากรูปเป็นท่อ 2 ขนาดเชื่อมต่อกัน มีน้ำไหลอยู่ภายในด้วย อัตรา 0.30 ลบ.ม./วินาที ความดันที่จุดที่ 1 มีค่าเท่ากับ 10 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่กระทำบริเวณข้อต่อ โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ

- การไหลไม่มีการสูญเสียพลังงาน
- การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ Velocity head ที่หน้าตัดที่ 1



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

สมการ Mmentum ของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้อต่อ

$$\Sigma \bar{F} = \Sigma (\rho_{Out} Q_{Out} \bar{V}_{Out}) - \Sigma (\rho_{In} Q_{In} \bar{V}_{In}) \quad \text{--- (1)}$$

$$\Sigma (\rho_{Out} Q_{Out} \bar{V}_{Out}) = \rho_w Q (+V_2) \quad \text{--- (2)}$$

$$\Sigma (\rho_{In} Q_{In} \bar{V}_{In}) = \rho_w Q (+V_1) \quad \text{--- (3)}$$

เมื่อพิจารณาเทอม $\Sigma \bar{F}$ จะต้องทราบค่า F_2 ซึ่งเป็นผลมาจากความดันที่หน้าตัดที่ 2 ดังนั้นจึงต้องหาค่าความดันที่หน้าตัดที่ 2 เสียก่อน โดยใช้สมการพลังงาน

กรณีที่ 1 ไม่มีการสูญเสียพลังงาน

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{--- (4)}$$

$$V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_1^2} = \frac{0.3}{\frac{\pi}{4} (0.5)^2} = 1.53 \text{ m/s} \quad ; \quad V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D_2^2} = \frac{0.3}{\frac{\pi}{4} (0.25)^2} = 6.12 \text{ m/s}$$

แทนค่า P_1, V_1 และ V_2 ใน (4)

$$\frac{(10 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(1.53)^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(6.12)^2}{2g}$$

$$P_2 = -7.56 \text{ kPa}$$

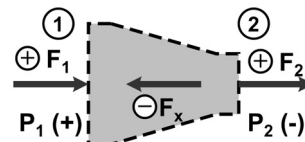
หาขนาดของแรงดันที่กระทำกับหน้าตัดที่ 1 และ 2

$$F_1 = |P_1 A_1| = |P_1 \frac{\pi}{4} D_1^2| = |(10 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.5)^2| = 1.96 \text{ kN}$$

$$F_2 = |P_2 A_2| = |P_2 \frac{\pi}{4} D_2^2| = |(-7.56 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.25)^2| = 370.44 \text{ N}$$

เมื่อพิจารณาทิศทางของแรงดันที่กระทำกับปริมาตรควบคุม ถ้าความดันมีค่าเป็น + แรงดันจะพุ่งเข้าหาปริมาตรควบคุม ส่วนความดันที่เป็น - ทิศทางของแรงดันจะพุ่งออกจากปริมาตรควบคุม

ดังนั้นแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุมในข้อนี้ จึงมีลักษณะดังรูป



พิจารณาผลรวมของแรงที่เกิดขึ้น เมื่อกำหนดให้ F_x คือแรงที่ผนังกระทำกับของไหล

$$\Sigma \bar{F} = (+F_1) + (-F_x) + (+F_2) = (1.96 \times 10^3) - F_x + (370.44)$$

$$\Sigma \bar{F} = (2330.44) - F_x \quad \text{--- (5)}$$

แทน (2) , (3) และ (5) ใน (1)

$$\begin{aligned}(2330.44) - F_x &= \rho_w(0.3)(+1.53) - \rho_w(0.3)(+6.12) \\ F_x &= 0.953 \quad \text{kN} \quad (\leftarrow) \quad \text{Ans}\end{aligned}$$

กรณีที่ 2 การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ Velocity head ที่หน้าตัดที่ 1

$$\begin{aligned}z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} &= z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_L \\ \frac{(10 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{(1.53)^2}{2g} &= \frac{P_2}{\gamma} + \frac{(6.12)^2}{2g} + (1.5) \frac{(1.53)^2}{2g} \\ P_2 &= -9.312 \text{ kPa}\end{aligned}$$

หาขนาดของแรงดันที่กระทำกับหน้าตัดที่ 1 และ 2

$$\begin{aligned}F_1 &= |P_1 A_1| = \left| P_1 \frac{\pi}{4} D_1^2 \right| = \left| (10 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.5)^2 \right| = 1.96 \text{ kN} \\ F_2 &= |P_2 A_2| = \left| P_2 \left(\frac{\pi}{4} D_2^2 \right) \right| = \left| (-9.31 \times 10^3) \frac{\pi}{4} (0.25)^2 \right| = 457.00 \text{ N}\end{aligned}$$

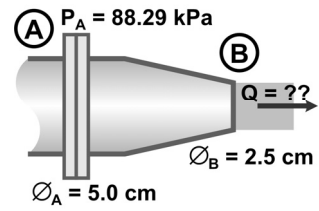
พิจารณาผลรวมของแรงที่เกิดขึ้น เมื่อกำหนดให้ F_x คือแรงที่ผนังกระทำกับของไหล

$$\begin{aligned}\sum \bar{F} &= (+F_1) + (-F_x) + (+F_2) = (1.96 \times 10^3) - F_x + (457) \\ \sum \bar{F} &= (2417) - F_x \quad \text{---- (6)}\end{aligned}$$

แทน (2) , (3) และ (6) ใน (1)

$$\begin{aligned}(2417) - F_x &= \rho_w(0.3)(+1.53) - \rho_w(0.3)(+6.12) \\ F_x &= 1.04 \quad \text{kN} \quad (\leftarrow) \quad \text{Ans}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.2 หัวฉีดถูกยึดแน่นกับปลายของท่อส่งน้ำที่จุด A ในลักษณะดังรูป ท่อส่งน้ำและปลายหัวฉีดมีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 5.0 และ 2.5 เซนติเมตร ตามลำดับ บริเวณปลายท่อส่งน้ำ (ที่จุด A) มีความดัน 88.29 kPa จงหาแรงที่เกิดขึ้นบริเวณจุดเชื่อมต่อ โดยแบ่งเป็น 2 กรณีคือ



- การไหลไม่มีการสูญเสียพลังงาน
- การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ Velocity head ที่หน้าตัด A

วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

สมการ Mmentum ของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้อต่อ

$$\sum \vec{F} = \sum (\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out}) - \sum (\rho_{In} Q_{In} \vec{V}_{In}) \quad \text{--- (1)}$$

$$\sum (\rho_{Out} Q_{Out} \vec{V}_{Out}) = \rho_w Q (+V_B) \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum (\rho_{In} Q_{In} \vec{V}_{In}) = \rho_w Q (+V_A) \quad \text{--- (3)}$$

$$\sum \vec{F} = (+F_A) + (-F_x) \quad \text{--- (4)}$$

แทนค่า (2) , (3) และ (4) ใน (1)

$$(+F_A) + (-F_x) = \rho_w Q (+V_B) - \rho_w Q (+V_A) \quad \text{--- (5)}$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (5) พบว่า V_A และ V_B คือตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ดังนั้นจึงต้องทำการหาค่าของตัวแปรทั้งสอง โดยใช้สมการพลังงาน

กรณีที่ 1 ไม่มีการสูญเสียพลังงาน

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$0 + \frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_B^2}{2g}$$

จาก $Q = V_A A_A = V_B A_B \rightarrow V_B = \frac{A_A}{A_B} V_A = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 V_A = \left(\frac{5}{2.5}\right)^2 V_A = 4V_A$

$$\frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{16V_A^2}{2g}$$

$$V_A = 3.43 \text{ m/s}$$

$$V_B = 13.72 \text{ m/s}$$

$$Q = (3.43) \left(\frac{\pi}{4} 0.05^2\right) = 0.0067 \text{ m}^3/\text{s}$$

แทนค่าในสมการที่ (5)

$$+|P_A A_A| - F_x = \rho_w Q (+13.72) - \rho_w Q (+3.43)$$

$$F_x = (88.29 \times 10^3) \left(\frac{\pi}{4} 0.05^2\right) - \rho_w (0.0067)(13.72 - 3.43)$$

$$= 104.41 \text{ N } (\leftarrow)$$

เนื่องจาก F_x คือแรงกระทำภายนอก หรือแรงที่หัวฉีดกระทำกับของไหล ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับหัวฉีดก็คือ แรงปฏิกิริยาของแรง F_x

จึงสรุปได้ว่า แรงเกิดขึ้นบริเวณข้อต่อมีค่าเท่ากับ 104.41 N และมีทิศทาง (\rightarrow)

Ans

กรณีที่ 2 การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ Velocity head ที่หน้าตัด A

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + \sum h_L$$

$$0 + \frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_B^2}{2g} + (1.5) \frac{V_A^2}{2g}$$

จาก $Q = V_A A_A = V_B A_B \rightarrow V_B = \frac{A_A}{A_B} V_A = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 V_A = \left(\frac{5}{2.5}\right)^2 V_A = 4V_A$

$$\frac{(88.29 \times 10^3)}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{16V_A^2}{2g} + (1.5) \frac{V_A^2}{2g}$$

$$V_A = 3.27 \text{ m/s}$$

$$V_B = 13.09 \text{ m/s}$$

$$Q = (3.27) \left(\frac{\pi}{4} 0.05^2\right) = 0.0064 \text{ m}^3/\text{s}$$

แทนค่าในสมการที่ (5)

$$+ |P_A A_A| - F_x = \rho_w Q (+13.09) - \rho_w Q (+3.27)$$

$$F_x = (88.29 \times 10^3) \left(\frac{\pi}{4} 0.05^2\right) - \rho_w (0.0064) (13.09 - 3.27)$$

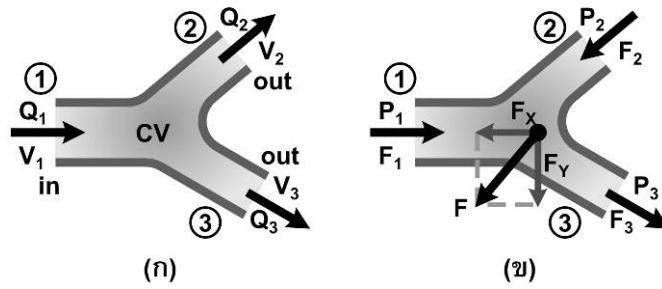
$$= 110.51 \text{ N } (\leftarrow)$$

เนื่องจาก F_x คือแรงกระทำภายนอก หรือแรงที่หัวฉีดกระทำกับของไหล ดังนั้นแรงที่ของไหลกระทำกับหัวฉีดก็คือ แรงปฏิกิริยาของแรง F_x

จึงสรุปได้ว่า แรงเกิดขึ้นบริเวณข้อต่อมีค่าเท่ากับ 110.51 N และมีทิศทาง (\rightarrow)

Ans

สมการโมเมนตัมกับการไหลหลายทิศทาง



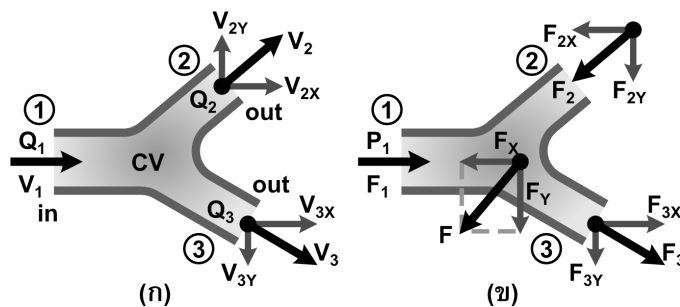
รูปที่ 5.3 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัม และแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

จากการไหลที่มีทางเข้าออกหลายทาง ดังรูปที่ 5.3 จะเห็นได้ว่า การวิเคราะห์จะมีความยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นในการวิเคราะห์ปัญหาลักษณะดังกล่าว ควรแยกพิจารณาการไหลเข้า-ออก และผลรวมของแรง โดยอิงกับระบบพิกัดฉาก ซึ่งจากสมการที่ 5.7 จะได้สมการโมเมนตัมที่ใช้ในการวิเคราะห์การไหลในหลายทิศทางได้ดังนี้

$$\Sigma \bar{F}_X = \Sigma (\rho_{Out} Q_{Out} \bar{V}_{Out})_X - \Sigma (\rho_{In} Q_{In} \bar{V}_{In})_X \quad \text{----- (5.8)}$$

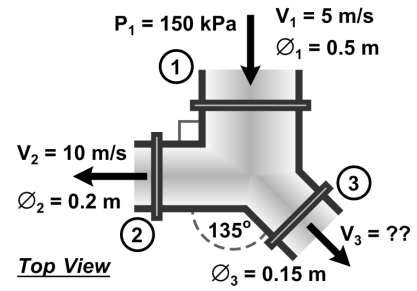
$$\Sigma \bar{F}_Y = \Sigma (\rho_{Out} Q_{Out} \bar{V}_{Out})_Y - \Sigma (\rho_{In} Q_{In} \bar{V}_{In})_Y \quad \text{----- (5.9)}$$

$$\Sigma \bar{F}_Z = \Sigma (\rho_{Out} Q_{Out} \bar{V}_{Out})_Z - \Sigma (\rho_{In} Q_{In} \bar{V}_{In})_Z \quad \text{----- (5.10)}$$

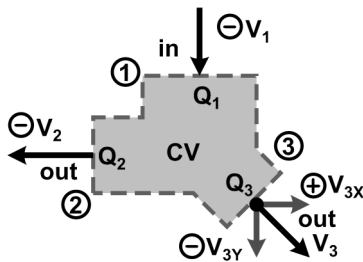


รูปที่ 5.4 การเคลื่อนย้ายปริมาณโมเมนตัม และแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม โดยอิงตามระบบพิกัดฉาก X-Y

ตัวอย่างที่ 5.3 น้ำไหลผ่านข้อต่อสามทางที่วางในแนวราบ ถ้าความดันที่จุดที่ 1 มีค่าเท่ากับ 150 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่เกิดขึ้นโดยสมมติให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาทิศทางการไหลเข้า-ออก โดยอิงกับระบบพิกัด X-Y ได้ดังรูป



หาค่าความเร็ว V_3 จาก $\Sigma Q_{in} = \Sigma Q_{out}$

$$Q_1 = Q_2 + Q_3$$

$$V_3 A_3 = Q_1 - Q_2$$

$$V_3 = \frac{Q_1 - Q_2}{A_3} \quad \text{---- (1)}$$

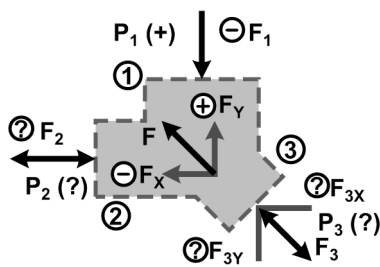
$$Q_1 = V_1 A_1 = (5) \frac{\pi}{4} (0.5^2) = (5)(0.196) = 0.98 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = V_2 A_2 = (10) \frac{\pi}{4} (0.2^2) = (10)(0.031) = 0.31 \text{ m}^3/\text{s}$$

แทนค่าใน (1) $V_3 = \frac{0.98 - 0.31}{\frac{\pi}{4} (0.15^2)} = \frac{0.98 - 0.31}{(0.018)} = 37.2 \text{ m/s}$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = 0.67 \text{ m}^3/\text{s}$$

พิจารณาทิศทางของแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม โดยอิงกับระบบพิกัด X-Y ได้ดังรูป



จากรูป ยังไม่สามารถหาขนาดและทิศทางของแรงที่ 2 และ 3 ได้ เนื่องจากยังไม่ทราบค่าความดันที่ 2 และ 3 ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาค่าความดัน P_2 และ P_3 โดยคำนวณจากสมการพลังงานสมการพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับ 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$0 + \frac{150 \times 10^3}{\gamma} + \frac{5^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{10^2}{2g}$$

$$P_2 = 112.5 \text{ kPa}$$

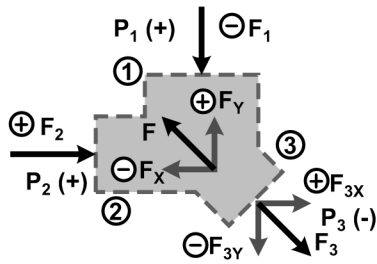
สมการพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับ 3

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$0 + \frac{150 \times 10^3}{\gamma} + \frac{5^2}{2g} = 0 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{37.2^2}{2g}$$

$$P_3 = -529.42 \text{ kPa}$$

จากค่าความดันที่คำนวณได้ สามารถวิเคราะห์ทิศทางของแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม ได้ใหม่ดังรูป



จากสมการโมเมนต์ตามแนวแกน X

$$\Sigma F_x = \Sigma(\rho Q_{out} v_{out})_x - \Sigma(\rho Q_{in} v_{in})_x \quad \text{---- (2)}$$

จากรูป

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= -F_x + F_2 - F_3 \cos 45^\circ \\ &= +|P_2 A_2| + |P_3 A_3| \cos 45^\circ - F_x \\ &= |112.5 \times 0.031| + |-529.42 \times 0.018| \cos 45^\circ - F_x \\ \Sigma F_x &= 10.23 - F_x \quad (\text{kN}) \quad \text{---- (3)} \end{aligned}$$

$$\Sigma(\rho Q_{in} v_{in})_x = 0 \quad \text{---- (4)}$$

$$\begin{aligned} \Sigma(\rho Q_{out} v_{out})_x &= \rho_w Q_2 (-v_2) + \rho_w Q_3 (+v_3 \cos 45^\circ) \\ &= -\rho_w (0.31)(10) + \rho_w (0.67)(37.2) \cos 45^\circ \\ &= 14.52 \quad (\text{kN}) \quad \text{---- (5)} \end{aligned}$$

แทนค่า (3) , (4) และ (5) ใน (2)

$$\begin{aligned} 10.23 - F_x \quad (\text{kN}) &= 14.52 - 0 \\ F_x &= 4.29 \quad \text{kN} \quad (\rightarrow) \end{aligned}$$

จากสมการโมเมนต์ตามแนวแกน Y

$$\Sigma F_y = \Sigma(\rho Q_{out} v_{out})_y - \Sigma(\rho Q_{in} v_{in})_y \quad \text{---- (6)}$$

จากรูป

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= F_y - F_1 + F_3 \sin 45^\circ \\ &= F_y - |P_1 A_1| + |P_3 A_3| \sin 45^\circ \\ &= F_y - |150 \times 0.196| + |-529.42 \times 0.018| \sin 45^\circ \\ \Sigma F_y &= F_y - 36.14 \quad (\text{kN}) \quad \text{---- (7)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma(\rho Q_{in} v_{in})_y &= \rho_w Q_1 (-v_1) \\ &= -\rho_w (0.98)(5) = -4.9 \quad (\text{kN}) \quad \text{---- (8)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma(\rho Q_{out} v_{out})_y &= \rho_w Q_3 (-v_3 \sin 45^\circ) \\ &= (0.67 \times 37.2) \sin 45^\circ \\ &= -17.62 \quad (\text{kN}) \quad \text{---- (5)} \end{aligned}$$

แทนค่า (7) , (8) และ (9) ใน (6)

$$F_Y - 36.14 = (-17.62) - (-4.9)$$

$$F_Y = 23.42 \text{ kN} \quad (\uparrow)$$

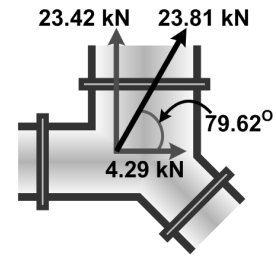
ดังนั้นขนาด และทิศทางของแรงที่ต่อกระทำกับของไหลหาได้จาก

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}$$

$$= \sqrt{4.29^2 + 23.42^2}$$

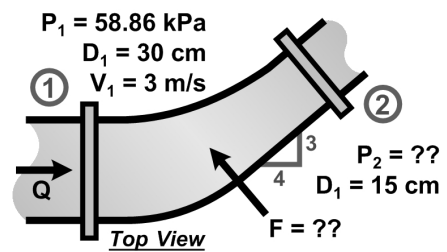
$$= 23.81 \text{ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_Y}{F_X}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{23.81}{4.29}\right) = 79.62^\circ$$



Ans

ตัวอย่างที่ 5.4 จงหาขนาด และทิศทางของแรงกระทำที่เกิดขึ้นกับข้อต่อรูป เมื่อของไหลภายในท่อคือน้ำ และการสูญเสียพลังงานระหว่างจุดที่ 1 กับจุดที่ 2 เท่ากับ 1.12 ม.



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

- สมการ Mmentum แกน X ของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้อต่อ

$$\Sigma \bar{F}_X = \Sigma (\rho_{out} Q_{out} \bar{V}_{out})_X - \Sigma (\rho_{in} Q_{in} \bar{V}_{in})_X \quad \text{--- (1)}$$

ไม่สามารถหาค่า F_2 เนื่องจากยังไม่ทราบค่าความดันที่หน้าตัดที่ 2 ดังนั้นจึงต้องทำการหา P_2 โดยพิจารณาจากสมการพลังงาน

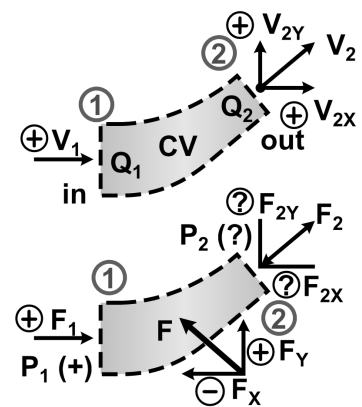
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \Sigma h_L$$

$$0 + \frac{58.86}{9.81} + \frac{3^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + (1.12) \quad \text{--- (2)}$$

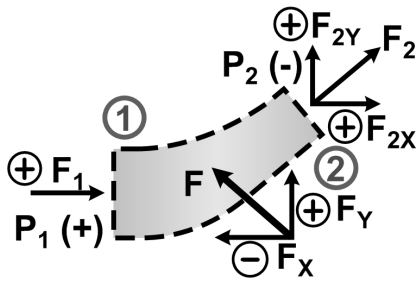
$$\triangleright \triangleright V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 V_1 = \left(\frac{0.3}{0.15}\right)^2 V_1 = 4V_1 = 4(3) = 12 \text{ m/s} \text{ แทนค่าใน (2)}$$

$$0 + \frac{58.86}{9.81} + \frac{3^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{12^2}{2g} + (1.12)$$

$$P_2 = -19.62 \text{ kPa}$$



แรงที่กระทำกับของไหลในปริมาตรควบคุมมีลักษณะดังรูป



$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= +F_1 + F_{2x} - F_x \\ &= +|P_1 A_1| + |P_2 A_2| \left(\frac{4}{5}\right) - F_x \\ &= \left(58.86 \times \frac{\pi}{4} \times 0.3^2\right) + \left(\frac{4}{5} \times 19.62 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2\right) - F_x \\ &= 4.438 - F_x \quad (\text{kN}) \\ \sum (\rho Q_{out} V_{out})_x &= +\rho_w (v_2 A_2) \left(\frac{4}{5} v_2\right) \\ &= +\frac{4}{5} \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.15^2\right) (12^2) \\ &= +2.036 \quad (\text{kN}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum (\rho Q_{in} V_{in})_x &= +\rho_w (v_1 A_1) (v_1) = +\rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.30^2\right) (3^2) \\ &= +0.636 \quad (\text{kN}) \end{aligned}$$

แทนค่าทั้งหมดใน (1)

$$\begin{aligned} 4.438 - F_x &= (+2.036) - (0.636) \\ F_x &= 3.038 \quad \text{kN} \quad (\leftarrow) \end{aligned}$$

- สมการ Mmentum แกน Y ของน้ำที่ไหลผ่านบริเวณข้ออ

$$\sum \vec{F}_y = \sum (\rho_{out} Q_{out} \vec{V}_{out})_y - \sum (\rho_{in} Q_{in} \vec{V}_{in})_y \quad \text{--- (2)}$$

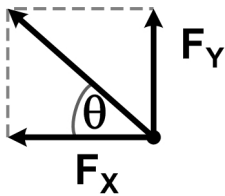
$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_y &= +F_{2y} + F_y = +|P_2 A_2| \left(\frac{3}{5}\right) + F_y \\ &= \left(\frac{3}{5} \times 19.62 \times \frac{\pi}{4} \times 0.15^2\right) + F_y \\ &= 0.208 - F_y \quad (\text{kN}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum (\rho Q_{out} V_{out})_y &= +\rho_w (v_2 A_2) \left(\frac{3}{5} v_2\right) = +\frac{3}{5} \rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.15^2\right) (12^2) \\ &= +1.527 \quad (\text{kN}) \end{aligned}$$

$$\sum (\rho Q_{in} V_{in})_y = 0$$

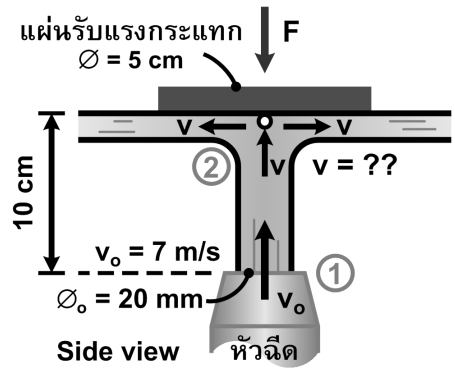
แทนค่าทั้งหมดใน (2)

$$\begin{aligned} 0.208 + F_y &= (+1.527) \\ F_y &= 1.319 \quad \text{kN} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ &= \sqrt{3.038^2 + 1.319^2} \\ &= 3.312 \quad \text{kN} \\ \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{F_y}{F_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1.319}{3.038} \right) \\ &= 23.47^\circ \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.5 หัวฉีดเส้นผ่าศูนย์กลาง 20 mm ฉีดน้ำผ่านอากาศพุ่งขึ้นในแนวตั้งด้วยความเร็ว 7 m/s กระบอกแผ่นรับแรงกระแทกรูปวงกลมเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 cm ตั้งรูป แผ่นรับแรงกระแทกอยู่เหนือหัวฉีด 10 cm ถ้าไม่คิดน้ำหนักของแผ่นรับแรงกระแทก จงหาขนาดของแรงที่ใช้กดแผ่นรับแรงกระแทก

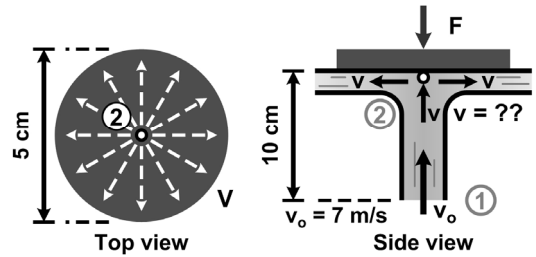


วิธีทำ หาความเร็วที่กระทบแผ่น (V) โดยใช้สมการพลังงาน

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$0 + 0 + \frac{7^2}{2g} = 0.1 + 0 + \frac{V^2}{2g}$$

$$V = 7.14 \text{ m/s}$$



กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออก รวมถึงแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

- สมการ Mmentum ตามแนวแกน X

$$\sum \bar{F}_x = \sum (\rho_{out} Q_{out} \bar{v}_{out})_x - \sum (\rho_{in} Q_{in} \bar{v}_{in})_x \quad \text{--- (1)}$$

$$\sum F_x = -F_x$$

เนื่องจากทิศทางของการไหลออกหักล้างกันหมด ดังนั้น

$$\sum (\rho Q_{out} v_{out})_x = 0$$

$$\sum (\rho Q_{in} v_{in})_x = 0$$

แทนค่าใน (1)

$$\therefore F_x = 0$$

- สมการ Mmentum ตามแนวแกน Y

$$\sum \bar{F}_y = \sum (\rho_{out} Q_{out} \bar{v}_{out})_y - \sum (\rho_{in} Q_{in} \bar{v}_{in})_y \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum \bar{F}_y = -F_y$$

$$\sum (\rho Q_{out} v_{out})_y = 0$$

$$\sum (\rho Q_{in} v_{in})_y = +\rho_w QV = +\rho_w AV^2$$

$$= +\rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.02^2\right) (7^2)$$

แทนค่าใน (2)

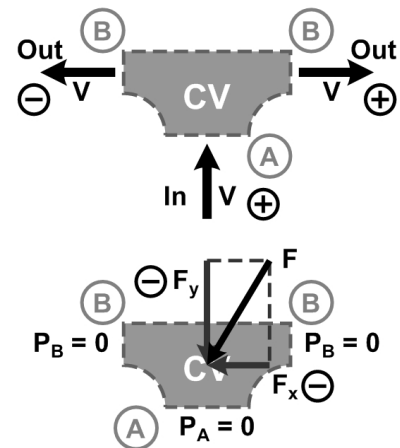
$$-F_y = 0 - \left(+\rho_w \left(\frac{\pi}{4} \times 0.02^2\right) (7^2)\right)$$

$$F_y = 15.3 \text{ N}$$

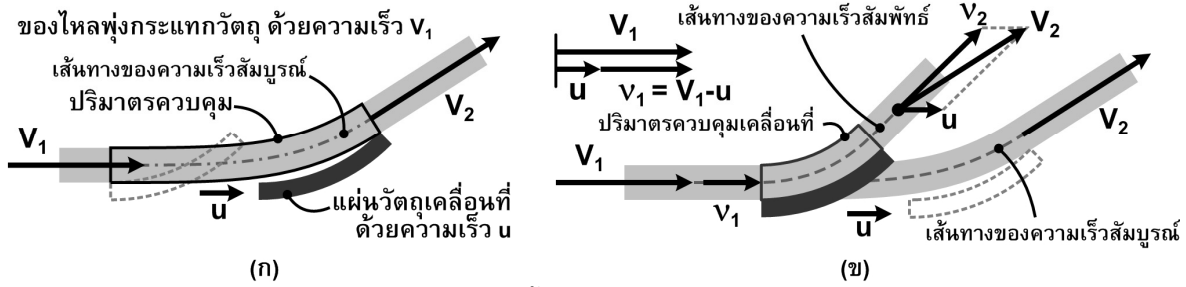
แรงที่ใช้กดมีค่าเท่ากับ

$$F = F_y = 15.3 \text{ N}$$

Ans



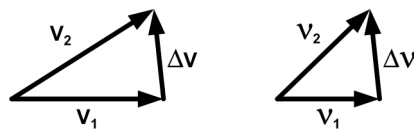
5.2 สมการโมเมนตัมกับปริมาตรควบคุมแบบเคลื่อนที่ (Momentum equation for moving control volume)



รูปที่ 5.5 การพุ่งของลำน้ำกระทบกับวัตถุโค้งที่กำลังเคลื่อนที่

พิจารณาการพุ่งของลำน้ำกระทบกับวัตถุโค้งที่กำลังเคลื่อนที่ ดังรูปที่ 5.5(ก) แรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับของไหลทำให้ความเร็วสัมบูรณ์ของการไหลเกิดการเปลี่ยนแปลง หรือมีการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม และเมื่อพิจารณาผลต่างของความเร็วสัมบูรณ์ที่เกิดขึ้นในรูปเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \quad \text{----- (5.11)}$$



รูปที่ 5.6 การวิเคราะห์ผลต่างความเร็วในรูปเวกเตอร์

ในทางปฏิบัติ เป็นการยากที่จะหาค่าความเร็วสัมบูรณ์ที่ออกจากปริมาตรควบคุม (V_2) ดังนั้นการคำนวณหาแรงที่เกิดขึ้นจึงไม่สามารถทำได้โดยตรง แต่สามารถพิจารณาเปรียบเทียบจากพฤติกรรมของความเร็วสัมพัทธ์ (V) ได้ดังนี้

จากรูปที่ 5.4(ข) $\vec{V}_1 = \vec{V}_1 - \vec{u}$ ----- (5.12)

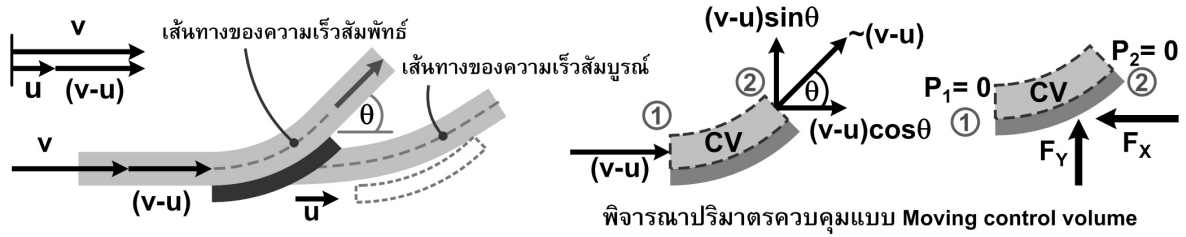
และ $\vec{V}_2 = \vec{V}_2 + \vec{u}$ ----- (5.13)

เมื่อนำสมการที่ 5.12 มาบวกกับสมการที่ 5.13 จะได้

$$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$

หรือ $\Delta \vec{V} = \Delta \vec{V}$ ----- (5.14)

ความสัมพันธ์ในสมการที่ 5.14 หมายความว่า ผลต่างของความเร็วสัมบูรณ์จะมีค่าเท่ากับผลต่างของความเร็วสัมพัทธ์ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เราสามารถวิเคราะห์แรงที่เกิดขึ้นโดยใช้ผลต่างโมเมนตัมของความเร็วสัมพัทธ์ได้ แทนที่จะวิเคราะห์จากผลต่างโมเมนตัมของความเร็วสัมบูรณ์ ซึ่งทำได้ยากกว่า



รูปที่ 5.7 การวิเคราะห์ความเร็วสัมพัทธ์ และแรง ที่เกิดกับกรณีของไหลพุ่งกระทบกับแผ่นวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่

ในกรณีของไหลพุ่งกระทบกับแผ่นวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ ถ้าการชนไม่มีการสูญเสียพลังงาน และการเปลี่ยนแปลงของเอนทัลปีมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเอนทัลปีอื่น ๆ ความเร็วสัมพัทธ์ของการไหลออกจากปริมาตรควบคุม จะใกล้เคียงกับความเร็วสัมพัทธ์ของการไหลเข้าปริมาตรควบคุม ดังนั้นการวิเคราะห์การไหล และแรงที่เกิดขึ้นจึงมีลักษณะดังรูปที่ 5.6

จากรูปที่ 5.6

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -F_x \\ \sum (\rho_{out} Q_{out} \bar{v}_{out})_x &= \rho Q (v-u) \cos \theta \\ \sum (\rho_{in} Q_{in} \bar{v}_{in})_x &= \rho Q (v-u) \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการโมเมนตัม

$$-F_x = \rho Q (v-u) \cos \theta - \rho Q (v-u)$$

∴

$$F_x = \rho Q (v-u) (1 - \cos \theta) \quad \text{----- (5.15)}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= +F_y \\ \sum (\rho_{out} Q_{out} \bar{v}_{out})_y &= \rho Q (v-u) \sin \theta \\ \sum (\rho_{in} Q_{in} \bar{v}_{in})_y &= 0 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการโมเมนตัม

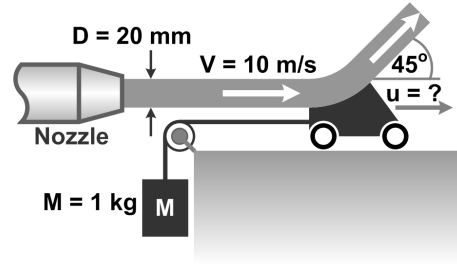
$$+F_y = \rho Q (v-u) \sin \theta - 0$$

∴

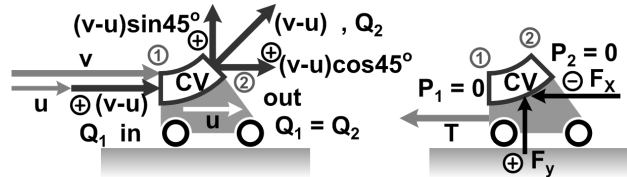
$$F_y = \rho Q (v-u) \sin \theta \quad \text{----- (5.16)}$$

สมการที่ 5.15 และ 5.16 คือแรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับของไหล ถ้าต้องการหาค่าของแรงกระทำที่ของไหลกระทำกับแผ่นวัตถุ แรงนั้นก็คือแรงปฏิกิริยาของแรงที่คำนวณได้จากสมการที่ 5.15 และ 5.16

ตัวอย่างที่ 5.7 ลำน้ำพุ่งออกจากหัวฉีดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 25 mm ด้วยความเร็ว 10 m/s กระแทกแผ่นผิวโค้งทำมุม 45° กับแนวราบ ถ้าขนาดของมวล M มีค่าเท่ากับ 1 kg จงหาความเร็วของรถ (u) โดยสมมติให้ไม่มีการสูญเสียพลังงาน



วิธีทำ กำหนดปริมาตรควบคุม และพิจารณาการไหลเข้า-ออกสัมพันธ์ รวมถึงแรงที่ กระทำกับปริมาตรควบคุม ดังรูป



จากสมการโมเมนตัม

$$\Sigma F_x = \Sigma (\rho v_x \cdot Q)_{out} - \Sigma (\rho v_x \cdot Q)_{in} \quad \text{--- (1)}$$

จากรูป $\Sigma F_x = -F_x = -T$

$$Q = (v-u)A = (v-u) \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right)$$

$$\begin{aligned} \Sigma (\rho v_x \cdot Q)_{out} &= + \rho_w Q (v-u) \cos 45^\circ \\ &= + \rho_w \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right) (v-u)^2 \cos 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma (\rho v_x \cdot Q)_{in} &= + \rho_w Q (v-u) \\ &= + \rho_w \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right) (v-u)^2 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการที่ (1)

$$-T = + \rho_w \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right) (v-u)^2 \cos 45^\circ - \rho_w (v-u)^2 \cos 45^\circ$$

$$T = \rho_w \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right) (v-u)^2 (1 - \cos 45^\circ)$$

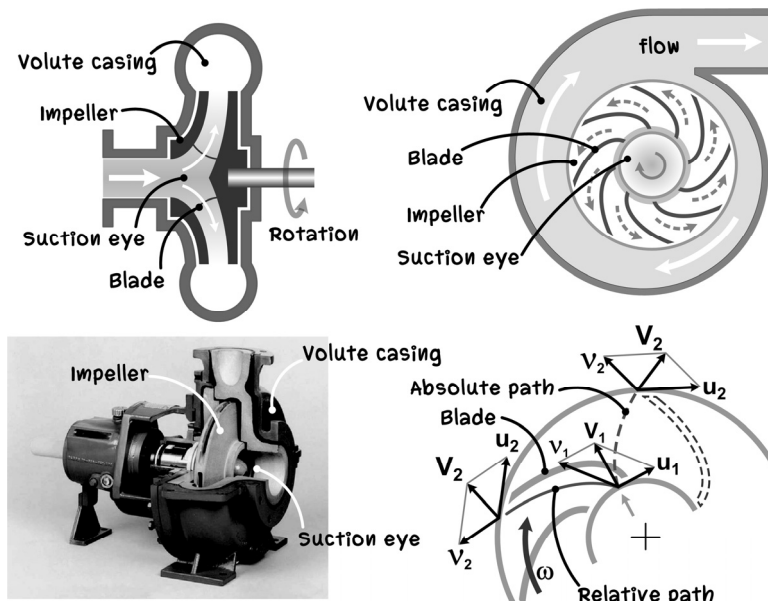
$$(1g) = \rho_w \left(\frac{\pi}{4} 0.025^2 \right) (10-u)^2 (1 - \cos 45^\circ)$$

แก้สมการหาค่า u ได้

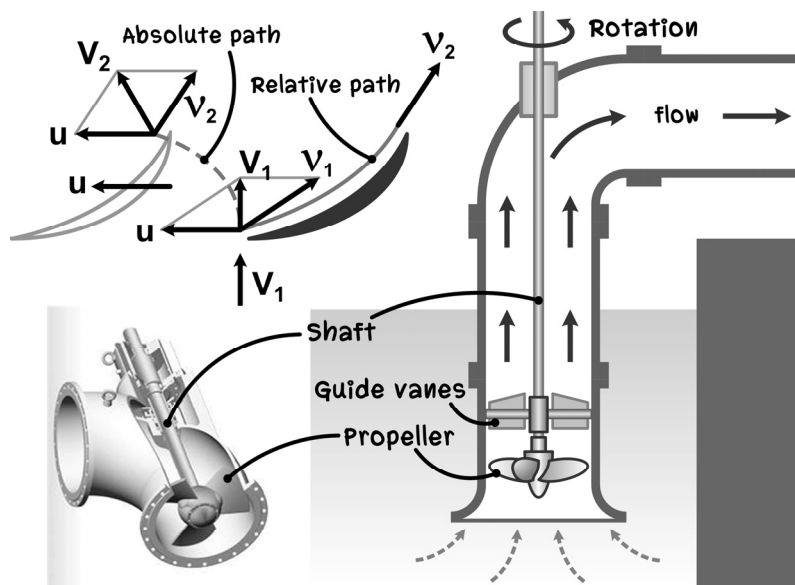
$$u = 1.91 \text{ m/s}$$

Ans

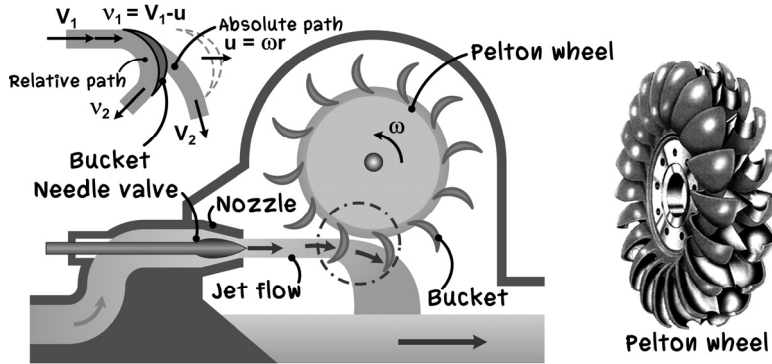
การศึกษาเกี่ยวกับแรงกระทำของของไหลที่กระทำกับวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่นั้น มีความสำคัญต่องานด้านวิศวกรรมเป็นอย่างยิ่ง เพราะสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ ออกแบบเครื่องจักรทางชลศาสตร์ เช่น เครื่องสูบน้ำ (pump) และ กังหันพลังน้ำ (Hydraulic turbine) เป็นต้น ซึ่งพฤติกรรมของการไหลในเครื่องจักรดังกล่าว นั้น จะเกี่ยวข้องกับวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ทั้งสิ้น ดังนั้นในการคำนวณจะต้องคำนึงถึงทิศทาง และความเร็วของการไหล ตามเส้นทางการเคลื่อนที่สัมบูรณ์ (Absolute path : V) และเส้นทางการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ (Relative path : V) โดยเครื่องจักรแต่ละชนิดก็จะมีวิธีการในการวิเคราะห์ที่แตกต่างกัน ดังตัวอย่างในรูปที่ 5.8 ถึง 5.12



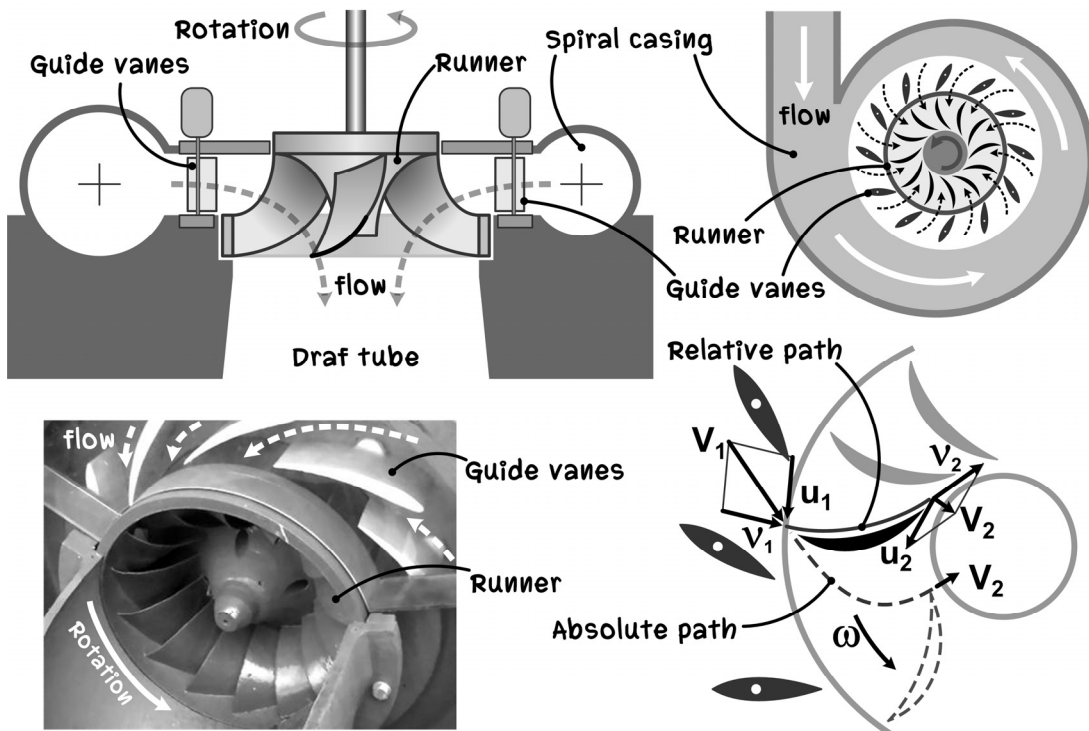
รูปที่ 5.8 พฤติกรรมการไหลในเครื่องสูบน้ำแบบ Radial-flow centrifugal pump



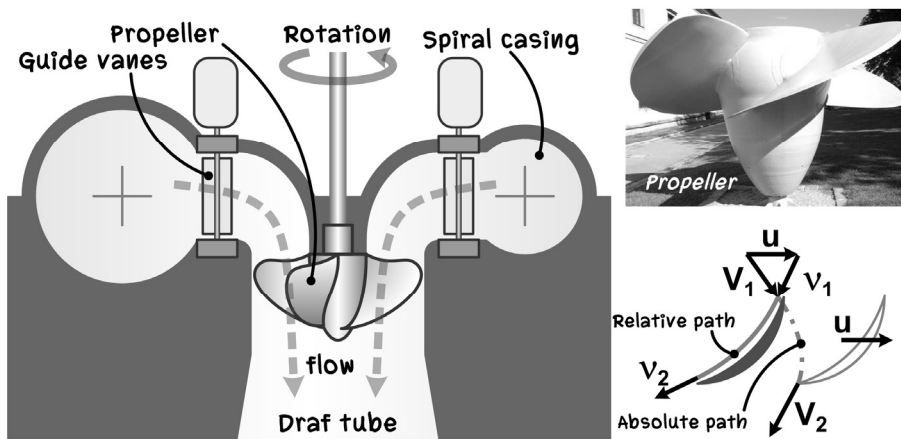
รูปที่ 5.9 พฤติกรรมการไหลในเครื่องสูบน้ำแบบ Axial-flow centrifugal pump



รูปที่ 5.10 พฤติกรรมการไหลในกังหันน้ำประเภท Impulse Turbine (Pelton Turbine)



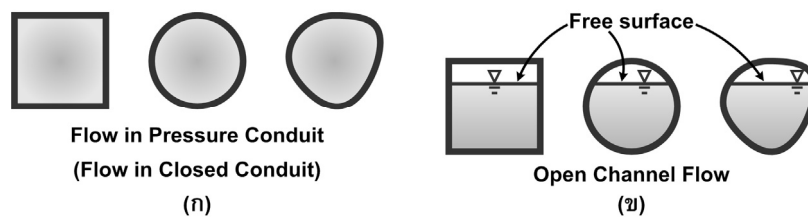
รูปที่ 5.11 พฤติกรรมการไหลในกังหันน้ำประเภท Reaction Turbine แบบ Francis (radial-flow)



รูปที่ 5.12 พฤติกรรมการไหลในกังหันน้ำประเภท Reaction Turbine แบบ Kaplan (axial-flow)

บทที่ 6 การไหลภายในท่อ

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงพฤติกรรมของการไหลในรางแบบปิด (ท่อปิด) หรือการไหลภายใต้แรงดัน (Flow in Pressure Conduit) โดยจะเน้นที่การไหลแบบคงที่ภายในท่อกลมของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Steady Incompressible Flow in Pipe) และไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ โดยจะถือว่าอุณหภูมิตลอดช่วงเวลาที่พิจารณานั้นคงที่ ทั้งนี้ก็เพื่อตัดผลกระทบทางด้านเทอร์โมไดนามิกส์ออก ดังนั้นความหมายของการไหลภายในรางแบบปิด หรือการไหลภายใต้แรงดัน ในที่นี้คือการไหลของของไหลภายในท่อที่มีผนังปิดล้อมทุกด้าน และมีของไหลไหลอยู่เต็มพื้นที่หน้าตัดของท่อ ไม่มีผิวอิสระอยู่ด้านบนของหน้าตัดการไหล (ของไหลไม่มีส่วนใดสัมผัสอากาศ) การไหลจะอยู่ภายใต้ความดันตลอดช่วงของการพิจารณา



รูปที่ 6.1 ความแตกต่างของหน้าตัดการไหลของการไหลภายในรางแบบปิด กับการไหลในรางแบบเปิด

คำศัพท์ที่ให้ความหมายของคำว่า ท่อ มีอยู่หลายคำด้วยกัน โดยจะมีความหมายแตกต่างกันตามลักษณะดังนี้

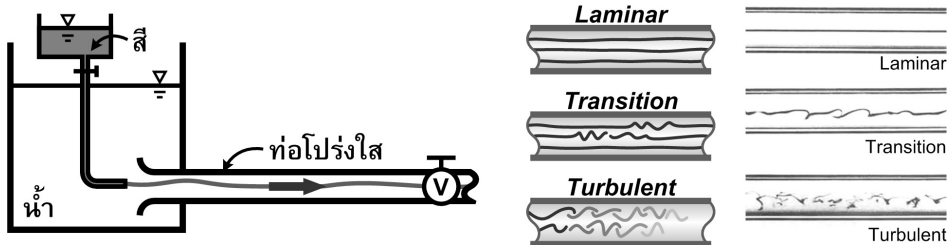
- Closed conduit หมายถึง ราง หรือท่อแบบปิด
- Pipes หมายถึง ท่อที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม
- Duct หมายถึง ราง หรือท่อที่มีหน้าตัดไม่เป็นรูปวงกลม

ในบทนี้ คำว่า ท่อ จะหมายถึงท่อที่มีหน้าตัดเป็นรูปวงกลมเท่านั้น และในระบบท่อที่เราจะทำการศึกษากันนั้น หมายถึงระบบท่อที่มีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

- Pipes (ตัวท่อ)
- Fitting Devices (อุปกรณ์ประกอบท่อ) เช่น ข้อต่อ ข้องอ ข้อลดขนาด ข้อขยายขนาด เป็นต้น
- Flowrate control devices (อุปกรณ์ควบคุมการไหล) เช่น ประตูน้ำ หรือวาล์วชนิดต่างๆ เป็นต้น
- Pump or Turbine (เครื่องสูบ หรือกังหัน) เป็นอุปกรณ์ที่เพิ่ม หรือลดพลังงานในระบบ

6.1 พฤติกรรมของการไหลในท่อ (Behavior of flow in pipe)

ในปี ค.ศ. 1883 ออสบอร์น เรย์โนลด์ (Osborne Reynolds) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการไหลในท่อ โดยใช้เครื่องมือที่ประกอบด้วยถังน้ำขนาดใหญ่ เชื่อมต่อกับท่อโปร่งใสที่มีวาล์วควบคุมการไหลอยู่ที่ปลายท่อ และถังบรรจุสีขนาดเล็กเชื่อมต่อกับท่อขนาดเล็ก ทำหน้าที่ปล่อยอนุภาคสีเข้าไปภายในท่อโปร่งใส ลักษณะดังรูปที่ 6.2



รูปที่ 6.2 เครื่องมือทดสอบการไหล และพฤติกรรมการไหลของ เรย์โนลด์

จากผลการทดลองพบว่า สามารถแบ่งพฤติกรรมการไหลของของไหลภายในท่อได้เป็น 3 ลักษณะคือ

- 1) การไหลแบบราบเรียบ (**Laminar Flow**) จะเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดสูง หรือความเร็วในการไหลต่ำ อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบขนานกับทิศทางของการไหล ซึ่งสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง จะมีลักษณะเป็นเส้นที่ค่อนข้างตรง และราบเรียบ
- 2) การไหลแบบปั่นป่วน (**Turbulent Flow**) จะเกิดกับการไหลของของไหลที่มีความหนืดต่ำ หรือความเร็วในการไหลมาก อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่ไม่เป็นระเบียบ แนวเส้นทางการเคลื่อนที่ที่มีความแปรปรวนมาก โดยจะสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง จะกวัดแกว่งไปมาไม่เป็นระเบียบ และมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา
- 3) การไหลในช่วงแปรเปลี่ยน (**Transition Flow**) เป็นช่วงของการไหลที่กำลังจะพัฒนาพฤติกรรม จาก การไหลแบบราบเรียบ ไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วน เป็นช่วงที่ไม่สามารถคาดเดาพฤติกรรมของการไหลได้อย่างแน่นอน เพราะในบางตำแหน่งหรือบางช่วงเวลาใดๆ พฤติกรรมของการไหลอาจเป็นไปได้ทั้งแบบราบเรียบและปั่นป่วน โดยจะสังเกตได้จากแนวเส้นสีที่เกิดขึ้นจากการทดลอง ในบางตำแหน่งจะมีลักษณะกวัดแกว่งไปมาในขณะที่ส่วนอื่นๆ มีลักษณะราบเรียบ หรือที่ตำแหน่งเดียวกัน ในบางเวลาอาจมีลักษณะราบเรียบ แต่เมื่อเวลาผ่านไปอาจมีลักษณะกวัดแกว่งไปมา ไม่สามารถคาดเดาได้

นอกจากนี้ การศึกษาของเรย์โนลด์ยังพบว่า พฤติกรรมทั้ง 3 ลักษณะ ยังสอดคล้องกับค่าของกลุ่มตัวแปรไร้มิติกลุ่มหนึ่ง ซึ่งภายหลังเรียกว่า เรย์โนลด์ นัมเบอร์ (Reynolds Number ; Re) กล่าวคือ

ถ้า $R_e < 2000$	จะเป็นการไหลแบบราบเรียบ
$2000 < R_e < 4000$	จะเป็นการไหลในช่วงแปรเปลี่ยน
$R_e > 4000$	จะเป็นการไหลแบบปั่นป่วน

โดย Reynolds Number ของการไหลในท่อกลมคำนวณได้จาก

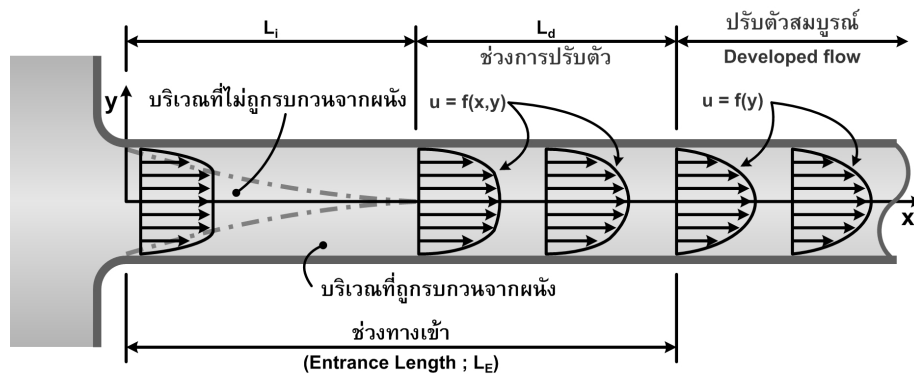
$$R_e = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} \quad \text{----- (6.1)}$$

- เมื่อ
- V = ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในท่อ
 - D = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ
 - ρ = ความหนาแน่นของของไหล
 - μ = ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity ; $\mu_{\text{Water at } 22^\circ\text{C}} = 1.0 \times 10^{-3}$)
 - ν = ความหนืดคิเนมาติก (Kinematic Viscosity ; $\nu_{\text{Water at } 22^\circ\text{C}} = 1.0 \times 10^{-6}$)

6.2 การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อ (Entrance Flow Development)

พิจารณาพฤติกรรมของการไหลเมื่อของไหลเดินทางมาถึงบริเวณจุดเชื่อมต่อระหว่างท่อ กับอ่างเก็บน้ำขนาดใหญ่ ก่อนที่ของไหลจะเดินทางเข้าสู่ภายในท่อ อนุภาคของของไหลบนหน้าตัดใดๆ จะเคลื่อนตัวด้วยความเร็วเท่าๆ กัน เนื่องจากยังไม่ถูกรบกวนจากผนัง แต่เมื่อของไหลเดินทางเข้าสู่ภายในท่อ อนุภาคของไหลจะถูกรบกวนจากแรงเสียดทานจากผนังท่อ จึงทำให้อนุภาคที่ติดกับผนังนั้นมีความเร็วเป็นศูนย์ และเนื่องจากตัวของไหลเองมีความหนืด จึงทำให้อนุภาคที่อยู่ถัดไปก็จะมีความเร็วลดลงตามลำดับ ซึ่งในช่วงเริ่มต้นอนุภาคที่อยู่บริเวณกึ่งกลางท่อนั้นยังไม่ได้รับผลกระทบดังกล่าว แต่เมื่อของไหลเดินทางต่อไปผลกระทบจากผนังจะขยายตัวเข้าสู่กึ่งกลางท่อ จนกระทั่งครอบคลุมทั่วทั้งหน้าตัด หลังจากนั้นความเร็วของอนุภาคของของไหลจะมีการปรับตัวอย่างต่อเนื่อง จนท้ายที่สุดเข้าสู่สภาวะสมดุลโดยระยะทางในช่วงของการปรับตัวนี้จะเรียกว่า ช่วงทางเข้า (Entrance length : L_E)

6.2.1 การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อในสภาวะการไหลแบบราบเรียบ (Entrance condition in laminar flow)



รูปที่ 6.3 การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อในสภาวะการไหลแบบราบเรียบ

พิจารณาจากรูปที่ 6.3 การปรับตัวในบริเวณปากทางเข้าของท่อในสภาวะการไหลแบบราบเรียบนั้นสามารถแบ่งพฤติกรรมได้เป็น 3 ช่วงดังนี้

- 1) ช่วงการไหลที่บริเวณกึ่งกลางท่อยังไม่ถูกรบกวน (Inviscid core length : L_i) เมื่อเริ่มต้นพิจารณาจากปากทางเข้าท่อ ของไหลจะเริ่มถูกรบกวนโดยแรงเสียดทานจากผนังของท่อ ทำให้ความเร็วของอนุภาคของไหลที่อยู่ติดกับผนังท่อเป็นศูนย์ และความเร็วของอนุภาคถัดไปจะลดลงตามลำดับ ส่วนในบริเวณกึ่งกลางของท่อนั้นจะยังไม่ถูกรบกวน แต่เมื่อของไหลเดินทางต่อไปเรื่อยๆ ผลกระทบดังกล่าวจะขยายตัวใหญ่ขึ้นจนเต็มหน้าตัดการไหล ซึ่งทำให้พฤติกรรมของความเร็วของอนุภาคของไหลในช่วงนี้จะแปรผันตามระยะทางตามแนวความยาวของท่อ (x) และระยะตามแนวรัศมีของท่อ (y) ดังนั้น L_i จึงเริ่มต้นวัดจากปากทางเข้าท่อไปจนถึงจุดที่การรบกวนของผนังขยายตัวเต็มหน้าตัดการไหลพอดี
- 2) ช่วงการปรับตัว (Development length : L_d) เมื่อสิ้นสุดระยะ L_i ความเร็วของอนุภาคของไหลจะยังคงมีการปรับตัวอย่างต่อเนื่องไปอีกระยะหนึ่ง ดังนั้นพฤติกรรมของความเร็วของอนุภาคของไหลในช่วงนี้ จะแปรผันตามระยะทางตามแนวความยาวของท่อ (x) และระยะตามแนวรัศมีของท่อ (y) เช่นเดียวกับในช่วง L_i
- 3) ช่วงปรับตัวสมบูรณ์ (Developed flow) เริ่มต้นตั้งแต่จุดที่สิ้นสุดการปรับตัว (L_d) ต่อเนื่องไปตลอดความยาวของท่อ พฤติกรรมของความเร็วจะแปรผันกับระยะตามแนวรัศมี (y) แต่จะไปแปรผันตามระยะทางตามแนวความยาวของท่อ (x) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ รูปแบบการกระจายตัวของความเร็วในแนวรัศมีจะมีลักษณะเหมือนกันในทุกๆ หน้าตัดของช่วงนี้

จากพฤติกรรมดังกล่าว ช่วงการไหลที่ได้รับผลกระทบจากปากทางเข้าท่อ จะเริ่มจาก ปากทางเข้า ต่อเนื่องเรื่อยไปจนกระทั่งสิ้นสุดการปรับตัว หรือเรียกว่า ความยาวช่วงทางเข้า (Entrance length : L_E)

$$L_E = L_i + L_d \quad \text{----- (6.2)}$$

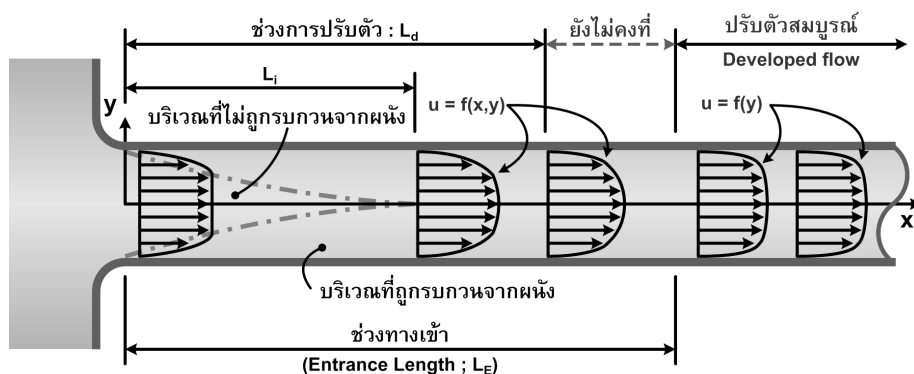
$$\text{สำหรับในท่อกลม} \quad L_E \approx 0.065 D R_e \quad \text{----- (6.3)}$$

$$L_i \approx \frac{1}{4} L_E \quad \text{----- (6.4)}$$

เมื่อ $R_e =$ เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์

$D =$ เส้นผ่าศูนย์กลางท่อ

6.2.2 การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อในสภาวะการไหลแบบปั่นป่วน (Entrance condition in turbulent flow)



รูปที่ 6.4 การไหลบริเวณปากทางเข้าของท่อในสภาวะการไหลแบบปั่นป่วน

สำหรับพฤติกรรมของการไหลในช่วงปากทางเข้าท่อ ในสภาวะการไหลแบบปั่นป่วน จะแตกต่างกับแบบราบเรียบ กล่าวคือ เมื่อการไหลเริ่มถูกรบกวนจากผนัง ผลกระทบจากแรงเสียดทานจากผนังจะเริ่มขยายตัวไปพร้อมๆ กับการปรับตัวของความเร็ว (L_i และ L_d เริ่มต้นพร้อมกัน) และเมื่อการไหลถูกรบกวนทั่วทั้งหน้าตัด การปรับตัวจะยังคงดำเนินต่อไปอีกระยะหนึ่ง แต่เนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะมีความไม่แน่นอนเกิดขึ้นได้เสมอ ดังนั้นหลังจากที่การปรับตัวสิ้นสุดลง (L_d) สภาวะการไหลจะยังคงมีการเปลี่ยนแปลงต่อเนื่องไปอีกช่วงระยะหนึ่ง จึงจะปรับตัวเข้าสู่สภาวะคงที่ ลักษณะดังรูปที่ 6.4

สำหรับการไหลในท่อที่มี $Re > 10^5$ ระยะต่างๆมีค่าดังนี้

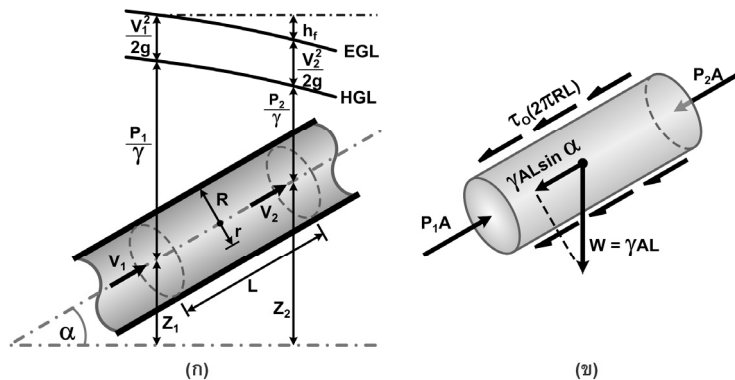
$$L_i \approx 10 D \quad \text{----- (6.5)}$$

$$L_d \approx 40 D \quad \text{----- (6.6)}$$

$$L_E \approx 120 D \quad \text{----- (6.7)}$$

6.3 การสูญเสียพลังงานหลัก (Friction head loss or Major loss : h_f)

การสูญเสียเฮดของการไหลในท่อ หรือที่เราเรียกว่า การสูญเสียพลังงานหลัก คือการสูญเสียเฮดที่เกิดจากผลของแรงเสียดทานอันเนื่องมาจากผลของความหนืดของของไหล และแรงเสียดทานระหว่างระหว่างของไหลกับผนังท่อ โดยการสูญเสียเฮดนั้นจะขึ้นอยู่กับ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ ความยาวของท่อ ความหยาบของวัสดุที่ใช้ทำท่อ ความหนืดของของไหล และความเร็วในการไหล



รูปที่ 6.5 ความสัมพันธ์ของพลังงาน และแรงที่กระทำกับปริมาตรควบคุม

หากพิจารณาการไหลในท่อกลมที่มีรัศมีคงที่เท่ากับ R ดังรูปที่ 6.5 สามารถเขียนสมการพลังงานได้ดังนี้

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

เนื่องจากรัศมีของท่อคงที่ ทำให้ $V_1 = V_2$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$h_f = \left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma} \right) + (z_1 - z_2) \quad \text{----- (6.6)}$$

ถ้าพิจารณาจากสมการโมเมนต์เชิงเส้นของการไหล

$$\sum \vec{F} = \sum (\rho_{out} Q_{out} \vec{V}_{out}) - \sum (\rho_{in} Q_{in} \vec{V}_{in})$$

เนื่องจาก $V_1 = V_2$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= 0 \\ P_1 A - P_2 A - \gamma A L \sin \alpha - \tau_o 2 \pi R L &= 0 \end{aligned}$$

เมื่อ τ_o คือความเค้นเฉือนที่เกิดจากแรงเสียดทาน

ถ้า γ และ A หาค่าตลอด จะได้

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) - L \sin \alpha = \frac{\tau_o \cdot 2 \pi R L}{A \gamma} \quad \text{----- (6.7)}$$

จากรูปที่ 6.5 จะเห็นได้ว่า $L \sin \alpha$ จะมีค่าเท่ากับ $Z_2 - Z_1$ ถ้านำไปแทนค่าในสมการที่ 6.7 ก็จะได้

$$\left(\frac{P_1 - P_2}{\gamma}\right) + (Z_1 - Z_2) = \frac{\tau_o \cdot 2 \pi R L}{A \gamma} \quad \text{----- (6.8)}$$

หากพิจารณาสมการที่ 6.8 ร่วมกับสมการที่ 6.6 สามารถสรุปได้ว่า

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\tau_o \cdot 2 \pi R L}{A \gamma} \\ h_f &= \frac{\tau_o \cdot 2 \pi R L}{(\pi R^2) \gamma} \\ h_f &= \frac{\tau_o \cdot 2 L}{R \gamma} \quad \text{----- (6.9)} \end{aligned}$$

จาสสมมุติฐานที่ว่า ความเค้นเฉือน (τ_o) ที่เกิดขึ้นบริเวณผนังท่อ จะขึ้นอยู่กับ ความเร็วเฉลี่ยของการไหล (V) ความหนืดของของไหล (μ) ความหนาแน่นของของไหล (ρ) ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ (D) และความขรุขระของผิววัสดุที่ใช้ทำท่อ (ϵ) ซึ่งถ้านำไปวิเคราะห์ในรูปความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless analysis) โดยกำหนดให้ ρ D และ V เป็นตัวแปรซ้ำ (repeating variables) จะได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรดังนี้

$$\frac{\tau_o}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\mu}{\rho V D}, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad \text{----- (6.10)}$$

(วิธีการวิเคราะห์หมิติ จะกล่าวถึงโดยละเอียดในบทต่อไป)

เนื่องด้วยกลุ่มของตัวแปรไม่มีมิติ การกลับเศษส่วนจึงไม่มีผลต่อความสัมพันธ์ ดังนั้นสมการที่ 6.10 จึงสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\frac{\tau_o}{\rho V^2} = \phi\left(\frac{\rho V D}{\mu}, \frac{\epsilon}{D}\right)$$

ซึ่ง $\frac{\rho V D}{\mu}$ ก็คือ เรย์โนลด์ส์นัมเบอร์ (R_e)

$$\tau_o = \rho V^2 \times \phi\left(R_e, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad \text{----- (6.11)}$$

นำสมการที่ 6.11 ไปแทนค่าในสมการที่ 6.9 จะได้ว่า

$$h_f = (\rho V^2) \times \phi\left(R_e, \frac{\epsilon}{D}\right) \times \frac{2L}{R \gamma}$$

ถ้ากำหนดให้ $f = 8 \phi\left(R_e, \frac{\epsilon}{D}\right)$ จะได้ว่า

$$h_f = (\rho V^2) \cdot \frac{f}{8} \cdot \frac{2L}{R \gamma}$$

จัดรูปใหม่จะได้ว่า

$$h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \quad \text{----- (6.12)}$$

สมการที่ 6.12 เป็นสมการที่วิศวกรชาวฝรั่งเศสชื่อ อองรี ดาร์ซี (Henry Darcy) ได้พัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1857 จากนั้น ศาสตราจารย์ชาวเยอรมันชื่อ จูเลียต วิสซ์แบช (Julius Weisbach) ได้นำผลงานของ ดาร์ซี ออกนำเสนอในปี ค.ศ. 1850 ดังนั้นสมการดังกล่าวจึงได้ชื่อว่า สมการ ดาร์ซี - วิสซ์แบช (Darcy-Weisbach Equation) โดยที่ f คือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของดาร์ซี (Darcy friction factor) หรือเรียกสั้นๆ ว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน (friction factor)

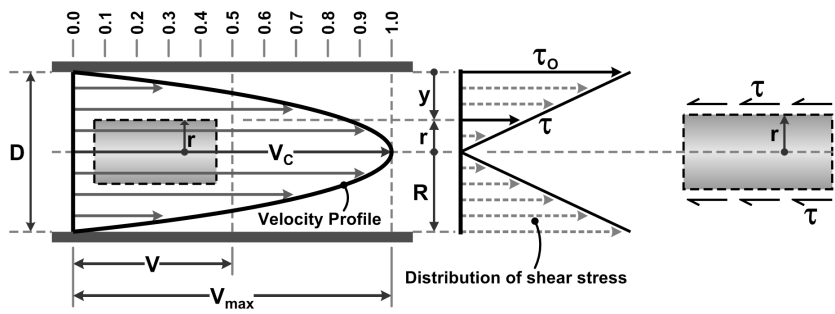
จากการทดลองของดาร์ซี ได้ค้นพบความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติดังนี้

$$f = \frac{8\tau_o}{\rho V^2} \quad \text{----- (6.13)}$$

หากพิจารณาในเชิงมิติจึงสามารถสรุปได้ว่า

$$f = \phi\left(R_e, \frac{\epsilon}{D}\right) \quad \text{----- (6.14)}$$

6.3.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบราบเรียบ (Friction factor for laminar flow)



รูปที่ 6.6 การกระจายตัวของความเร็ว และความเค้นเฉือนของการแบบราบเรียบ

ในสภาพการไหลแบบราบเรียบ พฤติกรรมของความเค้นเฉือนที่ตำแหน่งใดๆ (τ) จะเป็นไปตามกฎที่ว่า $\tau = \mu \frac{dV_r}{dy}$ เมื่อ V_r คือความเร็วของการไหลที่รัศมี r และ y คือระยะที่วัดจากผนัง ฉะนั้น $y = R - r$ เมื่อพิจารณาการความเค้นเฉือนที่กระทำกับหลอดการไหลที่มีรัศมีเท่ากับ r จะได้ว่า

$$\tau = -\mu \cdot \frac{dV_r}{dr} \quad \text{----- (6.15)}$$

จากสมการที่ 6.9 การสูญเสียพลังงานของหลอดการไหลที่มีรัศมีเท่ากับ r คือ

$$\begin{aligned} h_f &= \frac{\tau \cdot 2L}{r\gamma} \\ &= -\mu \cdot \frac{dV_r}{dr} \cdot \frac{2L}{r\gamma} \\ dV_r &= -\frac{h_f \gamma}{2\mu L} \cdot r \cdot dr \\ V_r &= -\frac{h_f \gamma}{2\mu L} \cdot \frac{r^2}{2} + C \quad \text{----- (6.16)} \end{aligned}$$

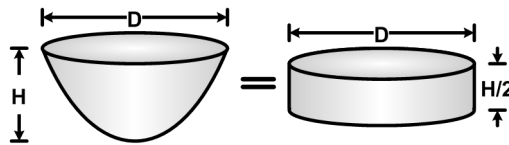
เมื่อพิจารณาการกระจายตัวของความเร็ว และความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นกับการไหลแบบราบเรียบ (ดังรูปที่ 6.6) จะเห็นได้ว่า ถ้า $r = 0$ แล้ว $V_r = V_{max}$ ซึ่งนั่นหมายความว่า $C = V_{max}$

$$\therefore V_r = V_{max} - \frac{h_f \gamma}{4\mu L} \cdot r^2 \quad \text{----- (6.17)}$$

และเมื่อพิจารณาที่รัศมี $r = R$ ซึ่งเป็นที่ทราบกันว่าความเร็วที่ผนังท่อนั้นจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($V_r = 0$) แทนค่าในสมการที่ 6.17 จะได้

$$V_{max} = \frac{h_f \gamma}{4\mu L} \cdot R^2 = \frac{h_f \gamma}{16\mu L} \cdot D^2 \quad \text{----- (6.18)}$$

จากสมการที่ 6.16 และ 6.17 จะเห็นได้ว่าการกระจายตัวของความเร็วนั้น จะแปรผันกับรัศมียกกำลังสอง ซึ่งก็คือรูปทรง Paraboloid ที่มีรัศมีเท่ากับ R และมีความสูงที่จุดสูงสุดเท่ากับ V_{max} ซึ่งค่าความสูงเฉลี่ยของรูปทรง Paraboloid นั้นจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของความสูงที่จุดสูงสุด ฉะนั้นเมื่อเปรียบเทียบกับความเร็วเฉลี่ย $V = 0.5 V_{max}$



รูปที่ 6.7 การเปรียบเทียบความสูงของรูปทรง Paraboloid กับ ทรงกระบอก ที่มีรัศมีเท่ากัน

ด้วยเหตุนี้ สมการที่ 6.18 จึงกลายเป็น

$$\begin{aligned} 2V &= \frac{h_f \gamma}{16 \mu L} \cdot D^2 \\ h_f &= \frac{32 V \mu L}{\gamma D^2} \\ &= \frac{32 \cdot \frac{V \mu L}{\rho g D^2} \cdot \frac{V}{2}}{V} \\ h_f &= 64 \cdot \frac{\mu}{\rho V D} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 g} \quad \text{----- (6.19)} \end{aligned}$$

ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบสมการที่ 6.19 กับสมการที่ 6.12 จะเห็นได้ว่า ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะมีค่าดังสมการต่อไปนี้

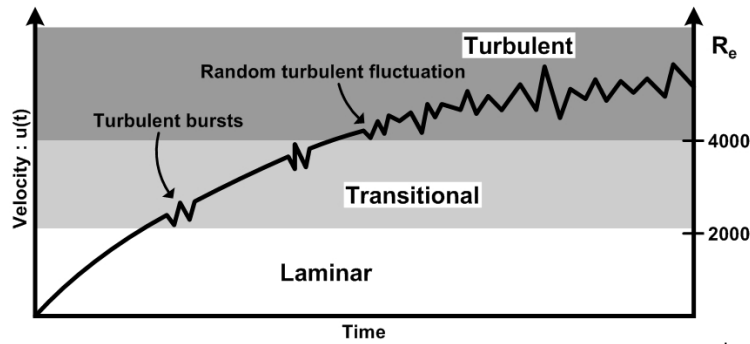
$$f = 64 \cdot \frac{\mu}{\rho V D} = \frac{64}{R_e} \quad \text{----- (6.20)}$$

เราเรียกสมการที่ 6.20 ว่า Hagen-Poiseuille law เนื่องจากเป็นสมการที่คิดค้นโดยวิศวกรชาวเยอรมันที่ชื่อ Hagen และนักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศสที่ชื่อ Poiseuille

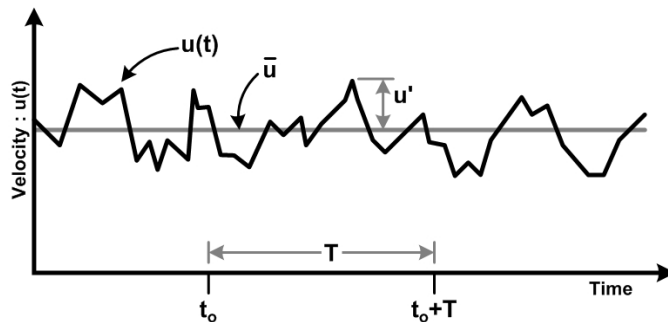
6.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบปั่นป่วนในท่อผนังเรียบ

(Friction factor for turbulent flow in smooth pipe)

จากการทดลองเพื่อสังเกตพฤติกรรมของการไหลในท่อ โดยการเพิ่มอัตราการไหลในท่ออย่างช้าๆ แล้วทำการวัดความเร็วของการไหลในท่อที่ตำแหน่ง r ใดๆ พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว $u(t)$ เวลา t และ Re จะมีลักษณะดังรูปที่ 6.8 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน ($Re > 4000$) ความเร็วจะมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะที่คาดเดาไม่ได้ และถ้าทำการทดลองที่สภาวะการไหลแบบปั่นป่วน โดยกำหนดให้อัตราการไหลคงที่ ความเร็วของการไหลที่ตำแหน่ง r ใดๆ จะมีลักษณะดังรูปที่ 6.9



รูปที่ 6.8 ความเร็วของการไหลแบบราบเรียบ แบบแปรเปลี่ยน และแบบปั่นป่วน



รูปที่ 6.9 ความเร็วที่ตำแหน่ง r ใดๆ ของการไหลแบบปั่นป่วน

เมื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องของตัวกระบวนการวิเคราะห์มิติ จะได้ความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติในรูปของฟังก์ชันดังต่อไปนี้

$$\frac{\bar{u}(t)}{u^*} = \phi\left(\frac{yu^*}{\nu}\right) \quad \text{----- (6.21)}$$

ซึ่งสมการที่ 6.21 ถูกเรียกว่า law of wall

- โดยที่
- $\bar{u}(t)$ = ความเร็วเฉลี่ยที่ตำแหน่ง y ใดๆ เมื่อเวลา t
 - u^* = friction velocity เป็นชื่อที่ถูกนิยามขึ้นเนื่องจากมีมิติเหมือนกับความเร็ว แต่ไม่ใช่ความเร็ว ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\sqrt{\tau_0/\rho}$
 - y = $R - r$ (ระยะที่วัดจากผนังท่อ)
 - ν = kinematic viscosity

เนื่องจาก

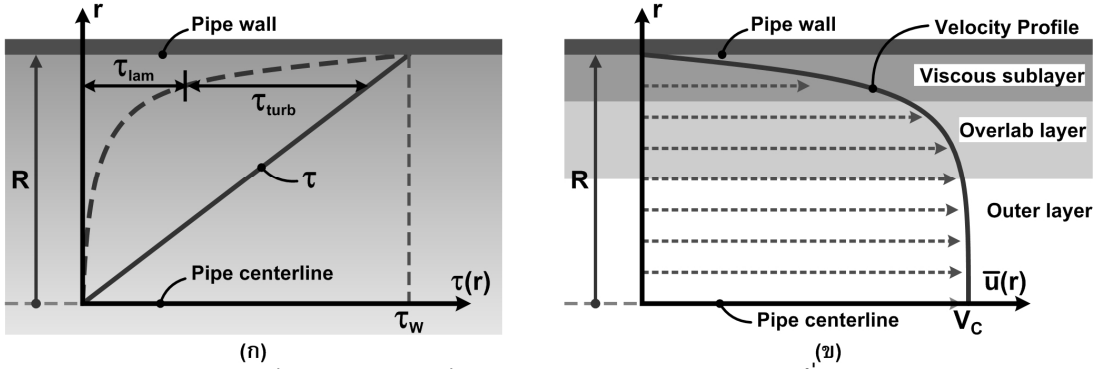
$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

$$\frac{1}{(u^*)^2} = \frac{\rho}{\tau_0}$$

คูณด้วย V^2 ทั้งสองข้าง
$$\frac{V^2}{(u^*)^2} = \frac{\rho V^2}{\tau_o} \quad \text{----- (6.22)}$$

จากสมการที่ 6.13 แทนค่าใน 6.22 จะได้ว่า

$$\frac{V}{u^*} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad \text{----- (6.23)}$$



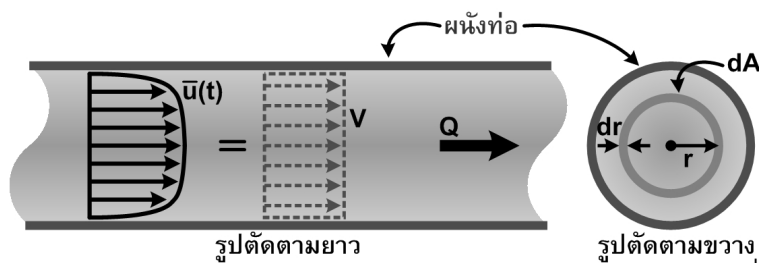
รูปที่ 6.10 ความเร็วที่ตำแหน่ง r ใดๆ ของการไหลแบบปั่นป่วน

นอกจากนี้ ในการทดลองยังพบว่า ในสภาพการไหลแบบปั่นป่วน พฤติกรรมของการไหลที่ระยะ r ใดๆ สามารถแบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

- ส่วนแรกเรียกว่า ชั้นที่มีความหนืด (Viscous sublayer) เป็นชั้นของไหลบางๆ ที่อยู่บริเวณที่ติดกับผนัง เป็นส่วนที่ความหนืดของของไหลมีอิทธิพลต่อการไหล
- ส่วนที่สองเรียกว่า ชั้นนอก (Outer layer) เป็นส่วนที่อยู่บริเวณกึ่งกลางของท่อ เป็นส่วนที่ความหนืดของของไหลมีอิทธิพลต่อการไหลไม่มากนัก แต่ความหนาแน่นจะเป็นปัจจัยหลักต่อการไหล
- ส่วนที่สามนั้นจะอยู่ระหว่างชั้นที่มีความหนืด กับชั้นนอก ซึ่งเรียกว่า ส่วนคาบเกี่ยว (Overlab layer) จากการศึกษาค้นคว้าความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติพบว่า

$$\frac{\bar{u}(t)}{u^*} = 2.44 \cdot \ln\left(\frac{yu^*}{\nu}\right) + 0.5$$

$$\frac{\bar{u}(t)}{u^*} = 2.44 \cdot \ln\left(\frac{(R-r)u^*}{\nu}\right) + 0.5 \quad \text{----- (6.24)}$$



รูปที่ 6.11 เปรียบเทียบความเร็วเฉลี่ย กับความเร็วที่ตำแหน่ง r ใดๆ ของการไหลแบบปั่นป่วนในท่อกลม

เมื่อพิจารณาอัตราการไหลในท่อ
$$Q = \int_0^R \bar{u}(t) dA$$

และเนื่องจาก $Q = VA$ (เมื่อ V คือความเร็วเฉลี่ยของการไหล)
 $dA = 2\pi r \cdot dr$ (พื้นที่วงแหวนรัศมี r)
 ดังนั้น $V = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \bar{u}(r) (2\pi r dr)$ ----- (6.25)

แทนค่าสมการที่ 6.24 ในสมการ 6.25 จะได้ว่า

$$V = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R u^* \left[2.44 \cdot \ln \left(\frac{(R-r)u^*}{\nu} \right) + 0.5 \right] (2\pi r dr)$$

$$\frac{V}{u^*} = 2.44 \cdot \ln \left(\frac{Ru^*}{\nu} \right) + 1.34$$
 ----- (6.26)

นำสมการที่ 6.23 แทนค่าสมการที่ 6.26 จะได้

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 2.44 \cdot \ln \left(\frac{(D/2)\sqrt{8/f}}{\nu} \right) + 1.34$$

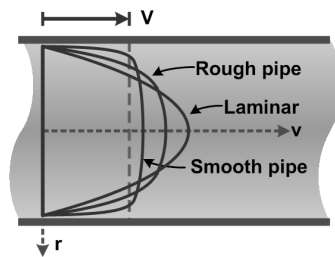
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.99 \log(R_e \cdot \sqrt{f}) - 1.02$$
 ----- (6.27)

ในปี ค.ศ. 1935 Prandtl ได้ทำการปรับปรุงสมการที่ 6.27 ใหม่ โดยอาศัยข้อมูลจากการทดลองของ Nikuradse (ลูกศิษย์ของ Prandtl) กลายเป็น

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.00 \log(R_e \cdot \sqrt{f}) - 0.80$$

----- (6.27)

สมการที่ได้คือสมการที่ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ของสภาพการไหลแบบปั่นป่วน ภายในท่อที่มีผิวเรียบมาก (smooth pipe) ซึ่งจะเห็นได้ว่า สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจะสัมพันธ์กับค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ($f = \Phi[R_e]$)



รูปที่ 6.12 เปรียบเทียบการกระจายตัวของความเร็ว ของการไหลแบบต่างๆ ในท่อกลม

6.3.3 ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของการไหลแบบปั่นป่วนในท่อผนังหยาบ

(Friction factor for turbulent flow in rough pipe)

Nikuradse ได้ทำการศึกษาผลกระทบของความขรุขระของผนังท่อ หรือความหยาบผิวของผนังท่อ (roughness : ϵ) ที่มีต่อการไหล พบว่า ในกรณีที่การไหลมีพฤติกรรมแบบราบเรียบ ความขรุขระของผนังท่อจะไม่มีผลต่อการสูญเสียพลังงาน หรือค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน แต่ในกรณีที่การไหลมีพฤติกรรมแบบปั่นป่วน ผลกระทบของความขรุขระสามารถแบ่งได้เป็น 3 ลักษณะดังนี้

$$\frac{\epsilon u^*}{\nu} < 5 \quad \text{ถือเป็นกรณีท่อผนังเรียบ เนื่องจากความขรุขระของผนังท่อจะไม่ส่งผลกระทบต่อ}$$

สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ($f = \phi[Re]$)

$$5 < \frac{\epsilon u^*}{\nu} < 7 \quad \text{ความขรุขระของผนังท่อจะส่งผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ในระดับปาน}$$

กลาง $f = \phi\left(Re, \frac{\epsilon}{D}\right)$

$$\frac{\epsilon u^*}{\nu} > 7 \quad \text{ท่อขรุขระมาก หรือการไหลแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Fully rough flow or Complete}$$

turbulence flow) ความขรุขระของผนังท่อจะส่งผลกระทบต่ออย่างมากกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ส่วน Re มีผลกระทบต่อค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน น้อยมาก $f = \phi\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$

ในปี ค.ศ. 1939 Colebrook ได้นำเสนอสมการการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานในกรณีที่ความขรุขระของผนังท่อมีผลกระทบในระดับปานกลางดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad \text{----- (6.28)}$$

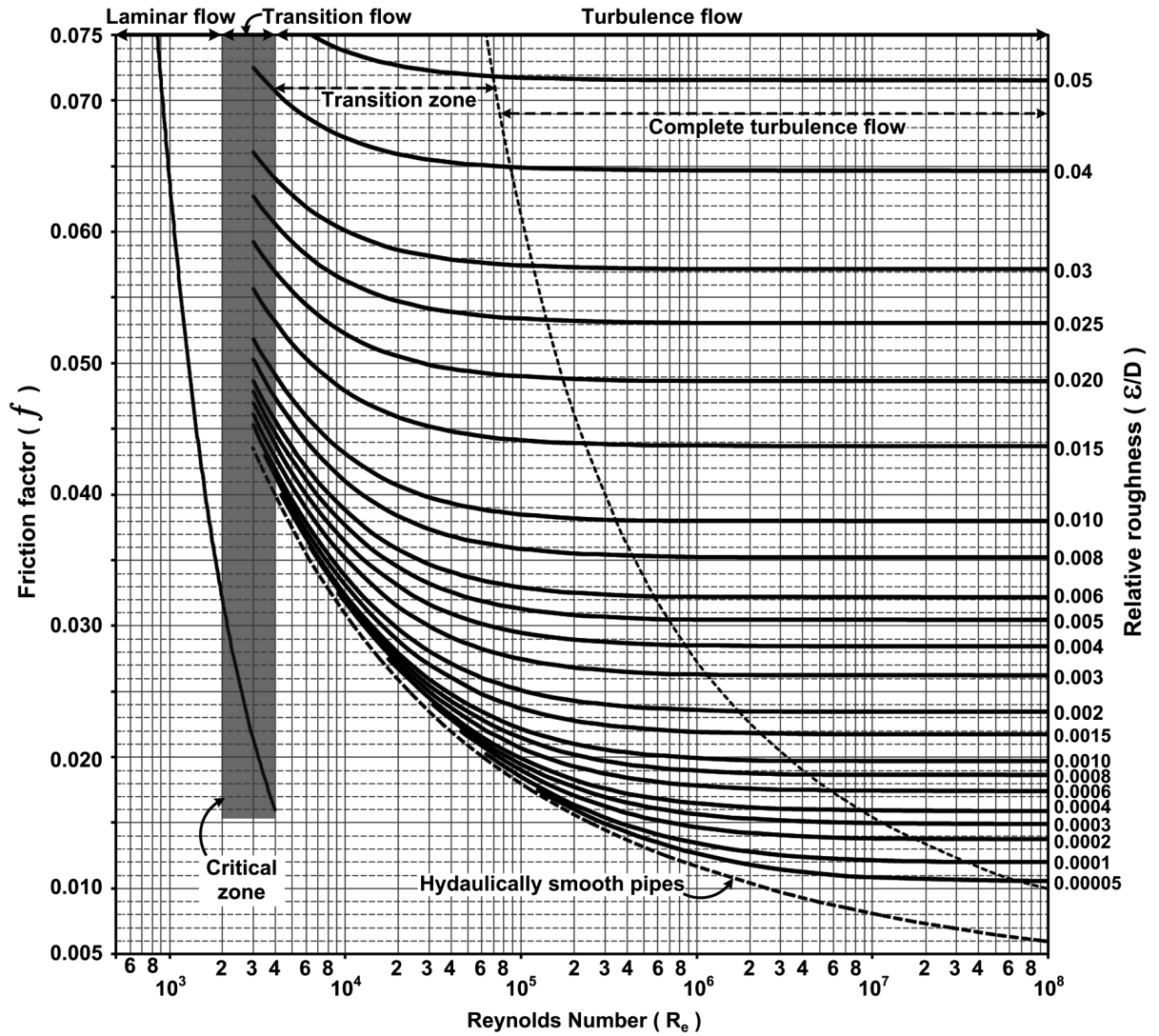
เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ในปี ค.ศ. 1983 Haaland ได้ทำการปรับปรุงสมการของ Colebrook แต่สมการของ Haaland มีความคาดเคลื่อนอยู่ระหว่าง 10-15% ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ สมการดังกล่าวคือ

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.88 \log \left(\left(\frac{\epsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.91}{Re} \right) \quad \text{----- (6.29)}$$

ในกรณีที่การไหลในท่อขรุขระมาก (Fully rough flow) Karman ได้นำเสนอสมการของการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานไว้ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{3.7}{\epsilon/D} \right) \quad \text{----- (6.30)}$$

และเพื่อให้ง่ายต่อการใช้งาน ในปี ค.ศ. 1944 Lewis F. Moody ได้รวบรวมสมการของ Hagen-Poiseuille (สมการที่ 6.20) สมการของ Prandtl (สมการที่ 6.27) สมการของ Colebrook (สมการที่ 6.28) และสมการของ Karman (สมการที่ 6.30) นำมาสร้างเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $Re \frac{\epsilon}{D}$ กับ friction factor (f) โดยมีลักษณะดังรูปที่ 6.13



รูปที่ 6.13 Moody Diagram

ตารางที่ 6.1 ค่าความหยาบผิวของวัสดุชนิดต่างๆ

Material	Absolute roughness ϵ (mm)
Riveted steel	3
Concrete	0.3-3
Wood	0.3
Cast iron	0.25
Galvanized iron	0.15
Stainless steel	0.045
Rubber	0.025
Fiberglass	0.005
Carbon steel/Wrought iron	0.045
Drawn tubing-Glass,Plastic	0.0015
Copper	0.0015
Aluminium	0.0015
PVC	0.0015

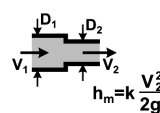
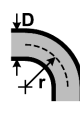
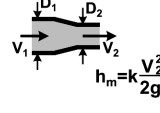
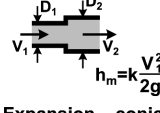
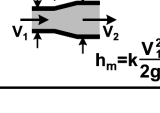
6.4 การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss : h_m)

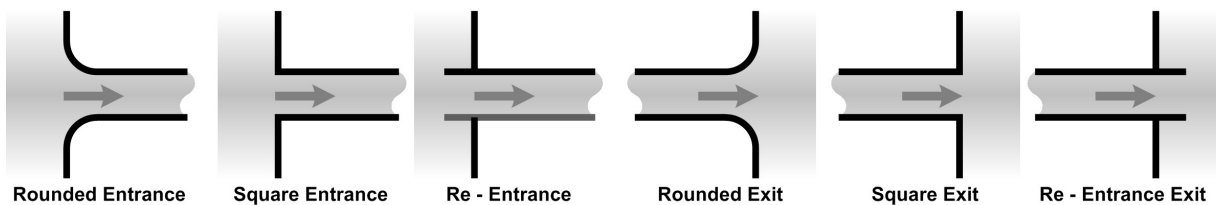
Minor Loss เป็นการสูญเสียเฮดในจุดที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาด หรือทิศทางของความเร็วของการไหลโดยฉับพลัน ซึ่งจะเกิดขึ้นบริเวณที่ของไหลไหลผ่านอุปกรณ์ประกอบท่อต่างๆ เช่น วาล์ว ข้อต่อ ข้อลดขนาด ข้อขยายขนาด ข้องอชนิดต่างๆ เป็นต้น ซึ่งการสูญเสียรองนี้จะขึ้นอยู่กับรูปแบบการเปลี่ยนแปลงความเร็วของการไหลในอุปกรณ์นั้นๆ และเฮดความเร็ว ดังนั้นการคำนวณค่าการสูญเสียพลังงานรอง จึงสามารถกำหนดให้อยู่ในรูปของผลคูณระหว่าง ค่าสัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss coefficient : k) กับ เฮดความเร็ว (Velocity Head) ดังสมการที่ 6.31

$$h_m = k \frac{V^2}{2g} \quad \text{----- (6.30)}$$

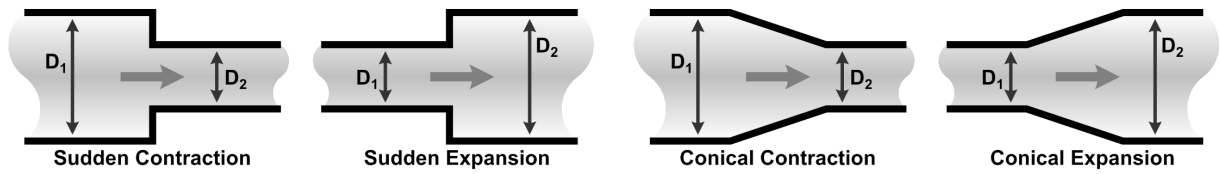
โดยค่า k จะขึ้นอยู่กับประเภทของอุปกรณ์ที่ไหลผ่าน ดังตารางที่ 6.2

ตารางที่ 6.2 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรอง (Minor loss coefficient : K)

Type of Component or Fitting : K	Type of Component or Fitting : K	Type of Component or Fitting : K
Pipe Entrance (Reservoir to Pipe)	Globe valve - fully open : 10.0	Cross
Square Connection : 0.50	Gate valve	Line flow : 0.50
Rounded Connection : 0.20	- fully open : 0.39	Branch flow : 0.75
Re-entrant (pipe juts into tank) : 1.00	- 3/4 open : 1.10	Mitered bend (θ)
Pipe Exit (Pipe to Reservoir)	- 1/2 open : 4.80	15° : 0.05
Square Connection : 1.00	- 1/4 open : 27.0	30° : 0.10
Rounded Connection : 1.00	Ball Valve	45° : 0.20
Re-entrant (pipe juts into tank) : 1.00	- fully open : 0.05	60° : 0.35
Contraction – sudden	- 2/3 open : 5.50	90° : 0.80
 $D_2/D_1=0.80$: 0.18	- 1/3 open : 200	90° smooth bend
$D_2/D_1=0.50$: 0.37	Angle valve - fully open : 4.30	 Bend radius/ $D = 4$: 0.16-0.18
$D_2/D_1=0.20$: 0.49	Check valve – conventional : 4.00	Bend radius/ $D = 2$: 0.19-0.25
Contraction – conical	Check valve – clearway : 1.50	Bend radius/ $D = 1$: 0.35-0.40
 $D_2/D_1=0.80$: 0.05	Check valve – ball : 4.50	Elbows
$D_2/D_1=0.50$: 0.07	Butterfly valve - fully open : 1.20	Threaded Regular 90° : 1.50
$D_2/D_1=0.20$: 0.08	Cock - straight through : 0.50	Threaded Regular 45° : 0.40
Expansion – sudden	Foot valve – hinged : 2.20	Threaded Long Radius 90° : 0.70
 $D_2/D_1=0.80$: 0.16	Foot valve – poppet : 12.5	Flanged Regular 90° : 0.30
$D_2/D_1=0.50$: 0.57	Tee	Flanged Long Radius 90° : 0.20
$D_2/D_1=0.20$: 0.92	Line flow : 0.30-0.40	Flanged Long Radius 45° : 0.20
Expansion – conical	Branch flow : 0.75-1.80	
 $D_2/D_1=0.80$: 0.03	Flanged, Line Flow : 0.20	
$D_2/D_1=0.50$: 0.08	Flanged, Branch Flow : 1.00	
$D_2/D_1=0.20$: 0.13	Threaded, Line Flow : 0.90	180° Return Bends
	Threaded, Branch Flow : 2.00	Flanged : 0.20
	Threaded Union : 0.08	Threaded : 1.50



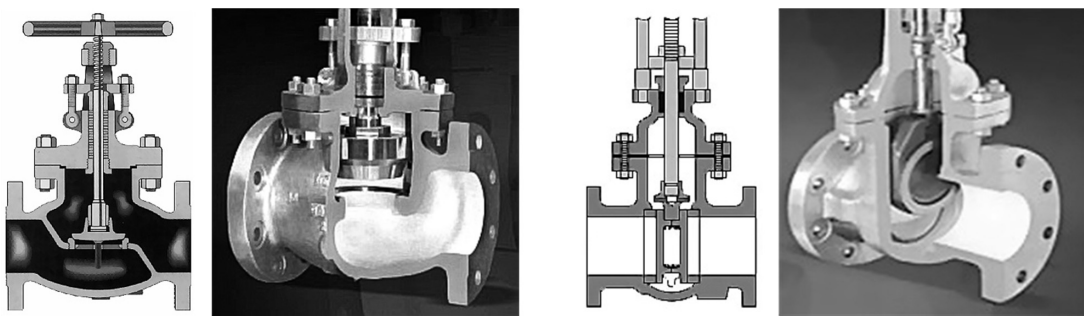
รูปที่ 6.14 รูปแบบของทางเข้า และทางออกชนิดต่างๆ



รูปที่ 6.15 ท่อลด-ขยายขนาดแบบต่างๆ

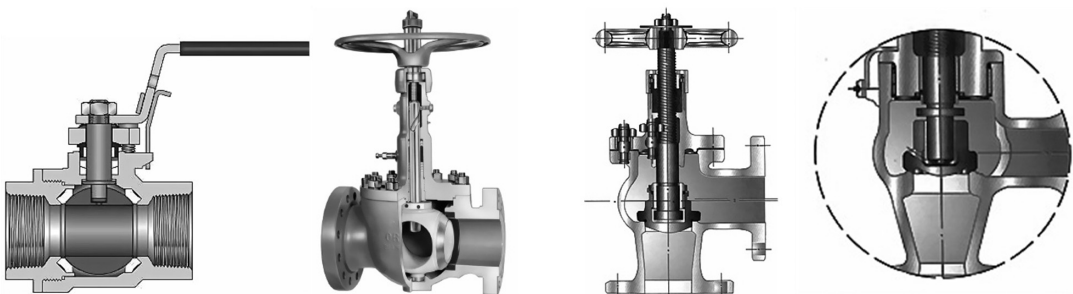


รูปที่ 6.16 ข้อต่อ และข้องอชนิดต่างๆ



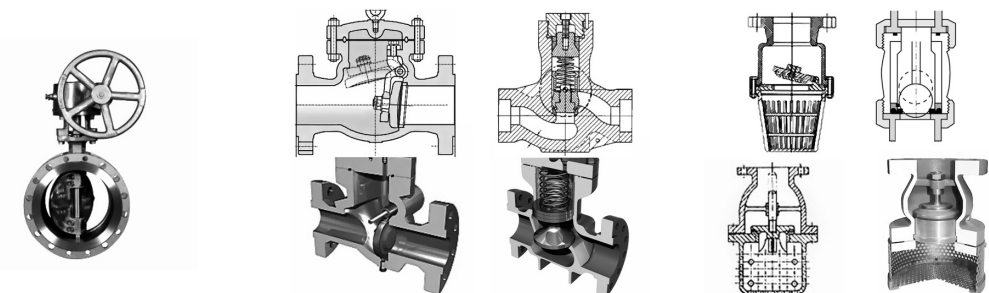
Globe valve

Gate valve



Ball valve

Angle valve



Butterfly valve

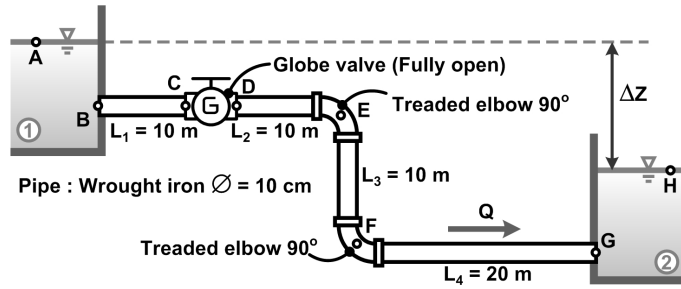
Check valve

Foot valve

รูปที่ 6.17 วาล์วชนิดต่างๆ

ตัวอย่างที่ 6.1 ระบบท่อลักษณะดังรูป เชื่อมต่อระหว่างถังเก็บน้ำใบที่ 1 กับ 2 ระดับน้ำในถังทั้งสองแตกต่างกันเท่ากับ Δz จงตอบคำถามต่อไปนี้

- ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 40 l/s จงหาผลต่างของระดับน้ำระหว่างถังทั้งสอง
- ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 35 m จงหาอัตราการไหล



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A กับ B

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_H + \frac{P_H}{\gamma} + \frac{V_H^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m$$

$$z_A + 0 + 0 = z_H + 0 + 0 + \sum h_f + \sum h_m$$

$$\Delta z = \sum h_f + \sum h_m \tag{1}$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านท่อจากจุด B ถึงจุด G และเนื่องจากเส้นผ่าศูนย์กลางท่อมีขนาดคงที่ตลอดทั้งเส้น และทำจากวัสดุชนิดเดียวกัน ดังนั้น

$$\sum h_f = h_{f_{B \rightarrow G}} = f \frac{\sum L V^2}{D 2g}$$

$$= f \frac{(10 + 10 + 10 + 20) V^2}{(0.10) 2g}$$

$$\therefore \sum h_f = f(500) \frac{V^2}{2g} \tag{2}$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านทางเข้า-ออก หรืออุปกรณ์ต่างๆ ในดังนั้นในโจทย์ข้อนี้พบว่า การสูญเสียพลังงานรองจะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (B : $k_B = 0.5$) ประตูน้ำแบบกะโหลก (Globe valve : $k_{valve} = 10$) ข้องอ 90° ทั้งสองตัว (E และ F : $k_E = k_F = 1.5$) และบริเวณทางออก (G : $k_G = 1$) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ (ค่า k ของอุปกรณ์ต่างๆ ได้จากตารางที่ 6.2)

$$\sum h_m = k_B \frac{V^2}{2g} + k_{valve} \frac{V^2}{2g} + k_E \frac{V^2}{2g} + k_F \frac{V^2}{2g} + k_G \frac{V^2}{2g}$$

$$= (k_B + k_{valve} + k_E + k_F + k_G) \frac{V^2}{2g}$$

$$= (0.5 + 10 + 1.5 + 1.5 + 1.0) \frac{V^2}{2g}$$

$$\sum h_m = (14.5) \frac{V^2}{2g} \tag{3}$$

นำสมการที่ (2) และ (3) ไปแทนค่าใน (1)

$$\Delta z = f(500) \frac{V^2}{2g} + (14.5) \frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta z = (500 \cdot f + 14.5) \frac{V^2}{2g} \tag{4}$$

- หาค่าผลต่างของระดับน้ำ (ΔZ)

$$\begin{aligned} \text{จาก } Q = VA \quad \therefore \quad V &= \frac{Q}{A} = \frac{0.04}{\frac{\pi}{4}(0.10)^2} \\ V &= 5.09 \quad \text{m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หาค่าเรย์โนลด์ส์นัมเบอร์} \quad R_e &= \frac{VD}{\nu} = \frac{(5.09)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})} \\ R_e &= 5.09 \times 10^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ท่อทำมาจาก Wrought iron} \quad \epsilon &= 0.045 \quad \text{mm (จากตารางที่ 6.1)} \\ \therefore \quad \frac{\epsilon}{D} &= \frac{0.045 \times 10^{-3}}{0.10} = 0.00045 \\ \text{จากรูป Moody diagram} \quad f &= 0.0175 \end{aligned}$$

แทนค่า V และ f ในสมการที่ (4)

$$\begin{aligned} \Delta Z &= \left[(0.0175)(500) + (14.5) \right] \frac{5.09^2}{2g} \\ \Delta Z &= 30.70 \quad \text{m} \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

- หาค่าอัตราการไหล Q เมื่อผลต่างของระดับน้ำเท่ากับ 35 m ($\Delta Z = 35$ m) โดยใช้วิธีที่เรียกว่า "Trial & Error" สมมุติ $f = 0.020$ แทนค่าในสมการที่ (4)

$$\begin{aligned} 35 &= \left[(0.020)(500) + (14.5) \right] \frac{V^2}{2g} \\ V &= 5.294 \\ R_e &= \frac{VD}{\nu} = \frac{(5.294)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})} = 5.29 \times 10^5 \\ \frac{\epsilon}{D} &= \frac{0.045 \times 10^{-3}}{0.10} = 0.00045 \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาจาก Moody diagram : $f \approx 0.0175$ ซึ่งไม่เท่ากับที่สมมุติ แสดงว่าค่า f ที่ได้ไม่ถูกต้อง

สมมุติ $f = 0.017$ แทนค่าในสมการที่ (4)

$$\begin{aligned} 35 &= \left[(0.017)(500) + (14.5) \right] \frac{V^2}{2g} \\ V &= 5.464 \\ R_e &= \frac{VD}{\nu} = \frac{(5.464)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})} = 5.46 \times 10^5 \end{aligned}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045 \times 10^{-3}}{0.10} = 0.00045$$

เมื่อพิจารณาจาก Moody diagram : $f \approx 0.0172$ ซึ่งไม่เท่ากับที่สมมุติ แสดงว่าค่า f ที่ได้ไม่ถูกต้อง

สมมุติ $f = 0.0173$ แทนค่าในสมการที่ (4)

$$35 = \left[(0.0173)(500) + (14.5) \right] \frac{V^2}{2g}$$

$$V = 5.446$$

$$R_e = \frac{VD}{\nu} = \frac{(5.446)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})} = 5.45 \times 10^5$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045 \times 10^{-3}}{0.10} = 0.00045$$

เมื่อพิจารณาจาก Moody diagram : $f \approx 0.0173$ ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่สมมุติ แสดงว่าค่า f ที่ได้ถูกต้อง

$$\therefore V = 5.446 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= (5.446) \left(\frac{\pi}{4} \times 0.10^2 \right) = 0.0427 \text{ m}^3/\text{s} \\ &= 42.7 \text{ l/s} \end{aligned}$$

Ans

ตัวอย่างที่ 6.2 ต้องการออกแบบท่อส่งน้ำมันผ่านพื้นที่ราบระยะทาง 12 กม. โดยใช้ท่อ wrought iron อัตราการส่งน้ำมันที่ใช้ในการออกแบบคือ 300 ลิตรต่อนาที น้ำมันมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.7 ความหนืดคิเนมาติกของน้ำมันเท่ากับ 5×10^{-7} m²/s ถ้าข้อกำหนดของการออกแบบคือ ความดันภายในท่อส่งจะลดลงได้ไม่เกิน 10.3 kPa ต่อระยะทาง 1 กม. จงออกแบบขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ

วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุดเริ่มต้น (1) กับจุดสิ้นสุด (2)

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma_o} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma_o} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

เนื่องจาก $z_1 \approx z_2$ และ $V_1 = V_2 = V$ จะได้ว่า

$$\frac{P_2}{\gamma_o} - \frac{P_1}{\gamma_o} = h_f$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma_o} = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma_o} = f \frac{12,000 V^2}{D 2g} \quad \text{----- (1)}$$

จากข้อกำหนด ความดันจะลดลงได้ไม่เกิน 10.3 kPa/km ดังนั้นความดันทั้งสองจุดจะแตกต่างกันเท่ากับ

$$\begin{aligned} \Delta P &= (10.3 \text{ kPa/km}) (12 \text{ km}) \\ &= 123.6 \text{ kPa} \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการที่ (1)

$$\frac{123.6 \text{ kPa}}{(0.7 \times 9810)} = f \frac{12,000 V^2}{D 2g}$$

$$0.0294 = f \frac{V^2}{D} \quad \text{----- (2)}$$

ท่อ wrought iron $\epsilon = 0.045 \text{ mm}$

อัตราการไหลในท่อ $Q = 300 \text{ l/min} = 5 \text{ l/s}$

สมมุติขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ $D = 10 \text{ cm}$

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0.045 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \approx 0.00045$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{(0.005)}{\frac{\pi}{4}(0.1^2)} = 0.637 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu_o} = \frac{(0.637)(0.1)}{(5 \times 10^{-7})} \approx 1.3 \times 10^5$$

จาก Moody diagram $f \approx 0.0195$ แทนค่าในสมการที่ (2)

$$0.0294 = (0.0195) \frac{(0.637)^2}{(0.1)}$$

$$0.0294 \neq 0.0791$$

แสดงว่า เส้นผ่าศูนย์กลางที่สมมุติดังนั้นยังไม่ถูกต้อง

สมมุติขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ $D = 15 \text{ cm}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} \approx 0.0003$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{(0.005)}{\frac{\pi}{4}(0.15^2)} = 0.283 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{VD}{\nu_o} = \frac{(0.283)(0.15)}{(5 \times 10^{-7})} \approx 8.5 \times 10^4$$

จาก Moody diagram $f \approx 0.020$ แทนค่าในสมการที่ (2)

$$0.0294 = (0.020) \frac{(0.283)^2}{(0.15)}$$

$$0.0294 \neq 0.0107$$

แสดงว่า เส้นผ่าศูนย์กลางที่สมมุตินั้นยังไม่ถูกต้อง

สมมุติขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ $D = 12.25 \text{ cm}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045 \text{ mm}}{122.5 \text{ mm}} \approx 0.0004$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{(0.005)}{\frac{\pi}{4}(0.1225^2)} = 0.424 \text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{VD}{\nu_o} = \frac{(0.424)(0.1225)}{(5 \times 10^{-7})} \approx 1.0 \times 10^5$$

จาก Moody diagram $f \approx 0.020$ แทนค่าในสมการที่ (2)

$$0.0294 = (0.020) \frac{(0.424)^2}{(0.1225)}$$

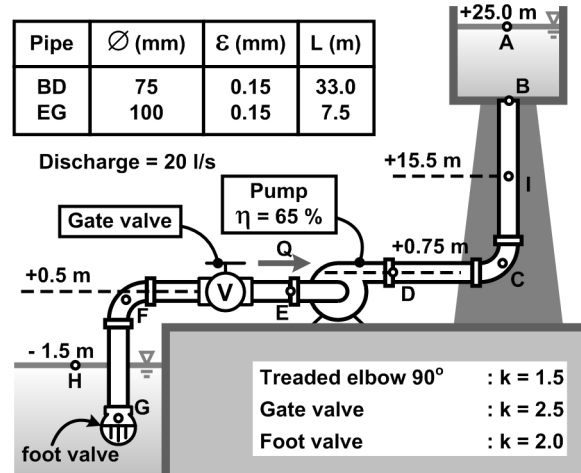
$$0.0294 \approx 0.02935$$

แสดงว่า เส้นผ่าศูนย์กลางที่สมมุตินั้นถูกต้อง

\therefore ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อคือ 12.25 cm Ans

ตัวอย่างที่ 6.3 ต้องการสูบน้ำจากบ่อขึ้นถึงสูง ด้วยอัตราการสูบ 20 l/s ลักษณะดังรูป โดยระดับน้ำที่บ่อเท่ากับ -1.5 m และระดับน้ำที่ถึงสูงเท่ากับ + 25.0 m จงตอบคำถามต่อไปนี้

- ถ้าเครื่องสูบน้ำมีประสิทธิภาพ 65 % จงหาค่าพลังงานที่ใช้ในการสูบน้ำ
- จงหาความดันในท่อที่จุด I (ความยาวท่อช่วง BI เท่ากับ 9 m)



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด H กับ A

$$z_H + \frac{P_H}{\gamma_w} + \frac{V_H^2}{2g} + H_p = z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + \sum h_f + \sum h_m$$

$$H_p = (z_H - z_A) + \sum h_f + \sum h_m \quad \text{----- (1)}$$

จาก $Q = VA \therefore$

$$V_{GE} = \frac{Q}{A_{GE}} = \frac{0.02}{\frac{\pi}{4}(0.10)^2} = 2.546 \text{ m/s}$$

$$V_{DB} = \frac{Q}{A_{DB}} = \frac{0.02}{\frac{\pi}{4}(0.075)^2} = 4.527 \text{ m/s}$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านท่อจากจุด G ถึงจุด B ผ่านท่อสองเส้นคือ GE และ DB ดังนั้นการสูญเสียพลังงานหลักจึงหาได้จาก

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ GE

$$R_{e_{GE}} = \frac{(2.546)(0.1)}{(1 \times 10^{-6})} = 2.546 \times 10^5$$

$$\epsilon = 0.15 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.15}{100} = 0.0015$$

จากราฟ Moody diagram $f_{GE} = 0.0225$

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ GE

$$R_{e_{DB}} = \frac{(4.527)(0.075)}{(1 \times 10^{-6})} = 3.395 \times 10^5$$

$$\epsilon = 0.15 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.15}{75} = 0.002$$

จากราฟ Moody diagram $f_{DB} = 0.024$

$$\begin{aligned}
\Sigma h_f &= h_{f_{G \rightarrow E}} + h_{f_{D \rightarrow B}} \\
&= f_{GE} \frac{L_{GE}}{D_{GE}} \frac{V_{GE}^2}{2g} + f_{DB} \frac{L_{DB}}{D_{DB}} \frac{V_{DB}^2}{2g} \\
\Sigma h_f &= (0.0225) \frac{(7.5)}{(0.1)} \frac{(2.546)^2}{2g} + (0.0240) \frac{(33.0)}{(0.075)} \frac{(4.527)^2}{2g} \\
\Sigma h_f &= 11.588 \quad \text{m}
\end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (foot valve : $k_G = 2.0$) ประตูน้ำ (Gate valve : $k_{valve} = 2.5$) ข้องอ 90° ทั้งสองตัว (F และ C : $k_F = k_C = 1.5$) และบริเวณทางออก (B : $k_B = 1$) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ (ค่า k ของอุปกรณ์ต่างๆ โจทย์ระบุมาให้)

$$\begin{aligned}
\Sigma h_m &= (k_G + k_F + k_{valve}) \frac{V_{GE}^2}{2g} + (k_C + k_B) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\
&= (2.0 + 1.5 + 2.5) \frac{(2.546)^2}{2g} + (1.5 + 1.0) \frac{(4.527)^2}{2g} \\
\Sigma h_m &= 4.594 \quad \text{m}
\end{aligned}$$

นำ Σh_f และ Σh_m ไปแทนค่าใน (1)

$$\begin{aligned}
H_p &= ((+25.0) - (-1.5)) + 11.588 + 4.594 \\
&= 42.682 \quad \text{m}
\end{aligned}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับ

$$\begin{aligned}
P_w &= \gamma Q H_p = (9810)(0.02)(42.682) \\
&= 8374.208 \quad \text{Watt}
\end{aligned}$$

กำลังงานที่ก่อกำลังของเครื่องสูบล

$$P_p = \frac{P_w}{\eta_p} = \frac{(8374.208)}{(0.65)}$$

$$= 12883.398 \quad \text{Watt}$$

$$P_p = 12.883 \quad \text{k Watt}$$

Ans

พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด I กับ A

$$\begin{aligned}
z_I + \frac{P_I}{\gamma_w} + \frac{V_I^2}{2g} &= z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} + \Sigma h_f + \Sigma h_m \\
(+15.5) + \frac{P_I}{\gamma_w} + \frac{V_{DB}^2}{2g} &= (+25.0) + 0 + 0 + \Sigma h_f + \Sigma h_m \\
\frac{P_I}{\gamma_w} &= 9.5 - \frac{V_{DB}^2}{2g} + \Sigma h_f + \Sigma h_m \quad \text{----- (2)}
\end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านท่อจากจุด I ถึงจุด B ดังนั้นการสูญเสียพลังงานหลักจึงหาได้จาก

$$\begin{aligned}\sum h_f &= h_{f_{I \rightarrow B}} \\ &= f_{DB} \frac{L_{IB}}{D_{DB}} \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ &= (0.0240) \frac{(9.0)}{(0.075)} \frac{(4.527)^2}{2g} \\ &= 3.008 \quad \text{m}\end{aligned}$$

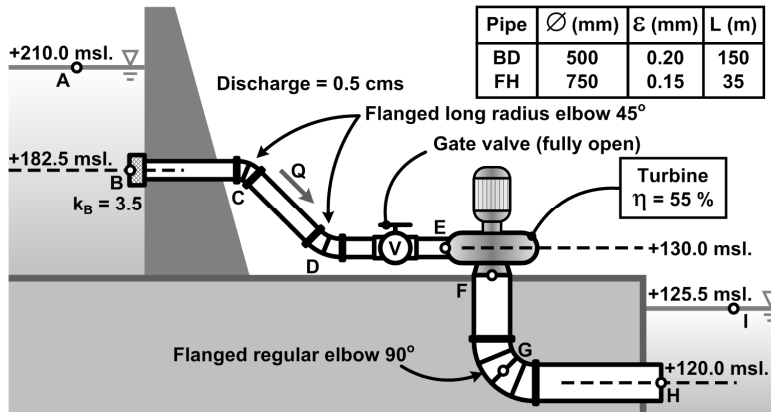
การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นที่ทางออก ($k_B = 1.0$) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองจึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\sum h_m &= (k_B) \frac{V_{DB}^2}{2g} \\ &= (1.0) \frac{(4.527)^2}{2g} \\ \sum h_m &= 1.045 \quad \text{m}\end{aligned}$$

แทนค่าผลรวมของการสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรองในสมการที่ (2)

$$\begin{aligned}\frac{P_1}{\gamma_w} &= 9.5 - \frac{(4.527)^2}{2g} + (3.008) + (1.045) \\ &= 12.508 \quad \text{m} \\ P_1 &= 12.508 \cdot \gamma_w = 122.703 \quad \text{kPa} \quad \text{Ans}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 6.4 โรงผลิตกระแสไฟฟ้าพลังน้ำ มีการติดตั้งระบบต่างๆ ในลักษณะดังรูป ระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำอยู่ที่ +210.0 ม.รทก. และระดับน้ำด้านท้ายเขื่อนอยู่ที่ +125.5 ม.รทก. ถ้าเดินเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าโดยการปล่อยน้ำผ่านกังหันด้วยอัตรา 0.5 cms กังหันมีประสิทธิภาพ 55 % จงหากำลังงานที่กังหันส่งให้กับเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A กับ I

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} = z_I + \frac{P_I}{\gamma_w} + \frac{V_I^2}{2g} + H_T + \sum h_f + \sum h_m$$

$$H_T = (z_A - z_I) - \sum h_f - \sum h_m \quad \text{----- (1)}$$

จาก $Q = VA \therefore$

$$V_{BE} = \frac{Q}{A_{BE}} = \frac{0.50}{\frac{\pi}{4} (0.50)^2} = 2.546 \text{ m/s}$$

$$V_{FH} = \frac{Q}{A_{FH}} = \frac{0.50}{\frac{\pi}{4} (0.75)^2} = 1.132 \text{ m/s}$$

การสูญเสียพลังงานหลัก จะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเดินทางผ่านท่อจากจุด B ถึงจุด H ผ่านท่อสองเส้นคือ BE และ FH ดังนั้นการสูญเสียพลังงานหลักจึงหาได้จาก

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ BE

$$R_{e_{BE}} = \frac{(2.546)(0.5)}{(1 \times 10^{-6})} = 1.228 \times 10^6$$

$$\epsilon = 0.20 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.20}{500} = 0.0004$$

จากรูป Moody diagram $f_{BE} = 0.016$

หาค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์ ท่อ FH

$$R_{e_{FH}} = \frac{(1.132)(0.75)}{(1 \times 10^{-6})} = 8.49 \times 10^5$$

$$\epsilon = 0.15 \text{ mm (จากโจทย์)}$$

$$\therefore \frac{\epsilon}{D} = \frac{0.15}{750} = 0.0002$$

จากรูป Moody diagram $f_{FH} = 0.015$

$$\begin{aligned}
 \Sigma h_f &= h_{f_{B \rightarrow E}} + h_{f_{F \rightarrow H}} \\
 &= f_{BE} \frac{L_{BE}}{D_{BE}} \frac{V_{BE}^2}{2g} + f_{FH} \frac{L_{FH}}{D_{FH}} \frac{V_{FH}^2}{2g} \\
 &= (0.016) \frac{(150)}{(0.5)} \frac{(2.546)^2}{2g} + (0.015) \frac{(35)}{(0.75)} \frac{(1.132)^2}{2g} \\
 \Sigma h_f &= 1.632 \quad \text{m}
 \end{aligned}$$

การสูญเสียพลังงานรอง จะเกิดขึ้นที่ทางเข้า (ตะแกรงดักขยะ : $k_B = 3.50$) ประตูน้ำ (Gate valve : $k_{valve} = 0.39$) ข้องอ 45° ทั้งสองตัว (C และ D : $k_C = k_D = 0.20$) ข้องอ 90° ($k_G = 0.30$) และบริเวณทางออก (H : $k_H = 1.00$) ดังนั้นการสูญเสียพลังงานรองทั้งหมดจึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 \Sigma h_m &= (k_B + k_C + k_D + k_{valve}) \frac{V_{BE}^2}{2g} + (k_G + k_H) \frac{V_{FH}^2}{2g} \\
 &= (3.50 + 0.2 + 0.2 + 0.39) \frac{(2.546)^2}{2g} + (0.3 + 1.0) \frac{(1.132)^2}{2g} \\
 \Sigma h_m &= 1.502 \quad \text{m}
 \end{aligned}$$

นำ Σh_f และ Σh_m ไปแทนค่าใน (1)

$$\begin{aligned}
 H_T &= (+210.0) - (+125.5) - (1.632) - (1.502) \\
 &= 81.366 \quad \text{m}
 \end{aligned}$$

กำลังงานที่น้ำได้รับจากของไหล

$$\begin{aligned}
 P_W &= \gamma Q H_T = (9810)(0.5)(81.366) \\
 &= 399.100 \quad \text{k Watt}
 \end{aligned}$$

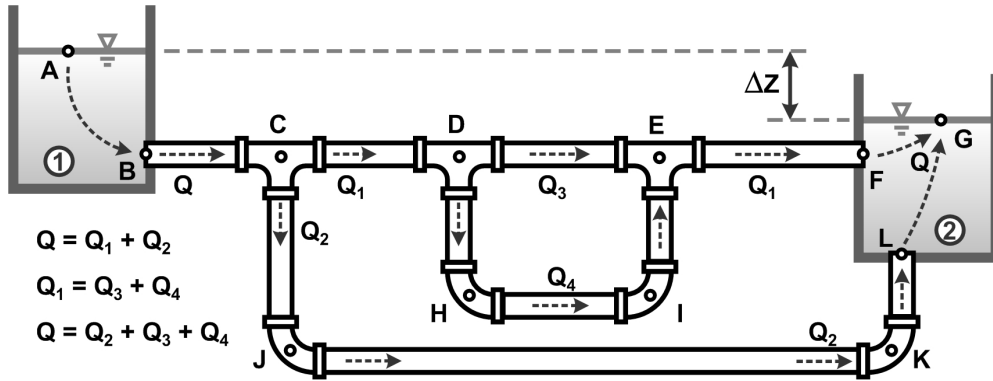
กำลังงานที่กำลังของเครื่องสูบล

$$\begin{aligned}
 P_P &= \eta_T P_W = (0.55)(400.125) \\
 &= 219.050 \quad \text{k Watt}
 \end{aligned}$$

Ans

การต่อท่อแบบขนาน (Pipe in parallel)

การต่อท่อแบบขนาน คือการต่อท่อหลายๆ เส้น โดยที่แต่ละเส้นทางของการไหลจะเริ่มต้นจากจุดเดียว และสิ้นสุดที่จุดเดียวกัน ดังตัวอย่างรูปที่ 6.18



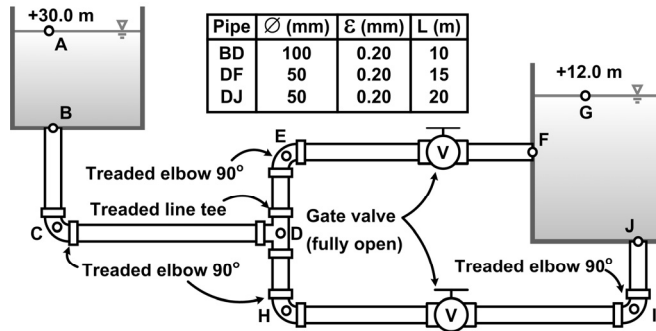
รูปที่ 6.18 ตัวอย่างการต่อท่อแบบขนาน

จากรูปที่ 6.18 ของไหลจะไหลจากถังที่ 1 ไปยังถังที่ 2 โดยของไหลสามารถเดินทางได้สามเส้นทางคือ เส้นทางแรก ABCDEFG เส้นทางที่สองคือ ABCDHIJK และเส้นทางสุดท้ายคือ ABCJKLG ซึ่งทั้งสามเส้นทางเริ่มต้นจากจุดเดียวกัน และสิ้นสุดลงที่จุดเดียวกัน เมื่อพิจารณาพลังงานที่จุดเริ่มต้น (จุด A) ทั้งสามเส้นทางมีพลังงานเริ่มต้นเท่ากัน ส่วนที่จุดสิ้นสุด (จุด G) พลังงานที่เหลืออยู่ของทั้งสามเส้นทางก็เท่ากันเช่นเดียวกัน ดังนั้นไม่ว่าของไหลจะเดินทางไปตามเส้นทางใด การสูญเสียพลังงานที่เกิดขึ้นระหว่างการเดินทางจะมีค่าเท่ากัน ฉะนั้นปัญหาของการไหลในท่อแบบขนานจึงอาศัยหลักการของการสูญเสียพลังงานที่เท่ากันนี้เป็นหลักการในการวิเคราะห์

ดังนั้นหากพิจารณาสมการพลังงานของการไหลตามรูปที่ 6.18 จะได้ว่า

$$z_A - z_B = \Delta z = (\sum h_f + \sum h_m)_{BCDEF} = (\sum h_f + \sum h_m)_{BCDHIJK} = (\sum h_f + \sum h_m)_{BCJKL}$$

ตัวอย่างที่ 6.5 ระบบท่อขนานเชื่อมต่ออ่างเก็บน้ำสองแห่งลักษณะดังรูป ถ้าสภาพการไหลในท่อทั้งสามเส้นเป็นแบบ Fully rough flow (complete turbulent) จงหาอัตราการไหลในท่อทั้งสามเส้น



วิธีทำ พิจารณาสมการพลังงานระหว่างจุด A กับ G ของไหลสามารถเดินทางได้สองเส้นทางคือ ABCDEFG และ ABCDHIJG ดังนั้นจะได้ว่า

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} = z_G + \frac{P_G}{\gamma_w} + \frac{V_G^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{BD} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DF}$$

$$z_A - z_G = (\sum h_f + \sum h_m)_{BD} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DF} \quad \text{----- (1)}$$

$$z_A + \frac{P_A}{\gamma_w} + \frac{V_A^2}{2g} = z_G + \frac{P_G}{\gamma_w} + \frac{V_G^2}{2g} + (\sum h_f + \sum h_m)_{BD} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DJ}$$

$$z_A - z_G = (\sum h_f + \sum h_m)_{BD} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DJ} \quad \text{----- (2)}$$

นำสมการที่ (1) ลบกับสมการที่ (2) จะได้

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{DF} = (\sum h_f + \sum h_m)_{DJ} \quad \text{----- (3)}$$

นำสมการที่ (1) บวกกับสมการที่ (2) จะได้

$$2(z_A - z_G) = 2(\sum h_f + \sum h_m)_{BD} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DF} + (\sum h_f + \sum h_m)_{DJ} \quad \text{----- (4)}$$

เนื่องจากสภาพการไหลเป็นแบบ Fully rough flow ค่า f จึงแปรผันกับ $\frac{\epsilon}{D}$ เพียงอย่างเดียว

$$\left(\frac{\epsilon}{D}\right)_{BD} = \frac{0.20}{100} = 0.002 \Rightarrow f_{BD} = 0.0235$$

$$\left(\frac{\epsilon}{D}\right)_{DF} = \left(\frac{\epsilon}{D}\right)_{DJ} = \frac{0.20}{50} = 0.004 \Rightarrow f_{DF} = f_{DJ} = 0.0285$$

$$(\sum h_f + \sum h_m)_{BD} = f_{BD} \frac{L_{BD}}{D_{BD}} \frac{V_{BD}^2}{2g} + (\sum k)_{DF} \frac{V_{BD}^2}{2g}$$

$$= \left((0.0235) \frac{(10)}{(0.10)} + (0.5 + 1.5) \right) \frac{V_{BD}^2}{2g}$$

$$= (4.35) \frac{V_{BD}^2}{2g}$$

$$\begin{aligned}
 (\Sigma h_f + \Sigma h_m)_{DF} &= f_{DF} \frac{L_{DF}}{D_{DF}} \frac{V_{DF}^2}{2g} + (\Sigma k)_{DF} \frac{V_{DF}^2}{2g} \\
 &= \left((0.0285) \frac{(15)}{(0.05)} + (0.9 + 1.5 + 0.39 + 1.0) \right) \frac{V_{DF}^2}{2g} \\
 &= (12.34) \frac{V_{DF}^2}{2g}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Sigma h_f + \Sigma h_m)_{DJ} &= f_{DJ} \frac{L_{DJ}}{D_{DJ}} \frac{V_{DJ}^2}{2g} + (\Sigma k)_{DJ} \frac{V_{DJ}^2}{2g} \\
 &= \left((0.0285) \frac{(20)}{(0.05)} + (0.9 + 1.5 + 0.39 + 1.5 + 1) \right) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \\
 &= (16.69) \frac{V_{DJ}^2}{2g}
 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการที่ (3)

$$\begin{aligned}
 (9.84) \frac{V_{DF}^2}{2g} &= (16.69) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \\
 V_{DF} &= (1.302) V_{DJ} \quad \text{----- (5)}
 \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการที่ (4)

$$\begin{aligned}
 2(30 - 12) &= 2 \left((4.35) \frac{V_{BD}^2}{2g} \right) + \left((12.34) \frac{V_{DF}^2}{2g} \right) + \left((16.69) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \right) \\
 36 &= \left((8.70) \frac{V_{BD}^2}{2g} \right) + \left((20.919) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \right) + \left((16.69) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \right) \\
 36 &= \left((8.70) \frac{V_{BD}^2}{2g} \right) + \left((37.609) \frac{V_{DJ}^2}{2g} \right) \quad \text{----- (6)}
 \end{aligned}$$

หากพิจารณาจากอัตราการไหล จะเห็นได้ว่า

$$\begin{aligned}
 Q_{BD} &= Q_{DF} + Q_{DJ} \\
 \left(\frac{\pi}{4} \times 0.1^2 \right) \cdot V_{BD} &= \left(\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \right) \cdot V_{DF} + \left(\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \right) \cdot V_{DJ} \\
 (4) V_{BD} &= V_{DF} + V_{DJ}
 \end{aligned}$$

จากสมการที่ (5)

$$\begin{aligned}
 (4) V_{BD} &= (1.302) V_{DJ} + V_{DJ} \\
 \therefore (1.738) V_{BD} &= V_{DJ} \quad \text{----- (7)}
 \end{aligned}$$

แทนค่าสมการที่ (7) ในสมการที่ (6)

$$36 = \left((8.70) \frac{V_{BD}^2}{2g} \right) + \left((37.609) \frac{(1.738V_{BD})^2}{2g} \right)$$

$$36 = \left(8.70 + (37.609 \cdot 1.738^2) \right) \frac{V_{BD}^2}{2g}$$

$$V_{BD} = 2.403 \quad \text{m/s}$$

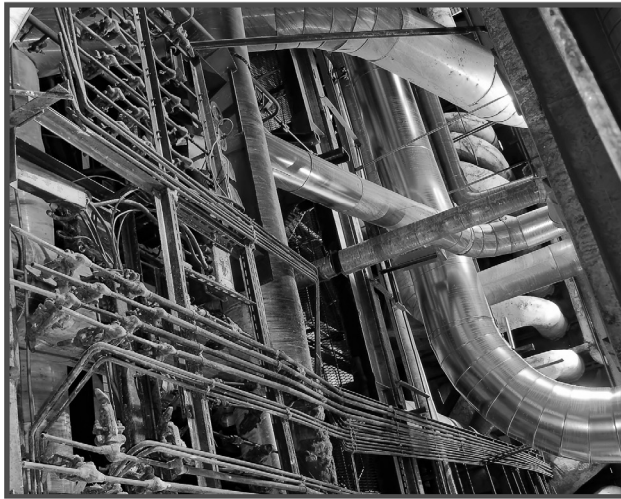
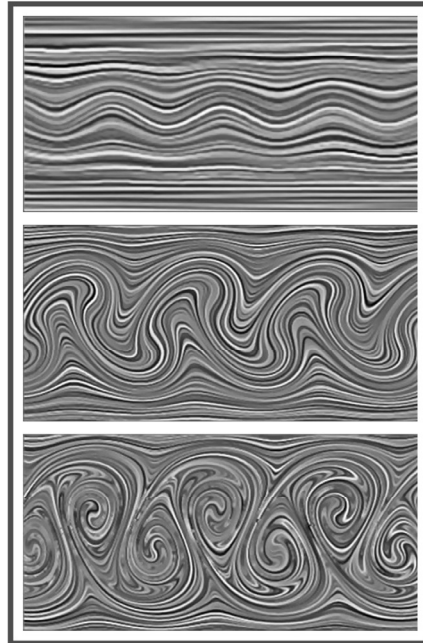
$$V_{DJ} = (1.738) 2.403 = 4.176 \quad \text{m/s}$$

$$V_{DF} = (1.302) 4.176 = 5.438 \quad \text{m/s}$$

$$Q_{BD} = \left(\frac{\pi}{4} \times 0.10^2 \right) \cdot (2.403) = 0.01887 \quad \text{m}^3/\text{s} = 18.87 \quad \text{l/s}$$

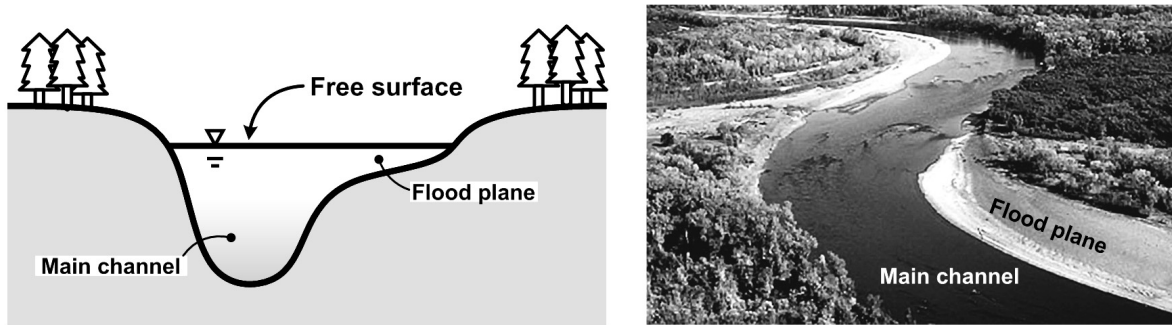
$$Q_{DF} = \left(\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \right) \cdot (4.176) = 0.00820 \quad \text{m}^3/\text{s} = 8.20 \quad \text{l/s}$$

$$Q_{DJ} = \left(\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \right) \cdot (5.438) = 0.01067 \quad \text{m}^3/\text{s} = 10.67 \quad \text{l/s} \quad \text{Ans}$$

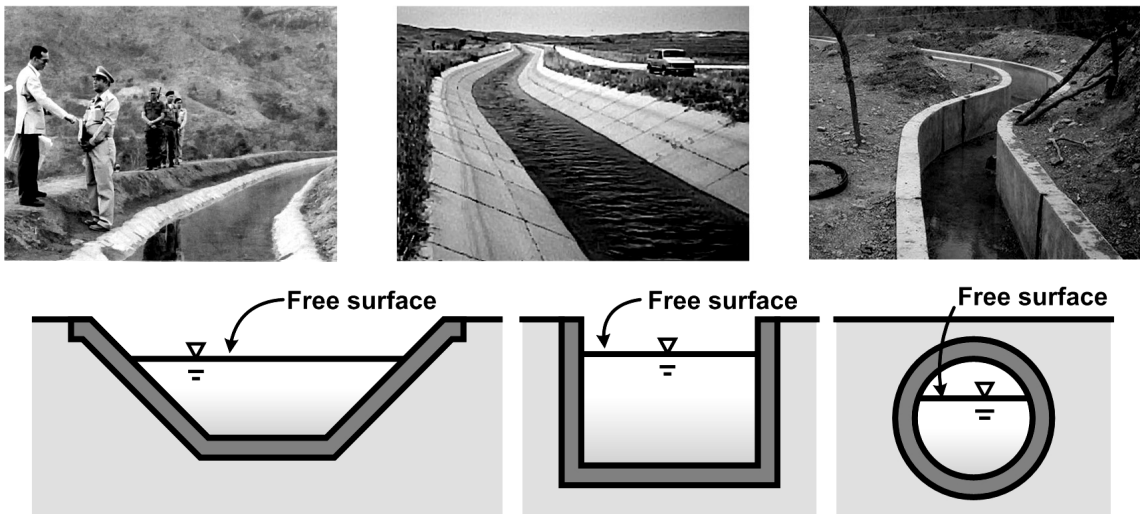


บทที่ 7 การไหลในทางน้ำเปิด

การไหลในทางน้ำเปิด (Open Channel Flow) คือการไหลของของไหลไปตามทางน้ำโดยมีผิวอิสระ สัมผัสกับอากาศด้านบน การไหลจะอยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันบรรยากาศโดยรอบ (Atmospheric pressure) และแรงโน้มถ่วงของโลก (Gravity) ซึ่งการไหลในลักษณะนี้สามารถพบเห็นได้ทั่วไปเช่น การไหลในแม่น้ำลำคลอง การไหลในคลองส่งน้ำ การไหลในท่อหรือรางระบายน้ำ เป็นต้น



รูปที่ 7.1 ทางน้ำธรรมชาติ



รูปที่ 7.2 ทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น

7.1 ประเภทของทางน้ำเปิด (Type of channel)

ทางน้ำเปิดที่พบเห็นโดยทั่วไปนั้นสามารถจำแนกได้ 2 ประเภทคือ

- ทางน้ำธรรมชาติ (Natural channel) คือทางน้ำที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ รูปร่างของรูปตัดขวางของทางน้ำและความลาดของท้องทางน้ำ จะเปลี่ยนแปลงไปตามสภาพพื้นที่ (Non-Prismatic channel) เช่น ลำธาร คลอง หรือแม่น้ำ เป็นต้น (ดังรูปที่ 7.1)
- ทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น (Artificial channel) คือทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อสนองต่อความต้องการด้านต่าง ๆ เช่น การส่งน้ำเพื่อการชลประทาน การระบายน้ำ หรือเพื่อการคมนาคมขนส่ง เป็นต้น ซึ่งโดยทั่วไปลักษณะของทางน้ำจะมีรูปตัดขวาง และความลาดของท้องรางคงที่ (Prismatic channel) เช่น คลองส่งน้ำ ดาดคอนกรีต ราง หรือท่อระบายน้ำ เป็นต้น (ดังรูปที่ 7.2)

7.2 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิด (Open channel flow classification)

ในการวิเคราะห์ด้านชลศาสตร์ ประเด็นในการวิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของการไหลในทางน้ำเปิดจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ จำแนกโดยพิจารณาจากรูปแบบของการไหล (Type of flow) และจำแนกโดยพิจารณาจากสถานะของการไหล (State of flow)

7.2.1 การจำแนกประเภทการไหลในทางน้ำเปิดโดยพิจารณาจากรูปแบบของการไหล (Type of flow)

ในการจำแนกจะมีหลักเกณฑ์ 2 ประการคือ

1) พิจารณาการเปลี่ยนแปลงกับเวลา

- a) การไหลคงที่ (Steady flow) คือการไหลที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา กล่าวคือตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความลึก (y) ความเร็ว (V) อัตราการไหล (Q) พื้นที่หน้าตัดการไหล (A) จะคงที่ตลอดช่วงเวลาที่พิจารณา

$$\frac{d}{dt}(y, A, v, Q) = 0$$

- b) การไหลไม่คงที่ (Unsteady flow) คือการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา กล่าวคือตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความลึก ความเร็ว อัตราการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหล ไม่คงที่ตลอดช่วงเวลาที่พิจารณา

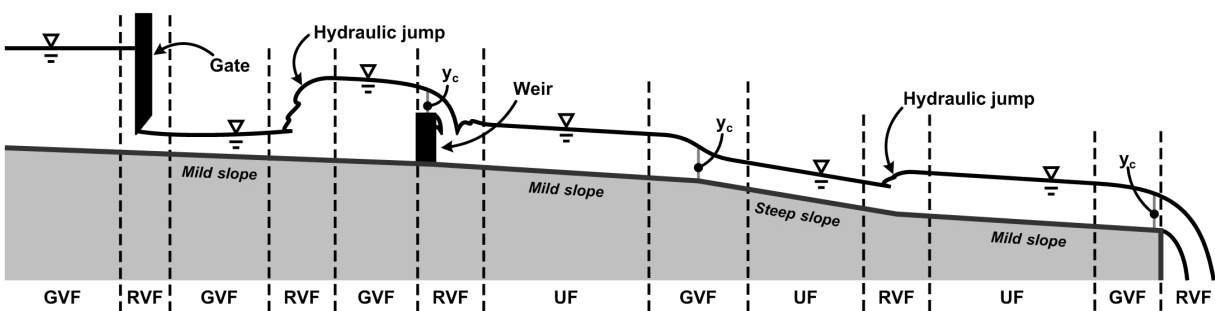
$$\frac{d}{dt}(y, A, v, Q) \neq 0$$

2) พิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปตัดขวางของการไหลในช่วงใดๆ

- a) การไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform Flow : UF) คือการไหลที่มีความลึก (y) และพื้นที่หน้าตัดการไหล (A) คงที่ตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา

- b) การไหลแบบแปรเปลี่ยน (Varied flow หรือ Non-Uniform flow) คือการไหลที่มีความลึก และพื้นที่หน้าตัดการไหล ไม่คงที่ตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะคือ

- การไหลแบบแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไป (Gradually Varied Flow : GVF) คือการไหลที่มีความลึก และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงที่ค่อยไปตามความยาวของช่วงที่พิจารณา
- การไหลแบบแปรเปลี่ยนแบบฉับพลัน (Rapidly Varied Flow : RVF) คือการไหลที่มีความลึก และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณา

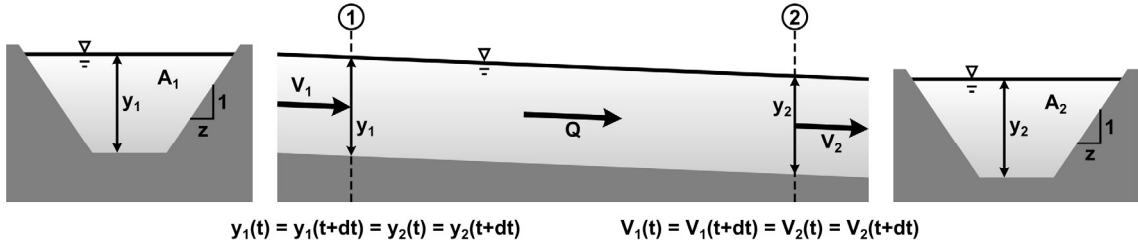


รูปที่ 7.3 ตัวอย่างการแบ่งประเภทการไหลโดยพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปตัดเป็นเกณฑ์

ดังนั้นหากพิจารณาเกณฑ์ทั้งสองข้อ เราจะสามารถจำแนกประเภทของการไหลที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

- การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Uniform flow)

Steady uniform flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว อัตราการไหล และพื้นที่หน้าตัดการไหล คงที่ตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา โดยจะไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา ซึ่งเกือบทั้งหมดมักจะเกิดในทางน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น เนื่องจากรูปตัดขวางของทางน้ำมักจะสร้างให้มีรูปร่างคงที่ และในการใช้งาน เราสามารถควบคุมความเร็ว และอัตราการไหลได้



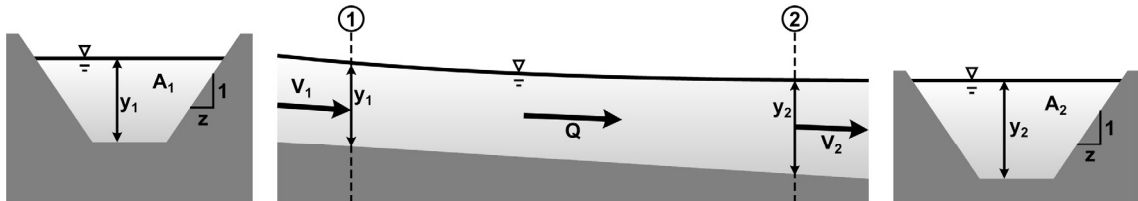
$$y_1(t) = y_1(t+dt) = y_2(t) = y_2(t+dt) \quad V_1(t) = V_1(t+dt) = V_2(t) = V_2(t+dt)$$

$$A_1(t) = A_1(t+dt) = A_2(t) = A_2(t+dt) \quad Q(t) = Q(t+dt)$$

รูปที่ 7.4 การไหลแบบ Steady uniform flow

- การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Gradually Varied flow)

Steady gradually varied flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล เปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่ความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลที่จุดใดจุดหนึ่งนั้นจะคงที่ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



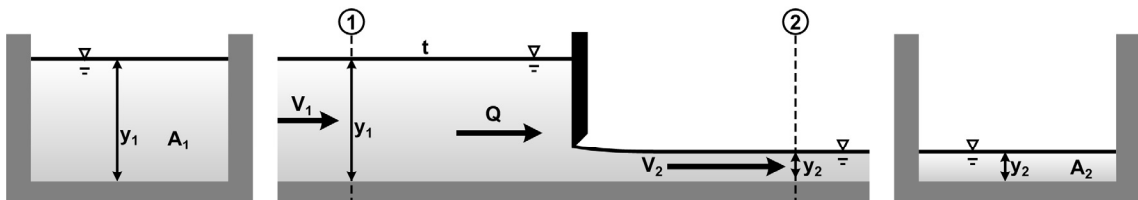
$$y_1(t) = y_1(t+dt) \neq y_2(t) = y_2(t+dt) \quad V_1(t) = V_1(t+dt) \neq V_2(t) = V_2(t+dt)$$

$$A_1(t) = A_1(t+dt) \neq A_2(t) = A_2(t+dt) \quad Q(t) = Q(t+dt)$$

รูปที่ 7.5 การไหลแบบ Steady gradually varied flow

- การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Rapidly Varied flow)

Steady rapidly varied flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณา แต่ความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหลที่จุดใดจุดหนึ่งนั้นจะคงที่ ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา



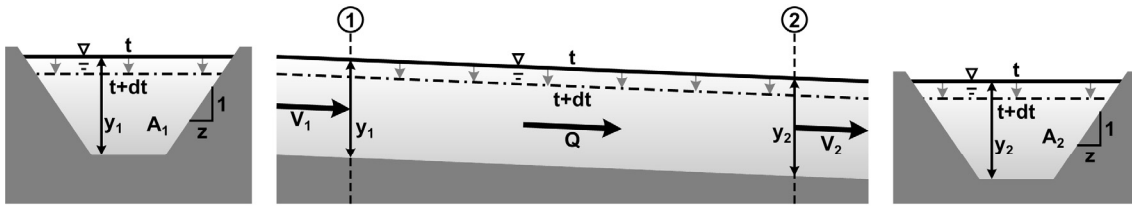
$$y_1(t) = y_1(t+dt) \neq y_2(t) = y_2(t+dt) \quad V_1(t) = V_1(t+dt) \neq V_2(t) = V_2(t+dt)$$

$$A_1(t) = A_1(t+dt) \neq A_2(t) = A_2(t+dt) \quad Q(t) = Q(t+dt)$$

รูปที่ 7.6 การไหลแบบ Steady rapidly varied flow

- การไหลแบบสม่ำเสมอแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Uniform flow)

Unsteady uniform flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว อัตราการไหล พื้นที่หน้าตัดการไหล เท่ากันตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา แต่จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา



$$Q(t) \neq Q(t+dt)$$

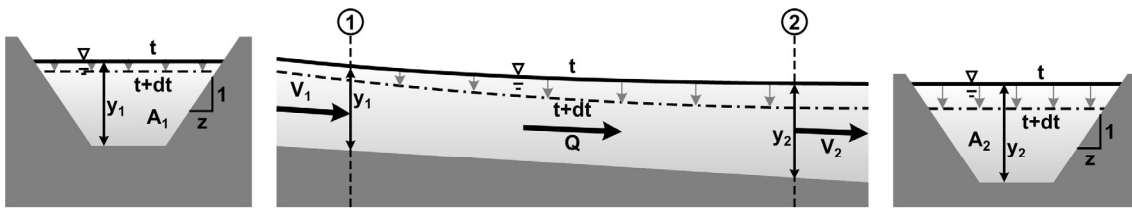
$$y_1(t) \neq y_1(t+dt) \quad y_1(t) = y_2(t) \quad A_1(t) \neq A_1(t+dt) \quad A_1(t) = A_2(t) \quad V_1(t) \neq V_1(t+dt) \quad V_1(t) = V_2(t)$$

$$y_1(t) \neq y_2(t+dt) \quad y_1(t+dt) = y_2(t+dt) \quad A_1(t) \neq A_2(t+dt) \quad A_1(t+dt) = A_2(t+dt) \quad V_1(t) \neq V_2(t+dt) \quad V_1(t+dt) = V_2(t+dt)$$

รูปที่ 7.7 การไหลแบบ Unsteady uniform flow

- การไหลแปรเปลี่ยนแบบค่อยเป็นค่อยไปและแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Gradually Varied flow)

Unsteady gradually varied flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องแบบค่อยเป็นค่อยไปตลอดช่วงความยาวที่พิจารณา และเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กัน



$$Q(t) \neq Q(t+dt)$$

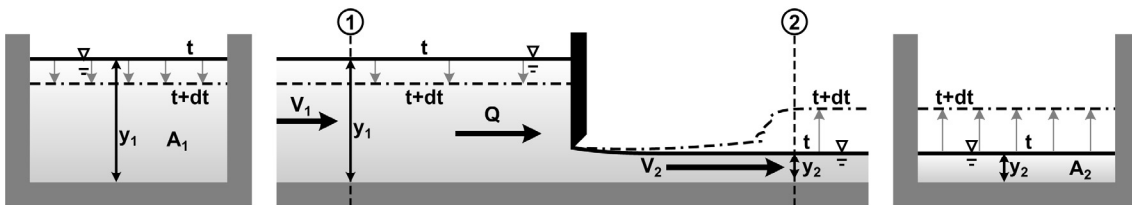
$$y_1(t) \neq y_1(t+dt) \quad y_1(t) \neq y_2(t) \quad A_1(t) \neq A_1(t+dt) \quad A_1(t) \neq A_2(t) \quad V_1(t) \neq V_1(t+dt) \quad V_1(t) \neq V_2(t)$$

$$y_1(t) \neq y_2(t+dt) \quad y_1(t+dt) \neq y_2(t+dt) \quad A_1(t) \neq A_2(t+dt) \quad A_1(t+dt) \neq A_2(t+dt) \quad V_1(t) \neq V_2(t+dt) \quad V_1(t+dt) \neq V_2(t+dt)$$

รูปที่ 7.8 การไหลแบบ Unsteady gradually varied flow

- การไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันและแปรเปลี่ยนตามเวลา (Unsteady Rapidly Varied flow)

Unsteady rapidly varied flow คือสภาพการไหลที่มีค่าความลึก ความเร็ว และพื้นที่หน้าตัดการไหล มีการเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันในช่วงความยาวที่พิจารณา และเปลี่ยนแปลงตามเวลาไปพร้อมๆ กัน



$$Q(t) \neq Q(t+dt)$$

$$y_1(t) \neq y_1(t+dt) \quad y_1(t) \neq y_2(t) \quad A_1(t) \neq A_1(t+dt) \quad A_1(t) \neq A_2(t) \quad V_1(t) \neq V_1(t+dt) \quad V_1(t) \neq V_2(t)$$

$$y_1(t) \neq y_2(t+dt) \quad y_1(t+dt) \neq y_2(t+dt) \quad A_1(t) \neq A_2(t+dt) \quad A_1(t+dt) \neq A_2(t+dt) \quad V_1(t) \neq V_2(t+dt) \quad V_1(t+dt) \neq V_2(t+dt)$$

รูปที่ 7.9 การไหลแบบ Unsteady rapidly varied flow

7.2.2 การจำแนกประเภทตามสภาวะของการไหล (State of flow)

การจำแนกประเภทการไหลตามสภาวะของการไหลนั้น จะพิจารณาจากพฤติกรรมของการเคลื่อนตัวของของไหลในทางน้ำ รวมถึงผลกระทบของแรงที่มีอิทธิพลต่อการไหล

7.2.2.1 จำแนกโดยพิจารณาจาก เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynold number : R_e)

Reynold number คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความหนืด (Viscous force) และแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล (Inertia force) ซึ่งตัวเลขดังกล่าวนี้จะสามารถบ่งบอกถึงพฤติกรรมของการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลได้ เช่นเดียวกับการไหลในท่อ (การวิเคราะห์โดยละเอียดจะกล่าวถึงในบทที่ 8) สำหรับการไหลในทางน้ำเปิด R_e สามารถคำนวณได้จาก

$$R_e = \frac{VR}{\nu} \quad \text{----- (7.1)}$$

เมื่อ	R	=	รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius)
	V	=	ความเร็วเฉลี่ย
	ν	=	ความหนืดคินเนมาติกของของไหล

เช่นเดียวกับการไหลในท่อ การไหลในทางน้ำเปิดสามารถแบ่งสภาวะการไหลได้เป็น 3 ประเภทคือ

- การไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างเป็นระเบียบ จะเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วต่ำ หรือความหนืดของของไหลมาก โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่าต่ำกว่า 500
- การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent flow) อนุภาคของของไหลจะเคลื่อนตัวอย่างไม่เป็นระเบียบ จะเกิดขึ้นกับการไหลที่มีความเร็วสูง หรือความหนืดของของไหลต่ำ โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่ามากกว่า 2,000
- การไหลแบบแปรเปลี่ยน (Transitional flow) เป็นสภาวะการไหลที่ไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นแบบปั่นป่วนหรือราบเรียบ โดยเรย์โนลด์นัมเบอร์จะมีค่าอยู่ระหว่าง 500 ถึง 2,000

7.2.2.2 จำแนกโดยพิจารณาจาก ฟรูดนัมเบอร์ (Froude number : F_r)

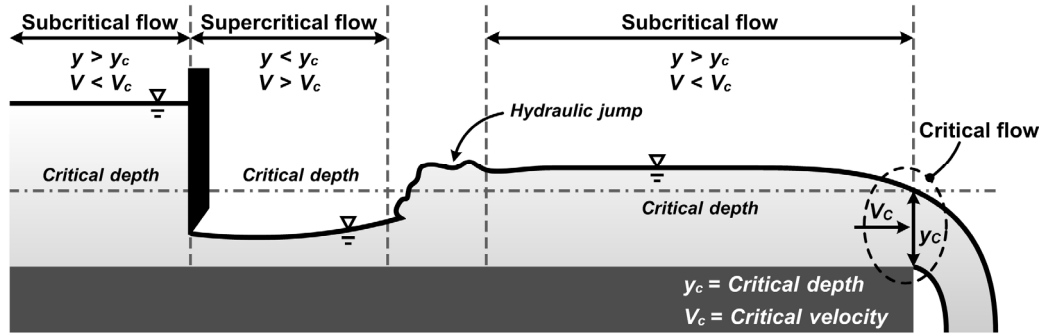
Froude number คือตัวเลขที่วิเคราะห์โดยคำนึงถึงอิทธิพลของแรงอันเนื่องมาจากความโน้มถ่วง (Gravity force) และแรงอันเนื่องมาจากความเฉื่อยของมวล (Inertia force) ตัวเลขดังกล่าวนี้จะสามารถบ่งบอกถึงพฤติกรรมของการไหลได้ (การวิเคราะห์จะกล่าวถึงในบทที่ 8) ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} \quad \text{----- (7.2)}$$

เมื่อ	D	=	ความลึกชลศาสตร์ (hydraulic depth)
	g	=	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

การไหลในทางน้ำเปิดสามารถแบ่งสภาวะการไหลได้เป็น 3 ประเภทคือ

- การไหลวิกฤต (Critical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์เท่ากับ 1 ค่าความลึก และความเร็วที่สภาวะนี้จะเรียกว่า ความลึกวิกฤต และความเร็ววิกฤต
- การไหลต่ำกว่าวิกฤต (Subcritical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์ต่ำกว่า 1 ที่สภาวะนี้ ความลึก จะมากกว่า ความลึกวิกฤต แต่ความเร็วจะน้อยกว่า ความเร็ววิกฤต เมื่อเปรียบเทียบที่อัตราการไหลเท่ากัน
- การไหลเหนือกว่าวิกฤต (Supercritical flow) จะเกิดขึ้นเมื่อค่าฟรูดนัมเบอร์มากกว่า 1 ที่สภาวะนี้ ความลึก จะน้อยกว่า ความลึกวิกฤต แต่ความเร็วจะมากกว่า ความเร็ววิกฤต เมื่อเปรียบเทียบที่อัตราการไหลเท่ากัน



รูปที่ 7.10 สภาวะการไหลแบบต่าง

7.3 สมการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด (Basic equation of open channel flow)

เนื่องจากเนื้อหาในบทนี้เป็นกรกล่าวถึงหลักการพื้นฐานของการไหลในทางน้ำเปิด ซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์ภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ของไหลเป็นของไหลจินตภาพ บีบอัดตัวไม่ได้ (Ideal fluid , Incompressible fluid) นอกจากนี้ในการวิเคราะห์จะกล่าวถึงเฉพาะการไหลแบบคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Steady flow) เท่านั้น

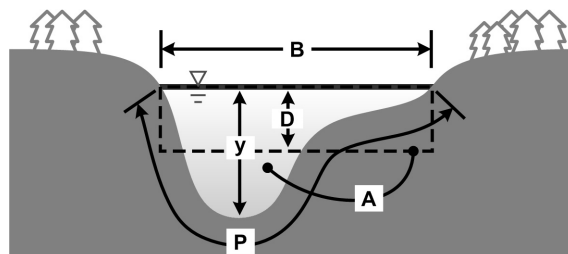
เพื่อความสะดวกในการศึกษา จะขอกล่าวถึงนิยามของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์การไหลในทางน้ำเปิดเสียก่อน ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรดังต่อไปนี้

- ความลึก (Depth :y) คือระยะในแนวดิ่งที่วัดจากจุดต่ำสุดจนถึงผิวอิสระของหน้าตัดการไหล
- ความกว้างผิว (Top width :B) คือความกว้างของผิวอิสระของพื้นที่หน้าตัดการไหล
- ความลึกชลศาสตร์ (Hydraulic depth :D) คือความลึกเฉลี่ยของพื้นที่หน้าตัดการไหลที่มีความกว้างเท่ากับ ความกว้างผิว ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$D = \frac{A}{B} \quad (\text{ในกรณีที่ทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก } D = y)$$

- ความยาวเส้นขอบเปียก (Wetted perimeter :P) คือความยาวเส้นขอบด้านสัมผัสกับทางน้ำของพื้นที่หน้าตัดการไหล
- รัศมีชลศาสตร์ (Hydraulic radius :R) คือตัวแปรที่มีคุณลักษณะคล้ายกับรัศมี ซึ่งคำนวณจาก

$$R = \frac{A}{P}$$



รูปที่ 7.11 ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหลในทางน้ำเปิด

7.3.1 สมการต่อเนื่อง (Continuity Equation)

จากสมการกฎการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial M_{cv}}{\partial t} = \sum \dot{M}_{in} - \sum \dot{M}_{out}$$

พิจารณาการไหลเข้าออกของปริมาตรควบคุมดังรูปที่ 7.12 เมื่อของไหลอัดตัวไม่ได้ (incompressible fluid) และอัตราการไหลคงที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (steady state) จะได้ว่า

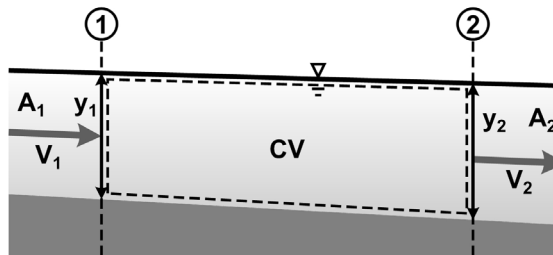
$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{cv}}{\partial t} &= 0 \\ \sum \dot{M}_{in} &= \rho Q_1 = \rho(A_1 V_1) \\ \sum \dot{M}_{out} &= \rho Q_2 = \rho(A_2 V_2) \\ \text{ดังนั้นจะได้ว่า} \quad 0 &= \rho(A_1 V_1) - \rho(A_2 V_2) \end{aligned}$$

$$\text{หรือ} \quad A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad \text{----- (7.3)}$$

ในกรณีทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือการวิเคราะห์การไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง จะได้ว่า

$$(B \cdot y_1) V_1 = (B \cdot y_2) V_2$$

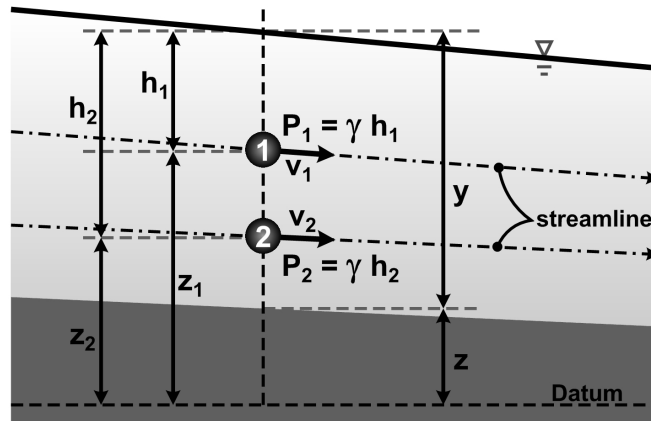
$$y_1 V_1 = y_2 V_2 \quad \text{----- (7.4)}$$



รูปที่ 7.12

7.3.2 สมการพลังงาน (Energy Equation)

ดังที่กล่าวไว้ในบทที่ 4 สมการพลังงานคือสมการความสัมพันธ์ของเฮด (Energy head) ของอนุภาคของไหลที่เคลื่อนที่ไปตาม streamline ผ่านจุดต่างๆ ซึ่งเฮดที่ว่านั้นจะประกอบด้วย เฮดระดับ (Elevation head) เฮดความดัน (Pressure head) และเฮดความเร็ว (Velocity head) โดยผลรวมของเฮดระดับ กับเฮดความดันจะเรียกว่า เฮดสถิต (Static head) เมื่อพิจารณากับการไหลในทางน้ำเปิด ที่หน้าตัดการไหลเดียวกัน หากเราพิจารณาค่าเฮดสถิตของอนุภาคของไหลใดๆ บนหน้าตัด ดังรูปที่ 7.13 จะเห็นได้ว่า



รูปที่ 7.13 เฮดของอนุภาคของไหลบนหน้าตัดใดๆ ของการไหลในทางน้ำเปิด

จากรูปเมื่อพิจารณา static head ของอนุภาคของไหล 1 และ 2 มีค่าเท่ากับ

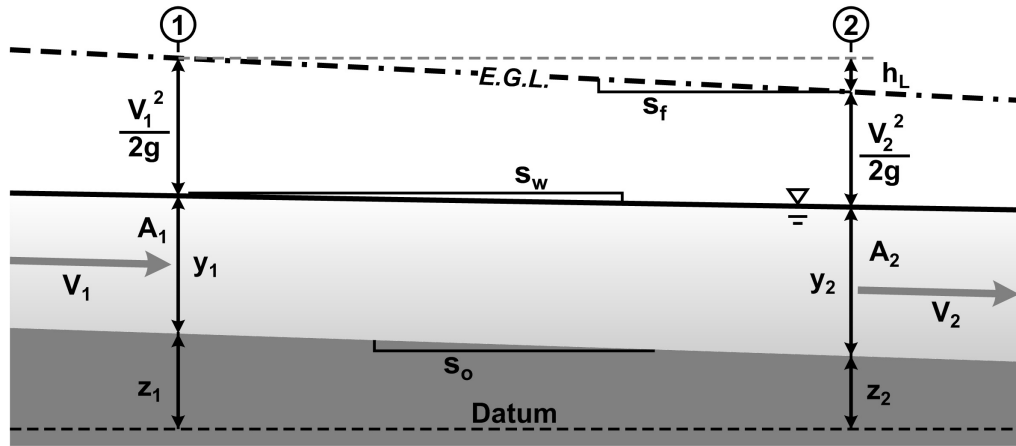
$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_1 + \frac{(\gamma h_1)}{\gamma} = z_1 + h_1 = (z + y)$$

$$z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = z_2 + \frac{(\gamma h_2)}{\gamma} = z_2 + h_2 = (z + y)$$

จากข้อพิสูจน์ดังกล่าวจะเห็นได้ว่า ไม่ว่าจะอยู่จุดใดบนหน้าตัดเดียวกัน ค่าของ static head จะมีค่าเท่ากันเสมอ ดังนั้นสมการพลังงานของการไหลในทางน้ำเปิดจึงมีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \quad \text{----- (7.5)}$$

เมื่อ	h_L	=	การสูญเสียพลังงาน
	y_i	=	ความลึกที่หน้าตัด i
	z_i	=	ค่าระดับท้องรางน้ำที่หน้าตัด i
	V_i	=	ความเร็วเฉลี่ยของการไหลที่หน้าตัด i
	s_f	=	ความลาดชันของเส้นระดับพลังงานรวม
	s_w	=	ความลาดชันของผิวน้ำ
	s_o	=	ความลาดชันของท้องรางน้ำ

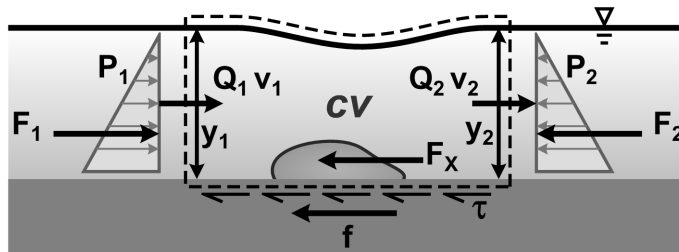


รูปที่ 7.14 เสดของหน้าตัดการไหลของการไหลในทางน้ำเปิด

สำหรับการไหลในทางน้ำเปิด สิ่งที่เราควรระวังคือค่า z ในสมการที่ 7.5 ไม่ใช่ค่าเฮดระดับของอนุภาคของของไหล แต่เป็นค่าระดับของท้องรางน้ำเปิดของหน้าตัดการไหลที่พิจารณา ซึ่งก็คือเฮดระดับของหน้าตัดการไหล ส่วนความลึกของน้ำ (y) จะกลายเป็นเฮดความดัน

7.3.3 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

จากที่กล่าวไว้ในบทที่ 5 สมการโมเมนตัมสำหรับการไหลในทางน้ำเปิด จะแตกต่างกับการไหลในท่อเนื่องจากการไหลในทางน้ำเปิดนั้น ความดันจะแปรผันตามความลึกของน้ำ ดังตัวอย่างในรูปที่ 7.14



รูปที่ 7.15 การวิเคราะห์แรงที่กระทำกับ Control volume ของการไหลในทางน้ำเปิด

จากรูปที่ 7.14 ถ้าวิเคราะห์ตามสมการที่ 5.7 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{\text{sys}} &= \sum (\rho_{\text{out}} \cdot Q_{\text{out}} \cdot \vec{v}_{\text{out}}) - \sum (\rho_{\text{in}} \cdot Q_{\text{in}} \cdot \vec{v}_{\text{in}}) \\ F_1 - F_2 - F_x - f &= \rho Q V_2 - \rho Q V_1 \end{aligned}$$

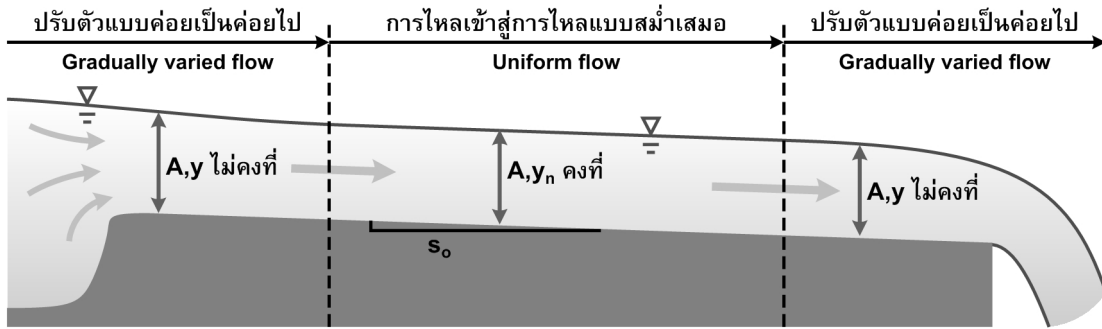
กำหนดให้ $\sum F$ คือผลรวมของแรงจากภายนอกโดยไม่รวมแรงที่เกิดจากความดัน ซึ่งในที่นี้มีค่าเท่ากับ $F_x + f$ และเมื่อจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \sum F &= F_1 + \rho Q V_1 - F_2 - \rho Q V_2 \\ &= \gamma \cdot y_1 A_1 + \rho Q V_1 - \gamma \cdot y_2 A_2 - \rho Q V_2 \\ \frac{\sum F}{\gamma} &= \left[y_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} \right] - \left[y_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \right] \end{aligned} \quad \text{----- (7.6)}$$

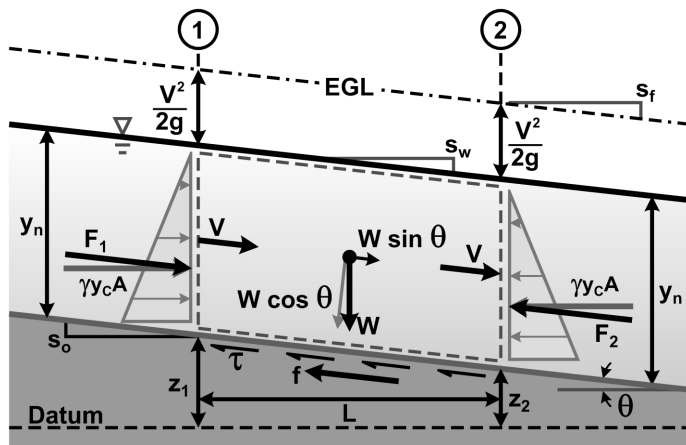
ซึ่งสมการที่ 7.6 นี้ก็คือสมการโมเมนตัมของการไหลในทางน้ำเปิด

7.4 การวิเคราะห์การไหลแบบสม่ำเสมอไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Steady Uniform Flow)

เมื่อการไหลนั้นเกิดขึ้นในทางน้ำที่มีหน้าตัดสม่ำเสมอเป็นระยะทางยาวมากๆ ในช่วงเริ่มต้นของทางน้ำการไหลจะมีการปรับตัวเพื่อให้แรงกระทำต่างๆ ในระบบเข้าสู่สภาวะที่สมดุล ไม่มีความเร่ง ซึ่งเมื่อเข้าสู่สภาวะที่สมดุลแล้วพื้นที่หน้าตัดตามขวางของการไหล จะมีรูปร่างคงที่ต่อเนื่องตามความยาวของทางน้ำไปจนกว่าทางน้ำนั้นเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปจากเดิม ดังรูปที่ 7.16 ด้วยเหตุนี้ความลาดชันของผิวน้ำ (S_w) ตลอดช่วงของการไหลแบบสม่ำเสมอ จะเท่ากับความลาดชันของท้องทางน้ำ (S_o) และเท่ากับความลาดชันของเส้นระดับพลังงาน (S_f) ดังรูปที่ 7.17



รูปที่ 7.16 การเกิดการไหลแบบ Uniform flow



รูปที่ 7.17 การวิเคราะห์การไหลแบบ Uniform flow

จากรูปที่ 7.16 เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงที่เกิดขึ้นกับของไหลในปริมาตรควบคุมในทิศทางที่ขนานกับการไหล จะเห็นได้ว่า เนื่องจากการไหลมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ จึงทำให้แรงดัน F_1 หักล้างกับ แรงดัน F_2 ดังนั้นจะได้ว่า

$$f = W \sin \theta$$

ในกรณีที่ความลาดชันมีค่าน้อย ระยะในแนวเอียงจะใกล้เคียงกับระยะในแนวราบ (L) และ $\sin \theta \approx \tan \theta = s_o$

$$\tau(PL) = (\gamma AL) \tan \theta$$

$$\tau = \frac{(\gamma AL) s_o}{PL}$$

$$\tau = \gamma R s_o$$

$$\text{----- (7.7)}$$

เมื่อ τ คือความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบริเวณผนังทางน้ำ (Wall shear stress)

ในปี ค.ศ. 1773 Antoni Chezy ได้ทำการศึกษาพบว่า ในสภาพการไหลแบบปั่นป่วน ความเค้นเฉือนที่ผนัง จะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเร็วเฉลี่ย (V) ยกกำลังสอง

$$\begin{aligned} \tau & \propto V^2 \\ \tau & = KV^2 \quad (K \text{ คือค่าคงที่}) \end{aligned} \quad \text{----- (7.8)}$$

แทนค่า τ จากสมการ 7.8 ลงในสมการ 7.7 จะได้

$$\begin{aligned} KV^2 & = \gamma R s_0 \\ V & = \sqrt{\frac{\gamma R s_0}{K}} \\ \boxed{V = C \sqrt{R s_0}} & \quad \text{----- (7.9)} \end{aligned}$$

สมการที่ 7.9 นั้นเรียกว่าสมการ **Chezy** หรือ **สูตร Chezy (Chezy's Formula)** โดยที่ $C = \sqrt{\frac{\gamma}{K}}$ คือค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy (Chezy coefficient) ซึ่งมีลักษณะเป็นสัมประสิทธิ์การไหลชนิดหนึ่ง โดยจะขึ้นอยู่กับ ลักษณะทางกายภาพของทางน้ำ และความหยาบของพื้นผิวทางน้ำ

ต่อมาในปี ค.ศ. 1890 Robert Manning ได้พัฒนาสมการของ Chezy โดยนำผลที่ได้จากการทดลองในห้องปฏิบัติการ และข้อมูลในภาคสนามมาวิเคราะห์พบว่า สัมประสิทธิ์ของ Chezy จะมีความสัมพันธ์กับค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning (Manning's roughness coefficient) ดังสมการที่ 7.10 และ 7.11

$$\text{สำหรับระบบ SI} \quad C = \frac{1}{n} (R)^{\frac{1}{6}} \quad \text{----- (7.10)}$$

$$\text{หรือสำหรับระบบ BG} \quad C = \frac{1.49}{n} (R)^{\frac{1}{6}} \quad \text{----- (7.11)}$$

เมื่อ n คือสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning (Manning's roughness coefficient) ซึ่งมีลักษณะเป็นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานชนิดหนึ่ง โดยจะขึ้นอยู่กับ ลักษณะทางกายภาพของทางน้ำ และความหยาบของพื้นผิวทางน้ำ เช่นเดียวกับสัมประสิทธิ์ของ Chezy (ตารางที่ 7.1)

ดังนั้นหากพิจารณาจากสมการที่ 7.9 เมื่อเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ของ Chezy เป็น สัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning จะได้ว่า

$$\text{สำหรับระบบ SI} \quad \boxed{V = \frac{1}{n} \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (S)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{----- (7.12)}$$

$$\text{หรือ} \quad Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (S)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (7.13)}$$

$$\text{สำหรับระบบ BG} \quad V = \frac{1.49}{n} \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (S)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (7.14)}$$

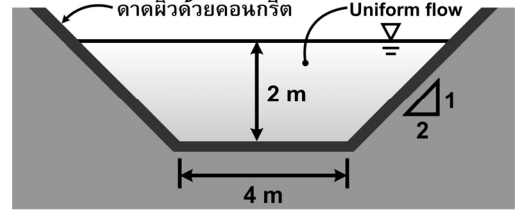
$$\text{หรือ} \quad Q = \frac{1.49}{n} \cdot A \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (S)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (7.15)}$$

สมการที่ 7.12 และ 7.14 นั้นเรียกว่าสมการ **Manning** หรือ **สูตร Manning (Manning's Formula)**

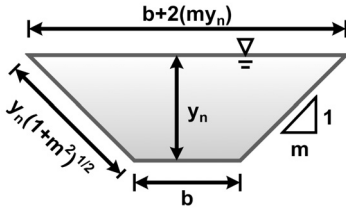
ตารางที่ 7.1 ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning (Manning's roughness coefficient)

Surface Material / Type of Channel	Manning's Roughness Coefficient (n)
Asbestos cement	0.011
Asphalt	0.016
Brass	0.011
Brickwork	0.015-0.016
Cast-iron, Wrought-iron	0.012-0.015
Clay tile	0.014
Concrete - finished	0.012
Concrete - unfinished	0.014
Concrete - steel forms	0.011
Concrete - wooden forms	0.015
Concrete - centrifugally spun	0.013
Copper	0.011
Corrugated metal	0.022
Earth	0.025
Earth channel - clean	0.022
Earth channel - gravelly	0.025
Earth channel - weedy	0.030
Earth channel - stony, cobbles	0.035
Floodplains - pasture, farmland	0.035
Floodplains - light brush	0.050
Floodplains - heavy brush	0.075
Floodplains - trees	0.150
Galvanized iron	0.016
Glass	0.010
Gravel	0.029
Lead	0.011
Masonry	0.025
Metal - corrugated	0.022
Natural streams - clean and straight	0.030
Natural streams - major rivers	0.035
Natural streams - sluggish with deep pools	0.040
Plastic	0.009
Polyethylene PE - Corrugated with smooth inner walls	0.009 - 0.015
Polyethylene PE - Corrugated with corrugated inner walls	0.018 - 0.025
Polyvinyl Chloride PVC - with smooth inner walls	0.009 - 0.011
Rubble	0.030
Steel - Coal-tar enamel	0.010
Steel - smooth	0.012
Steel - New unlined	0.011
Steel - Riveted	0.017-0.019
Wood - planed	0.012
Wood - unplaned	0.013
Wood stave	0.012

ตัวอย่างที่ 7.1 ทางน้ำตาดคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยมคางหมูตั้งรูป
น้ำมีความลึก 2 m. ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง
เท่ากับ 0.015 และความลาดเทของพื้นทางน้ำเท่ากับ 0.001 จง
หาอัตราการไหล และความเร็วของน้ำ



วิธีทำ พิจารณาพื้นที่หน้าตัดการไหลรูปสี่เหลี่ยมคางหมู



$$A = (b + my)y = (4 + 2 \times 2)2 = 16 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + m^2} = 4 + 2(2)\sqrt{1 + 2^2} = 12.94 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{16}{12.94} = 1.24 \text{ m}$$

สมการของ Manning

$$V = \frac{1}{n} \cdot (R)^{\frac{2}{3}} \cdot (S)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{n} \cdot (12.94)^{\frac{2}{3}} \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (1)}$$

จากโจทย์กำหนดค่า ส.ป.ส. ความขรุขระของ Manning ของพื้นผิวคอนกรีตมีค่าเท่ากับ 0.015 แทนค่าในสมการ (1)

$$V = \frac{1}{(0.015)} \cdot (12.94)^{\frac{2}{3}} \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (2)}$$

จาก $Q = VA$

$$\therefore Q = \frac{1}{(0.015)} \cdot (12.94)^{\frac{2}{3}} \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}} \cdot (16)$$

$$= 38.88 \quad \text{cms} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 7.2 จากทางน้ำในตัวอย่างที่ 7.1 ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 29 cms จงหาค่าความลึกปกติ (y_n)

วิธีทำ พิจารณาพื้นที่หน้าตัดการไหลรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเหมือนดังตัวอย่างที่ 7.1

$$A = (b + my_n)y_n \quad P = b + 2y_n\sqrt{1 + m^2} \quad R = \frac{A}{P} = \frac{(b + my_n)y_n}{b + 2y_n\sqrt{1 + m^2}}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าในสมการของ Manning จะได้ว่า

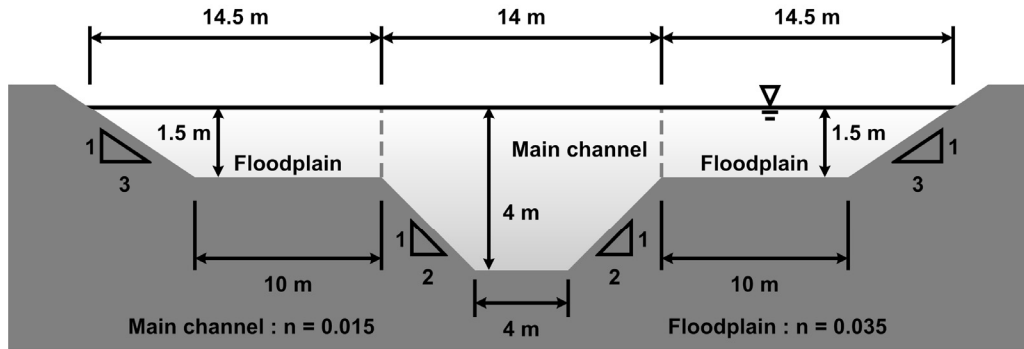
$$Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n} [(b + my_n)y_n] \left[\frac{(b + my_n)y_n}{b + 2y_n\sqrt{1 + m^2}} \right]^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}}$$

$$29 = \frac{1}{0.015} [(4 + 2y_n)y_n] \left[\frac{(4 + 2y_n)y_n}{4 + 2y_n\sqrt{1 + 2^2}} \right]^{\frac{2}{3}} (0.001)^{\frac{1}{2}}$$

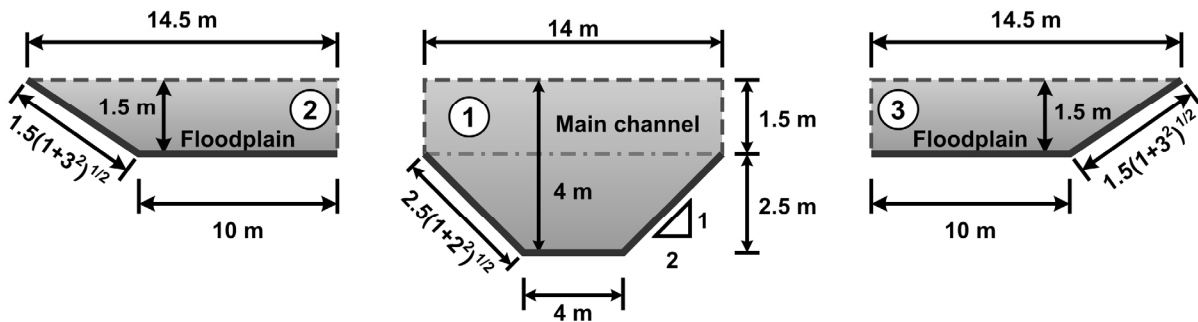
แก้สมการหาค่า y_n (ด้วยวิธี ลองผิดลองถูก trial & error)

$$y_n = 1.73 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 7.3 ทางน้ำลักษณะดังรูป น้ำไหลด้วยความลึกปกติเท่ากับ 4 m. ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่ง บริเวณร่องน้ำหลัก (Main channel) และบริเวณพื้นที่น้ำท่วม (Floodplain) เท่ากับ 0.015 และ 0.035 ตามลำดับ ความลาดเทของพื้นทางน้ำเท่ากับ 0.001 จงหาอัตราการไหลในทางน้ำ



วิธีทำ แยกพิจารณาหน้าตัดการไหลออกเป็น 3 ส่วน



พิจารณา Main Channel : หน้าตัดย่อยที่ 1

$$A_1 = \left(\frac{4 + 14}{2} \right) (2.5) + (14)(1.5) = 43.5 \text{ m}^2 \quad P_1 = 4 + 2 \left(2.5 \sqrt{1 + 2^2} \right) = 15.18 \text{ m}$$

$$R_1 = \frac{43.5}{15.18} = 2.87 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S_{0_1}^{1/2} = \frac{1}{0.015} (43.5) (2.87)^{2/3} (0.001)^{1/2} \\ &= 185.20 \text{ cms} \end{aligned}$$

พิจารณา Floodplain : หน้าตัดย่อยที่ 2 และ 3

$$A_2 = A_3 = \left(\frac{10 + 14.5}{2} \right) (1.5) = 18.38 \text{ m}^2 \quad P_2 = P_3 = 10 + \left(1.5 \sqrt{1 + 3^2} \right) = 14.74 \text{ m}$$

$$R_2 = R_3 = \frac{18.38}{14.74} = 1.25 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q_2 &= Q_3 = \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} S_{0_2}^{1/2} = \frac{1}{0.035} (18.38) (1.25)^{2/3} (0.001)^{1/2} \\ &= 19.27 \text{ cms} \end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราการไหลรวมทั้งหน้าตัดมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = 185.20 + 19.27 + 19.27 \\ &= 233.74 \text{ cms} \end{aligned}$$

Ans

**7.5 พลังงานจำเพาะกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา
(Specific energy and steady rapidly varied flow)**

พิจารณาสมการพลังงานของการไหลในทางน้ำเปิด (สมการที่ 7.5) เหนือที่บ่งบอกถึงสภาวะของการไหลนั้นจะประกอบด้วย เหนือความเร็ว $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$ และ เหนือความดัน (y) ซึ่งผลรวมของทั้งสองส่วนนี้เรียกว่า **พลังงานจำเพาะ**

(Specific energy)

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad \text{----- (7.16)}$$

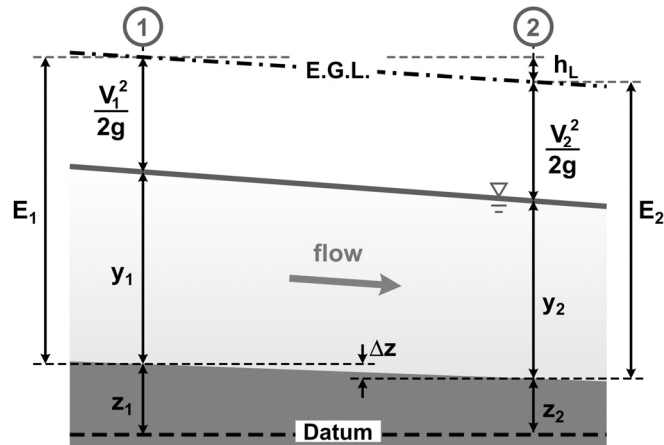
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad \text{----- (7.17)}$$

ดังนั้นสมการที่ 7.5 สามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$z_1 + E_1 = z_2 + E_2 + h_L \quad \text{----- (7.18)}$$

ซึ่งหากนำไปประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงสภาพการไหลในช่วงสั้นๆ จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) - h_L \quad \text{----- (7.19)}$$



รูปที่ 7.18 พลังงานจำเพาะของการไหลในทางน้ำเปิด

จากข้างต้นพลังงานจำเพาะ (E) ประกอบขึ้นจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการไหล และของไหลโดยเฉพาะ ดังนั้นหากนำมาวิเคราะห์กับการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง จะได้ว่า

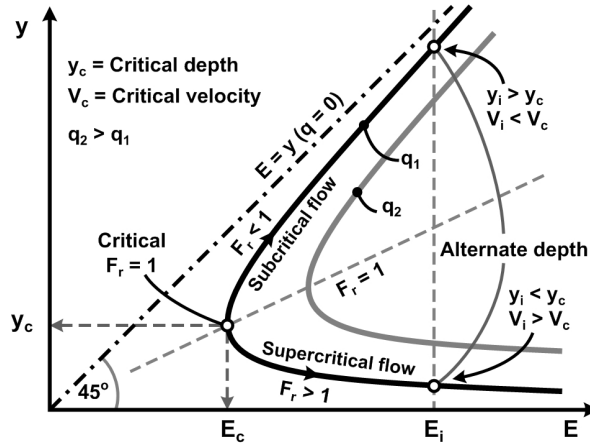
$$\begin{aligned} \text{เมื่อกำหนดให้} \quad q &= \frac{Q}{B} \quad (\text{อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง}) \\ &= \frac{VA}{B} = V \cdot y \\ V &= \frac{q}{y} \quad \text{----- (7.20)} \end{aligned}$$

จากสมการที่ 7.16

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$E = y + \frac{q^2}{2g \cdot y^2} \quad \text{----- (7.21)}$$

จาก q คงที่ ดังนั้นหากพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง E กับ y พบว่ากราฟความสัมพันธ์จะเป็นรูป Hyperbola ดังรูปที่ 7.19



รูปที่ 7.19 ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหล จะเห็นได้ว่า ที่ระดับพลังงานจำเพาะหนึ่งๆ ค่าความลึกของการไหลสามารถเป็นไปได้สองค่า (alternate depth) ดังรูปที่ 7.19 แต่จะมีเพียงจุดเดียวเท่านั้นที่ค่าพลังงานจำเพาะสัมพันธ์กับค่าความลึกเพียงหนึ่งค่า เราเรียกจุดนี้ว่า การไหลวิกฤต (critical flow) ซึ่งเราจะเรียกค่าความลึก และพลังงานจำเพาะที่จุดนี้ว่า ความลึกวิกฤต (critical depth : y_c) และพลังงานจำเพาะที่จุดวิกฤต (critical specific energy : E_c) ตามลำดับ

ในกรณีที่การไหลมีค่าความลึกมากกว่าความลึกวิกฤต ($y > y_c$) ซึ่งความเร็วของการไหลจะต่ำกว่าความเร็วที่จุดวิกฤต ($V < V_c$) เราจะเรียกการไหลลักษณะนี้ว่า การไหลต่ำกว่าวิกฤต (subcritical flow)

ในทางตรงกันข้ามการไหลมีค่าความลึกน้อยกว่าความลึกวิกฤต ($y < y_c$) ซึ่งความเร็วของการไหลจะมากกว่าความเร็วที่จุดวิกฤต ($V > V_c$) เราจะเรียกการไหลลักษณะนี้ว่า การไหลเหนือวิกฤต (supercritical flow)

จากสมการที่ 7.21 หากเราพิจารณาอนุพันธ์ของพลังงานจำเพาะเทียบกับความลึก จะได้ว่า

$$\frac{dE}{dy} = \frac{dy}{dy} + \frac{q^2}{2g} \cdot \frac{d}{dy} \left(\frac{1}{y^2} \right)$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{g} \cdot \left(\frac{1}{y^3} \right)$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} \quad \text{----- (7.22)}$$

จากสมการที่ 7.22 ที่จุดวิกฤต ค่าอนุพันธ์ของพลังงานจำเพาะเทียบกับความลึกจะมีค่าเท่ากับ 0 ฉะนั้นเมื่อแทนค่า $y = y_c$ จะทำให้ $\frac{dE}{dy} = 0$ จึงได้ว่า

$$0 = 1 - \frac{q^2}{g(y_c)^3}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad \text{----- (7.23)}$$

จากสมการที่ 7.2 ความลึกชลศาสตร์ของการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะมีค่าเท่ากับกับค่าความลึกของการไหล ($D = y$) เมื่อแทนค่าในสมการที่ 7.23 จะได้ว่า

$$D_c = \sqrt[3]{\frac{(V \cdot D_c)^2}{g}}$$

$$1 = \frac{(V \cdot D_c)^2}{g \cdot D_c^3} = \frac{V}{g \cdot D_c}$$

$$1 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot D_c}} = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y_c}} = F_{rc} \quad \text{----- (7.24)}$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ที่สภาวะการไหลแบบวิกฤต ค่าฟรูดแฮมเบอร์จะมีค่าเท่ากับ 1

จากสมการที่ 7.24 จะเห็นได้ว่า $V_c = \sqrt{gy_c}$ เมื่อนำไปแทนค่าในสมการที่ 7.16 จะได้ว่า

$$E_c = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{(\sqrt{gy_c})^2}{2g}$$

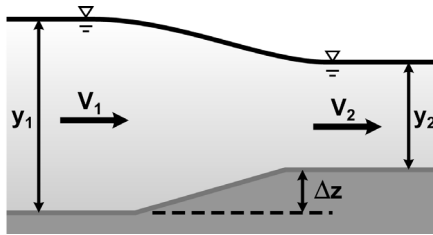
$$E_c = \frac{3}{2}y_c \quad \text{----- (7.25)}$$

หากพิจารณาที่สภาวะการไหลต่ำกว่าวิกฤต ซึ่ง $y > y_c; V < V_c$ จะส่งผลให้ $F_r < 1$ หรือสรุปได้ว่า ที่สภาวะการไหลต่ำกว่าวิกฤต ฟรูดแฮมเบอร์จะมีค่าน้อยกว่า 1

หากพิจารณาที่สภาวะการไหลเหนือวิกฤต ซึ่ง $y < y_c; V > V_c$ จะส่งผลให้ $F_r > 1$ หรือสรุปได้ว่า ที่สภาวะการไหลเหนือวิกฤต ฟรูดแฮมเบอร์จะมีค่ามากกว่า 1

ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลแปรเปลี่ยนแบบจับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (**Steady Rapidly Varied flow**) เราสามารถนำหลักการของพลังงานจำเพาะมาใช้ในวิเคราะห์ปัญหาได้โดย คำนวณค่าตัวแปรต่างๆ จากสมการ และตรวจสอบสภาวะการไหลที่ตำแหน่งต่างๆ ด้วยการวิเคราะห์จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะกับความลึก

ตัวอย่างที่ 7.4 ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m ความลึก y_1 เท่ากับ 1.55 m และความเร็ V_1 เท่ากับ 1.83 m/s หากทางด้านท้ายน้ำมีการยกพื้นขึ้น ลักษณะดังรูป



- ถ้า $\Delta z = 0.2$ m จงหาความลึก และความเร็วด้านท้ายน้ำ
- จงหาว่าสามารถยกพื้นสูงสุดได้เท่าไร โดยไม่ทำให้ความลึกด้านเหนือน้ำเกิดการเปลี่ยนแปลง (กำหนดให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก)

วิธีทำ ตรวจสอบสมภาวะการไหลที่หน้าตัดที่ 1 โดยการหาฟรูดนัมเบอร์ ซึ่งโจทย์ข้อนี้เป็นการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังนี้

$$F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{(1.83)}{\sqrt{g(1.55)}} = 0.47 < 1 \text{ แสดงว่าที่หน้าตัดที่ 1 การไหลเป็นแบบ Subcritical flow}$$

หาค่าความลึกวิกฤตของการไหลจาก $F_{rc} = 1 \Rightarrow \frac{V_c}{\sqrt{gy_c}} = 1$ ----- (1)

จาก $V = \frac{q}{y}$ ดังนั้น $V_c = \frac{q}{y_c}$ แทนใน (1)

$$\frac{q}{y_c} = \sqrt{gy_c}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \text{ ----- (2)}$$

จาก $q = v_1 y_1 = v_2 y_2 = v_i y_i$ แทนใน (2)

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(V_1 y_1)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(1.55 \times 1.83)^2}{g}}$$

$$y_c = 0.94 \text{ m}$$

พิจารณาจากสมการที่ 7.19 (ไม่มีการสูญเสียพลังงาน) จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) \text{ ----- (3)}$$

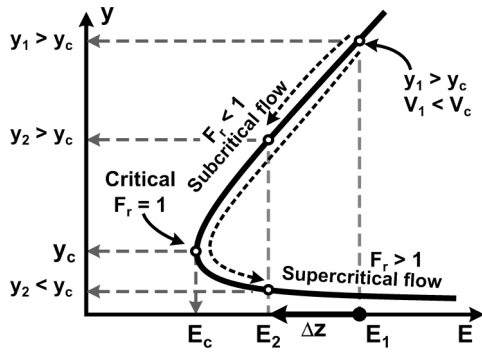
เนื่องจาก $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1.55 + \frac{(1.83)^2}{2g} = 1.72 \text{ m}$ และ $z_2 - z_1 = 0.2 \text{ m}$

แทนค่าใน (3) จะได้ $E_2 = 1.72 - 0.2 = 1.52 \text{ m}$

จาก $E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2g(y_2^2)} = y_2 + \frac{(V_1 y_1)^2}{2g(y_2^2)}$

เมื่อแทนค่า E_2 ลงไปจะได้ $1.52 = y_2 + \frac{(1.83 \times 1.55)^2}{2g \cdot (y_2^2)}$

แก้สมการจะได้ $y_2 = 1.76 \text{ m}$ และ 0.71 m

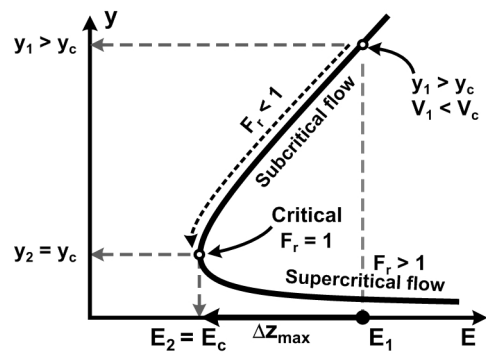


ในการหาคำตอบจำเป็นต้องวิเคราะห์จากพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงสภาวะการไหล โดยสามารถวิเคราะห์ได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะกับความลึกของการไหล ซึ่งจะเห็นว่า ที่ด้านเหนือน้ำ สภาวะการไหลเป็นแบบ ต่ำกว่าวิกฤต (subcritical flow : $y > y_c$) การที่ความลึกด้านท้ายน้ำจะลดลงจนกระทั่งต่ำกว่าความลึกวิกฤต (supercritical flow : $y < y_c$) ได้นั้น การไหลจะต้องผ่านสภาวะวิกฤตเสียก่อน ซึ่งจากโจทย์ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงระดับท้องทางน้ำ ไม่สามารถทำให้การไหลเข้าสู่สภาวะวิกฤตได้ ดังนั้นการไหลด้านท้ายน้ำจึงเป็นการไหลแบบต่ำกว่าวิกฤต ($y > y_c$)

∴ ความลึกของการไหลด้านท้ายน้ำ $y_2 = 1.76 \text{ m}$ Ans

จาก $q = v_1 y_1 = v_2 y_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 y_1}{y_2} = \frac{1.83 \times 1.55}{1.76}$
 $V_2 = 2.25 \text{ m/s}$ Ans

หากวิเคราะห์ได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะกับความลึกของการไหล ประกอบกับสมการพลังงานของการไหลในทางน้ำเปิด จะเห็นได้ว่าผลต่างของระดับท้องทางน้ำจะมากที่สุดเมื่อ $E_2 = E_c$ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ผลต่างของระดับท้องทางน้ำที่มากที่สุด จะต้องทำให้สภาวะการไหลด้านท้ายน้ำเป็นการไหลแบบวิกฤต



พิจารณาจากสมการที่ 7.19 จะได้ว่า

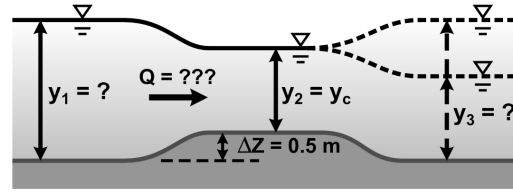
$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2)$$

$$\Delta z_{\max} = (E_1 - E_c) \quad \text{----- (4)}$$

จากสมการที่ 7.25 $E_c = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} (0.94)$ ----- (5)

แทน (5) ใน (4) $\Delta z_{\max} = (1.72) - \frac{3}{2} (0.94)$
 $\Delta z_{\max} = 0.31 \text{ m}$ Ans

ตัวอย่างที่ 7.5 ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m หากช่วงกลางทางน้ำมีการยกพื้นขึ้น จนทำให้เกิดการไหลแบบวิกฤต ($y_2=y_c$) ลักษณะดังรูป ความสูงของพื้นที่ถูกยกขึ้นเท่ากับ 0.50 m ถ้าไม่พิจารณาการสูญเสียพลังงาน จงหาค่าความลึกของน้ำด้านเหนือน้ำ และท้ายน้ำ เมื่อช่วงกลางของทางน้ำมีความลึก 0.9 m ($y_2=0.9$)



วิธีทำ เนื่องจากช่วงกลางของทางน้ำ การไหลเป็นแบบ critical flow

$$\begin{aligned} \therefore y_2 &= y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \\ 0.9 &= \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \\ q &= 2.674 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m} \\ \rightarrow V_2 &= \frac{q}{y_2} = \frac{2.674}{0.9} = 2.971 \text{ m/s} \end{aligned}$$

พิจารณาจากสมการที่ 7.19 ระหว่างจุดที่ 1 กับ 2 จะได้ว่า

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) \tag{1}$$

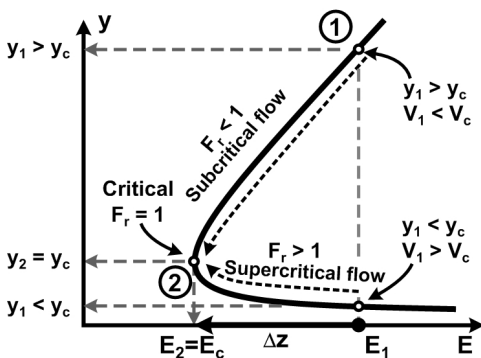
เนื่องจาก $E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 0.9 + \frac{(2.971)^2}{2g} = 1.350 \text{ m}$ และ $z_2 - z_1 = 0.5 \text{ m}$

แทนค่าใน (1) จะได้ $E_1 = 1.350 + 0.50 = 1.850 \text{ m}$

จาก $E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2g(y_1^2)}$

เมื่อแทนค่า E_1 ลงไปจะได้ $1.850 = y_1 + \frac{(2.674)^2}{2g \cdot (y_1^2)}$

แก้สมการจะได้ $y_1 = 0.525 \text{ m}$ และ 1.728 m



หากพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล และจากโจทย์ ความลึกด้านเหนือน้ำมากกว่าความลึกวิกฤต ดังนั้นความลึกด้านเหนือน้ำ y_1 ควรมีค่าเท่ากับ 1.728 m

Ans

พิจารณาจากสมการที่ 7.19 ระหว่างจุดที่ 2 กับ 3 จะได้ว่า

$$z_3 - z_2 = (E_2 - E_3) \quad \text{----- (3)}$$

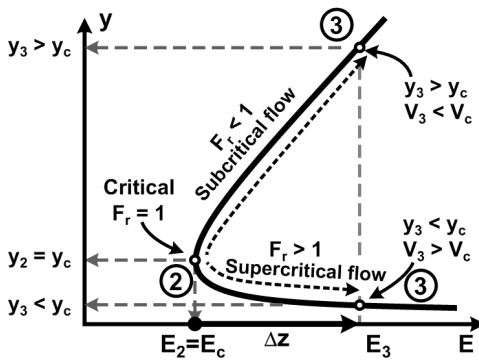
เนื่องจาก $E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 0.9 + \frac{(2.971)^2}{2g} = 1.350 \text{ m}$ และ $z_3 - z_2 = -0.5 \text{ m}$

แทนค่าใน (3) จะได้ $E_3 = 1.350 + 0.50 = 1.850 \text{ m}$

จาก $E_3 = y_3 + \frac{q^2}{2g(y_3^2)}$

เมื่อแทนค่า E_3 ลงไปจะได้ $1.850 = y_3 + \frac{(2.674)^2}{2g \cdot (y_3^2)}$

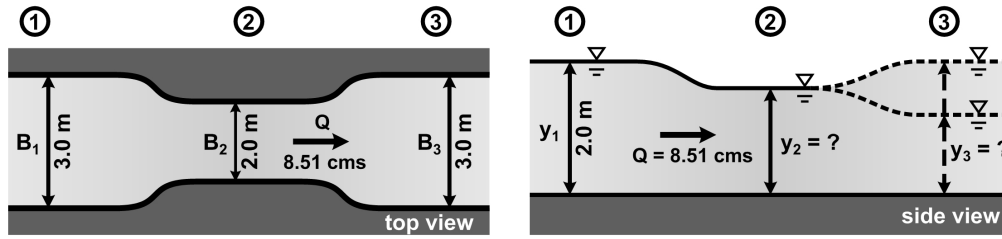
แก้สมการจะได้ $y_3 = 0.525 \text{ m}$ และ 1.728 m



หากพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล และจากโจทย์ สภาพด้านท้ายน้ำไม่สามารถบอกได้ว่าการไหลจะอยู่ในสภาวะใด เช่น ถ้าด้านท้ายน้ำเกิดการหนูนของน้ำ จนความลึกมากกว่าความลึกวิกฤต เป็นต้น จะส่งผลให้สภาวะการไหลด้านท้ายน้ำเป็นแบบ subcritical flow ความลึก y_3 จะมีค่าเท่ากับ 1.728 m แต่ถ้าด้านท้ายน้ำเกิดการไหลตกอย่างอิสระ หรือความลาดชันด้านท้ายน้ำสูง จะส่งผลให้สภาวะการไหลด้านท้ายน้ำเป็นแบบ supercritical flow ความลึก y_3 จะมีค่าเท่ากับ 0.525 m ดังนั้นจึงไม่มีคำตอบที่แน่นอน

Ans

ตัวอย่างที่ 7.6 ทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านเหนือน้ำ (B_1) กว้าง 3 m ช่วงกลาง (B_2) กว้าง 2.0 m และท้ายน้ำ (B_3) กว้าง 2.0 m ดังรูป ถ้าอัตราการไหล 8.51 cms ความลึกของน้ำด้านเหนือน้ำ y_1 เท่ากับ 2.0 m จงหาความลึกของน้ำบริเวณคอคอด (y_2) และความลึกด้านท้ายน้ำ (y_3) โดยไม่พิจารณาการสูญเสียพลังงาน



วิธีทำ หาความลึกวิกฤตบริเวณเหนือน้ำ และ ท้ายน้ำ เนื่องจากมีความกว้างเท่ากับดังนั้น

$$q_1 = q_3 = \frac{Q}{B_1} = \frac{Q}{B_3} = \frac{8.51}{3} = 2.8367 \text{ cms/m}$$

$$y_{c1} = y_{c3} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(2.8367)^2}{g}} = 0.936 \text{ m}$$

ดังนั้น ด้านเหนือน้ำการไหลมีสถานะเป็นแบบ subcritical flow ($y_1 > y_c$)

หาความลึกวิกฤตบริเวณคอคอด

$$q_2 = \frac{Q}{B_2} = \frac{8.51}{2} = 4.255 \text{ cms/m}$$

$$y_{c2} = \sqrt[3]{\frac{q_2^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(4.255)^2}{g}} = 1.227 \text{ m}$$

พิจารณาจากสมการที่ 7.19 ระหว่างจุดที่ 1 กับ 2 โดยไม่พิจารณาการสูญเสียพลังงานจะได้ว่า

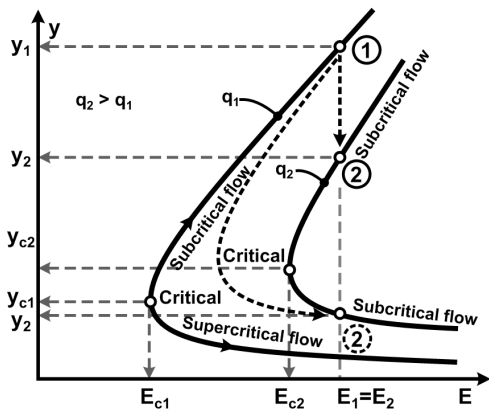
$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) \tag{1}$$

เนื่องจาก $E_1 = y_1 + \frac{q_1^2}{2g(y_1^2)} = 2.0 + \frac{2.8367^2}{2g(2.0^2)} = 2.1025 \text{ m}$

$$E_2 = y_2 + \frac{q_2^2}{2g(y_2^2)} = y_2 + \frac{4.255^2}{2g(y_2^2)} = y_2 + \frac{0.9228}{y_2^2} \quad \text{และ} \quad z_2 - z_1 = 0$$

แทนค่าใน (1) จะได้ $y_2 + \frac{0.9228}{y_2^2} = 2.1025$

$$y_2 = 1.8256 \text{ m และ } 0.8628 \text{ m}$$



จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล ซึ่งจะเห็นได้ว่า ที่ด้านเหนือน้ำ สถานะการไหลเป็นแบบ subcritical flow การที่สถานะการไหลบริเวณคอคอดจะเป็นแบบ supercritical flow ได้ั้น การไหลจะต้องผ่านสถานะ critical flow เสียก่อน ซึ่งจากโจทย์ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของทางน้ำ ไม่สามารถทำให้การไหลเข้าสู่สถานะ critical flow ได้ ดังนั้นคำตอบคือ การไหลคอคอดจึงเป็นแบบ subcritical flow : $y_2 = 1.8256 \text{ m}$

Ans

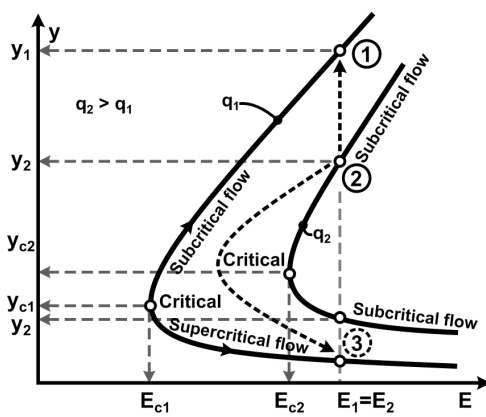
พิจารณาจากสมการที่ 7.19 ระหว่างจุดที่ 2 กับ 3 โดยไม่พิจารณาการสูญเสียพลังงานจะได้ว่า

$$z_3 - z_2 = (E_2 - E_3) \quad \text{----- (2)}$$

เนื่องจาก $E_2 = y_2 + \frac{q^2}{2g(y_2^2)} = 1.8256 + \frac{4.255^2}{2g(1.8256^2)} = 2.1025 \text{ m}$

$$E_3 = y_3 + \frac{q_3^2}{2g(y_3^2)} = y_2 + \frac{2.8367^2}{2g(y_3^2)} = y_3 + \frac{0.4101}{y_3} \quad \text{และ } z_3 - z_2 = 0$$

แทนค่าใน (2) จะได้ $y_3 + \frac{0.4101}{y_3} = 2.1025$
 $y_2 = 2.0000 \text{ m}$ และ 0.5070 m



จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล ซึ่งจะเห็นได้ว่า ที่คอคอด สถานะการไหลเป็นแบบ subcritical flow การที่สถานะการไหลบริเวณท้ายน้ำจะเป็นแบบ supercritical flow ได้นั้น การไหลจะต้องผ่านสถานะ critical flow เสียก่อน ซึ่งจากโจทย์ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของทางน้ำ ไม่สามารถทำให้การไหลเข้าสู่สถานะ critical flow ได้ ดังนั้นคำตอบคือ การไหลด้านท้ายน้ำจึงเป็นแบบ subcritical flow : $y_3 = 2.00 \text{ m}$

Ans

7.6 โมเมนต์ฟังก์ชันกับการไหลแปรเปลี่ยนแบบฉับพลันแต่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (Momentum function and steady rapidly varied flow)

จากสมการที่ 7.6

$$\frac{\Sigma F}{\gamma} = \left[y_1 A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} \right] - \left[y_2 A_2 + \frac{Q^2}{g A_2} \right]$$

กำหนดให้ **Momentum function (M)** = $\left[yA + \frac{Q^2}{gA} \right]$ ----- (7.26)

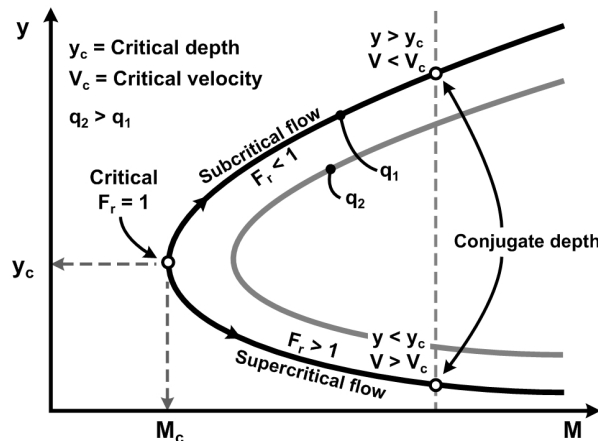
ดังนั้นสมการที่ 7.6 จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\Sigma F}{\gamma} = M_1 - M_2$$
 ----- (7.27)

หากพิจารณาการไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง Momentum function จะอยู่ในรูป

$$M = \left[\frac{b}{2} y^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y} \right]$$
 ----- (7.28)

จากสมการที่ 7.28 จะเห็นได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง โมเมนต์ฟังก์ชัน กับ ความลึกของการไหล จะมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงพาราโบลา ดังรูปที่ 7.20

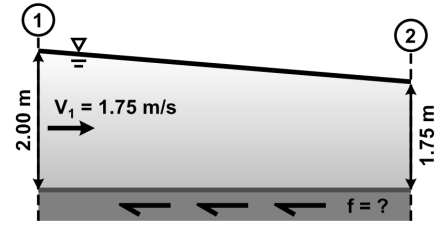


รูปที่ 7.20 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ฟังก์ชัน กับความลึกของการไหลในทางน้ำเปิดรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

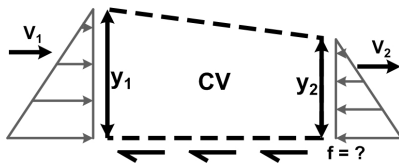
เช่นเดียวกับความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับความลึกของการไหล จะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่าง โมเมนต์ฟังก์ชัน กับความลึกของการไหล จะมีลักษณะคล้ายกับรูปทรงพาราโบลา โดยที่ระดับโมเมนต์ฟังก์ชันหนึ่งๆ ค่าความลึกของการไหลสามารถเป็นไปได้สองค่า (conjugate depth) ดังรูปที่ 7.20 แต่จะมีเพียงจุดเดียวเท่านั้นที่ค่าพลังงานจำเพาะสัมพันธ์กับค่าความลึกเพียงหนึ่งค่า ซึ่งก็คือที่ การไหลวิกฤต (**critical flow**)

ตัวอย่างที่ 7.7 การไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m ด้านเหนือน้ำที่จุดที่ 1 ความลึก y_1 เท่ากับ 2.0 m และความเร็ว V_1 เท่ากับ 1.75 m/s อย่างทราบค่า

- ถ้าความลึกด้านท้ายน้ำ y_2 เท่ากับ 1.75 m แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างจุดที่ 1 กับ 2 มีขนาดเท่าไร
- ถ้า แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นระหว่างจุดที่ 1 กับ 2 มีขนาดเท่ากับ 11.5 kN จงหาความลึกด้านท้ายน้ำ



วิธีทำ จากสมการที่ 7.27



$$\frac{\Sigma F}{\gamma} = M_1 - M_2$$

เนื่องจากมีผลของแรงเสียดทาน เป็นผลกระทบจากแรงภายนอกซึ่งไม่ได้เกิดจากของไหล $\Sigma F = f$

$$\frac{f}{\gamma} = M_1 - M_2 \quad \text{----- (1)}$$

ทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากสมการที่ 7.28 แทนค่าใน (1) จะได้ว่า

$$\frac{f}{\gamma_w} = \left[\frac{b}{2} y_1^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y_1} \right] - \left[\frac{b}{2} y_2^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y_2} \right] \quad \text{----- (2)}$$

$$= \left[\frac{(3)}{2} (2)^2 + \frac{(3)(2 \times 1.75)^2}{g} \cdot \frac{1}{(2)} \right] - \left[\frac{(3)}{2} (1.75)^2 + \frac{(3)(2 \times 1.75)^2}{g} \cdot \frac{1}{(1.75)} \right]$$

$$f = (7.873 - 6.734) \gamma_w = 11.173 \text{ kN} \quad \text{Ans}$$

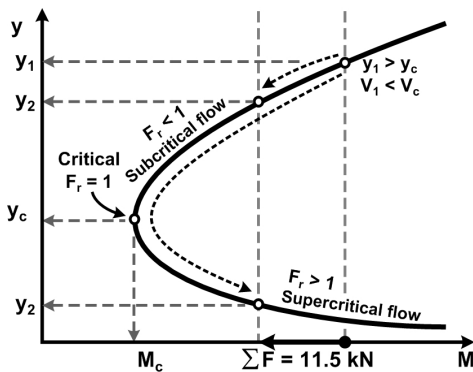
ถ้าแรงเสียดทาน $f = 11.5 \text{ kN}$ แทนค่าใน (2) จะได้

$$\frac{11.5 \times 10^3}{\gamma_w} = \left[\frac{(3)}{2} (2)^2 + \frac{(3)(2 \times 1.75)^2}{g} \cdot \frac{1}{(2)} \right] - \left[\frac{(3)}{2} y_2^2 + \frac{(3)(2 \times 1.75)^2}{g} \cdot \frac{1}{y_2} \right]$$

$$6.700 = \left[\frac{(3)}{2} y_2^2 + \frac{(3)(2 \times 1.75)^2}{g} \cdot \frac{1}{y_2} \right]$$

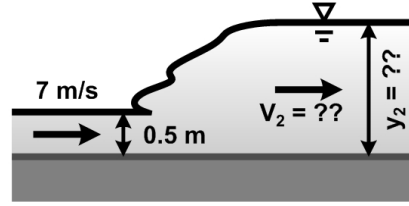
$$y_2 = 0.610 \text{ m และ } 1.741 \text{ m}$$

หาค่า $y_c = \sqrt[3]{\frac{(V_1 y_1)^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{(2 \times 1.75)^2}{g}} = 1.117 \text{ m}$



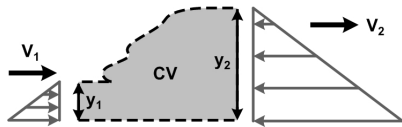
หากพิจารณาจากกราฟ ระหว่าง Momentum function กับ ความลึกของการไหล ความลึกด้านเหนือน้ำ $y_1 > y_c$ การไหลเป็นแบบ subcritical flow ดังนั้นคำตอบ $y_2 = 0.610 \text{ m}$ จึงไม่น่าเป็นไปได้ เนื่องจากการลดระดับลงของระดับน้ำในทางน้ำเกิดขึ้นแบบค่อยเป็นค่อยไป ไม่ได้ถูกบังคับให้เปลี่ยนโดยกะทันหัน และระหว่างทางไม่มีสิ่งใดทำให้สภาวะการไหลผ่านจุดวิกฤต ดังนั้นด้านท้ายน้ำควรเกิดสภาวะการไหลแบบ subcritical flow ($y_2 > y_c$) เพราะฉะนั้นคำตอบของข้อนี้คือ ความลึกด้านท้ายน้ำมีค่าเท่ากับ 1.741 m **Ans**

ตัวอย่างที่ 7.8 การไหลในทางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 3 m เกิดปรากฏที่เรียกว่า Hydraulic jump ลักษณะดังรูป ด้านเหนือหน้าความลึก y_1 เท่ากับ 0.4 m และความเร็ว V_1 เท่ากับ 7 m/s หากไม่พิจารณาผลจาแรงเสียดทาน จงหาความลึก และความเร็วด้านท้ายน้ำ พลังงานงานที่สูญเสียไประหว่างการเกิด Hydraulic jump มีค่าเท่าไร



วิธีทำ

จากสมการที่ 7.27 $\frac{\Sigma F}{\gamma} = M_1 - M_2$



เนื่องจากไม่พิจารณาผลของแรงเสียดทาน จึงไม่เกิดผลกระทบจากแรง

ภายนอก ดังนั้น $\Sigma F = 0$ จึงทำให้

$$M_1 = M_2 \quad \text{----- (1)}$$

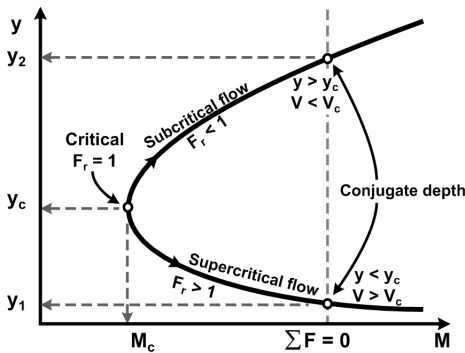
ทางน้ำเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จากสมการที่ 7.28 แทนค่าใน (1) จะได้ว่า

$$\left[\frac{b}{2} y_1^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y_1} \right] = \left[\frac{b}{2} y_2^2 + \frac{bq^2}{g} \cdot \frac{1}{y_2} \right]$$

$$\left[\frac{(3)}{2} (0.5)^2 + \frac{(3)(7 \times 0.5)^2}{g} \cdot \frac{1}{(0.5)} \right] = \left[\frac{(3)}{2} y_2^2 + \frac{(3)(7 \times 0.5)^2}{g} \cdot \frac{1}{y_2} \right]$$

$$[0.375 + 7.492] = \left[1.5y_2^2 + \frac{3.746}{y_2} \right]$$

$$y_2 = 2.00 \text{ m และ } 0.5 \text{ m}$$



หากพิจารณาจากกราฟ ระหว่าง Momentum function กับ ความลึกของการไหล ค่าตอบทั้งสองค่าคือคู่ conjugate depth และเนื่องจากการไหลไม่มีแรงภายนอกมากระทำ ค่าของ Momentum function จึงเท่าเดิม ค่าความลึก 0.5 ก็คือความลึกด้านเหนือน้ำ ดังนั้นในสถานการณ์ที่เกิด Hydraulic jump ความลึกด้านท้ายน้ำจะมากกว่าเสมอ เพราะฉะนั้นคำตอบของข้อนี้คือ ความลึกด้านท้ายน้ำมีค่าเท่ากับ 2.00 m

$$V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{(7 \times 0.5)}{(2.00)} = 1.75 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

พิจารณาสมการที่ 7.19

$$z_2 - z_1 = (E_1 - E_2) - h_L$$

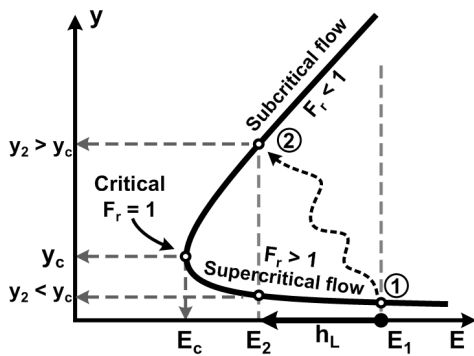
เนื่องจากท้องทางน้ำอยู่ในแนวระดับ $\therefore \rightarrow z_2 - z_1 = 0$

$$h_L = (E_1 - E_2) \quad \text{----- (2)}$$

$$\therefore E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.5 + \frac{(7)^2}{2g} = 2.9975 \text{ m}$$

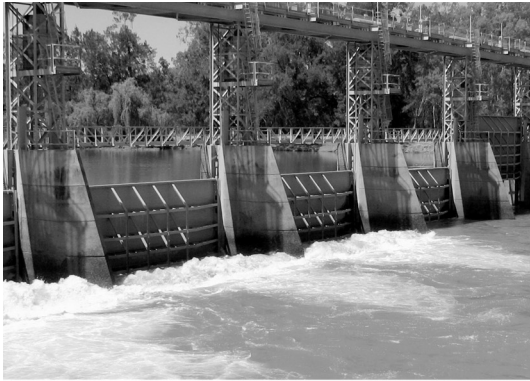
$$\therefore E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 2.00 + \frac{(1.75)^2}{2g} = 2.1561 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 \text{แทนค่าใน (2)} \quad h_L &= (2.9975) - (2.1561) \\
 &= 0.8414 \text{ m} \qquad \text{Ans}
 \end{aligned}$$



เมื่อพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจำเพาะ กับ ความลึกของการไหล พฤติกรรมของการเกิดปรากฏการณ์ Hydraulic jump การไหลจะเปลี่ยนสภาวะจาก supercritical flow ไปเป็น subcritical flow อย่างฉับพลัน โดยไม่ผ่านจุดวิกฤต ซึ่งในระหว่างช่วงระยะทางของการเปลี่ยนแปลงนั้น จะมีพลังงานส่วนหนึ่งสูญเสียไป

ปรากฏการณ์ **Hydraulic jump** เป็นปรากฏการณ์ที่สามารถพบเห็นได้ทั่วไป เช่นการไหลบริเวณท้ายเขื่อน หรือ ประตูน้ำ (รูปที่ 7.21 ก) การไหลในอ่างสลายพลังงาน (รูปที่ 7.21 ข) หรือแม้กระทั่งการไหลในทางน้ำธรรมชาติ (รูปที่ 7.21 ค) ปรากฏการณ์ hydraulic jump นี้จะเกิดขึ้นในจุดที่การไหลเปลี่ยนแปลงสถานะจากการไหลแบบเหนือวิกฤต (supercritical flow) ไปเป็นการไหลแบบต่ำกว่าวิกฤต (subcritical flow) โดยจะไม่ผ่านสถานะการไหลแบบวิกฤต (critical flow) ในระหว่างช่วงของการเปลี่ยนแปลงนั้น ระดับน้ำจะเพิ่มขึ้นอย่างกะทันหัน การไหลจะมีความปั่นป่วนมาก (turbulent) เกิดกระการไหลแบบหมุนวน (eddy current) ซึ่งเป็นเหตุให้เกิดการสูญเสียพลังงานขึ้นระหว่างช่วงของการเปลี่ยนแปลง



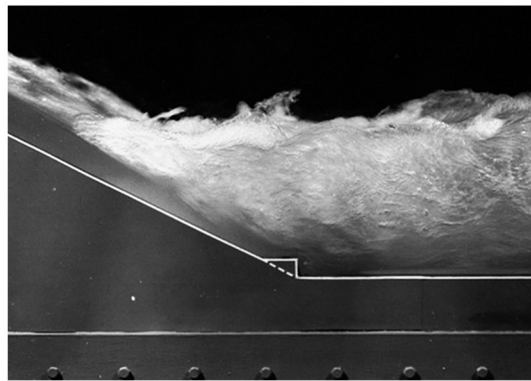
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

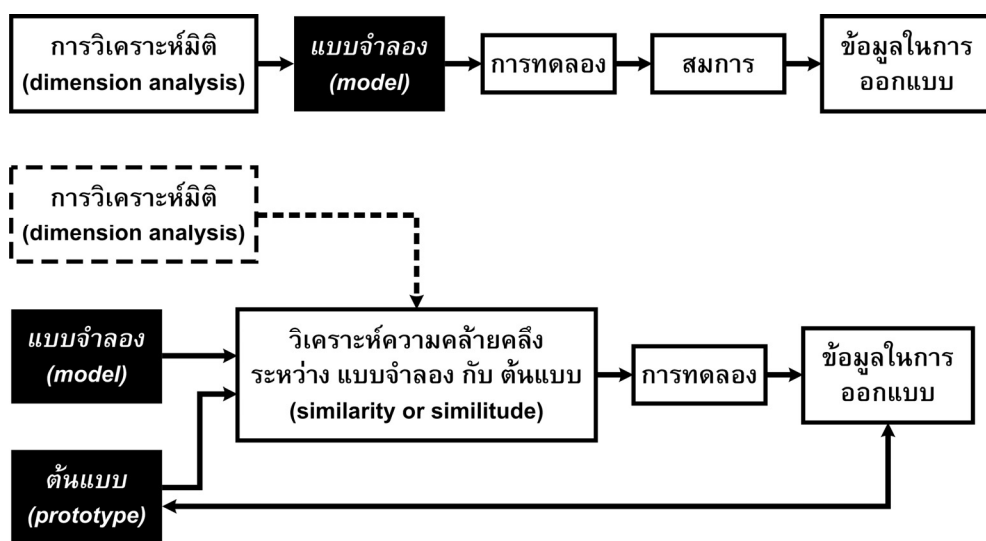
รูปที่ 7.21 Hydraulic jump

ในงานด้านวิศวกรรม หากเราศึกษาพฤติกรรมของการเกิด Hydraulic jump และสามารถควบคุมได้ เราก็จะสามารถใช้ประโยชน์จากปรากฏการณ์นี้ได้เช่น การสลายพลังงานของน้ำที่ไหลผ่านทางระบายน้ำล้น (spillway) ซึ่งเป็นการไหลในสถานะเหนือวิกฤต ที่มีพลังงานและความเร็วในการไหลสูงมาก หากปล่อยน้ำในสภาวะดังกล่าวลงสู่ทางน้ำธรรมชาติ พลังงานที่มากับน้ำนั้นจะถูกถ่ายเทสู่ทางน้ำด้านท้ายน้ำโดยตรง ซึ่งทำให้บริเวณท้องน้ำ และตลิ่งจะถูกกัดเซาะอย่างรุนแรง จนอาจก่อให้เกิดความเสียหายต่อตัวอาคารชลศาสตร์บริเวณนั้น หรือชุมชนที่อยู่ด้านท้ายน้ำได้ ดังนั้น ก่อนที่จะระบายน้ำลงสู่ทางน้ำธรรมชาติ เราจะต้องสลายพลังงานโดยการควบคุมให้เกิด hydraulic jump ในอ่างสลายพลังงาน (stilling basin) เพื่อลดพลังงานที่มากับน้ำและความเร็วของกระแสทำให้เหลือน้อยที่สุด (ต่ำกว่าวิกฤต) ก่อนที่จะปล่อยลงสู่ทางน้ำธรรมชาติต่อไป

บทที่ 8

การวิเคราะห์มิติ และความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์

ในบางครั้งการวิเคราะห์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล โดยอาศัยหลักการทาง ฟิสิกส์ และ คณิตศาสตร์ อาจมีความซับซ้อน หรือยากเกินกว่าที่จะอธิบายให้เห็นเป็นรูปธรรมได้ จึงต้องอาศัยการทดลองในห้องปฏิบัติการจำลองสถานการณ์ที่อาจจะเกิดขึ้น เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ปัญหาต่อไปได้ ดังนั้นเนื้อหาในบทนี้ จะเป็นการกล่าวถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงมิติ เพื่อนำไปสู่การออกแบบการทดลอง หรือการจำลองสถานการณ์ให้สอดคล้องกับความเป็นจริงที่จะเกิดขึ้นจริง โดยจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสองลักษณะคือ การวิเคราะห์มิติ (Dimension analysis) และ การวิเคราะห์ความคล้ายคลึง (Similarity or Similitude)



รูปที่ 8.1 แผนภูมิความเชื่อมโยงระหว่างแบบจำลอง กับต้นแบบ

8.1 การวิเคราะห์มิติ (Dimension analysis)

การวิเคราะห์มิติ เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ศึกษาเกี่ยวกับมิติ และหน่วย ของตัวแปรต่างๆ เพื่อใช้แก้ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของไหลซึ่งทฤษฎีการไหลอื่นๆ ไม่สามารถอธิบายได้ หรืออธิบายได้ยาก โดยจะช่วยให้เข้าใจถึงปรากฏการณ์ของการไหล และทำนายตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในรูปของตัวแปรไร้มิติ และเมื่อนำมาวิเคราะห์ร่วมกับข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัด หรือทำการทดลอง จะสามารถสรุปออกมาเป็นสูตรหรือสมการทั่วไปได้ นอกจากนี้ยังช่วยให้เราทราบถึงแนวทางในออกแบบการทดลอง หรือการทดสอบแบบจำลองของตัวต้นแบบทางชลศาสตร์อีกด้วย

8.1.1 มิติ และหน่วย (Dimension and Unit)

เพื่อให้เข้าใจในหลักการของการวิเคราะห์ จะขอกล่าวถึงความหมายของคำว่า มิติและหน่วยเสียก่อน

มิติ (Dimension)

มิติ หมายถึง คุณสมบัติทางกายภาพของสสาร ซึ่งสามารถระบุได้ในเชิงปริมาณ เช่น ความยาว น้ำหนัก มวล แรง ฯลฯ เป็นต้น ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

- มิติปฐมภูมิ หรือ มิติพื้นฐาน (Primary Dimensions or Basic Dimensions) หมายถึง มิติของตัวแปรพื้นฐานที่ไม่สามารถแยกเป็นมิติอื่นได้อีก และไม่ขึ้นอยู่กับมิติอื่น ๆ ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงปริมาณที่ที่สสารแสดงออกมาโดยตรง ในวิชา กลศาสตร์ของของไหลจะใช้มิติพื้นฐาน 4 ตัว ดังนี้

มวล (Mass)	สัญลักษณ์ที่ใช้คือ M
ความยาว (Length)	สัญลักษณ์ที่ใช้คือ L
เวลา (Time)	สัญลักษณ์ที่ใช้คือ T
อุณหภูมิ (Temperature)	สัญลักษณ์ที่ใช้คือ θ

- มิติทุติยภูมิ (Secondary Dimensions) เป็นมิติที่เกิดจากการรวมกันของมิติปฐมภูมิ ซึ่งตัวแปรจะแสดงค่ามิติ ตามที่ถูกระบุขึ้นจาก นิยาม หรือทฤษฎี เช่น ปริมาตร เกิดจาก ความกว้าง (L) \times ความยาว (L) \times ความสูง (L) ดังนั้น ปริมาตร จึงมีมิติเป็น L^3 หรือ ความเร็ว คือ ระยะทางที่เปลี่ยนไป (L) ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (T) ดังนั้น ความเร็ว จึงมีมิติเป็น L/T เป็นต้น

หน่วย (Unit)

หน่วย หมายถึง ลักษณะนามที่ใช้ระบุถึงปริมาณของมิติที่แสดงออกมา ซึ่งทั่วโลกได้มีการกำหนดระบบหน่วยในการวัดขึ้นมาหลายระบบ แต่ระบบหน่วยสากลที่นิยมใช้มากที่สุดในปัจจุบันมี 2 ระบบ คือ

- System International Unit หรือที่เรียกว่า “ระบบ SI” ตัวย่อ SI ซึ่งสำหรับมิติพื้นฐาน จะมีหน่วยดังนี้

มวล (Mass)	หน่วยคือ	กิโลกรัม (kg)
ความยาว (Length)	หน่วยคือ	เมตร (m)
เวลา (Time)	หน่วยคือ	วินาที (s)
อุณหภูมิ (Temperature)	หน่วยคือ	เคลวิน (K)

- British Gravitational System หรือที่เรียกว่า “ระบบอังกฤษ” ตัวย่อ BG ซึ่งสำหรับมิติพื้นฐาน จะมีหน่วยดังนี้

มวล (Mass)	หน่วยคือ	สลัก (Slug)
ความยาว (Length)	หน่วยคือ	ฟุต (ft)
เวลา (Time)	หน่วยคือ	วินาที (sec)
อุณหภูมิ (Temperature)	หน่วยคือ	แรนไคน์ (R)

ในเอกสารการฉบับนี้จะใช้ระบบ SI เป็นหลัก

ตารางที่ 8.1 ตั้งอย่างมิติ และหน่วยของตัวแปรต่างๆ

Variable	Dimensions		Unit	
	M-L-T- θ	F-L-T- θ	SI	BG
Mass	M^1	M^1	kg : <i>kilogram</i>	slug : <i>slug</i>
Length	L^1	L^1	m : <i>meter</i>	ft : <i>foot</i>
Time	T^1	T^1	s : <i>second</i>	sec : <i>second</i>
Temperature	θ^1	θ^1	K : <i>kelvin</i>	R : <i>rankine</i>
Force	$M^1 L^1 T^{-2}$	F^1	kg / m s ² ; N : <i>newton</i>	slug / ft sec ² ; lb : <i>pound</i>
Angle	-	-	rad : <i>radian</i>	rad : <i>radian</i>
Area	L^2	L^2	m ²	ft ²
Volume	L^3	L^3	m ³	ft ³
Moment of inertia (area)	L^4	L^4	m ⁴	ft ⁴
Moment of inertia (mass)	$M^1 T^2$	$F^1 L^1 T^2$	kg m ²	slug ft ²
Velocity	$L^1 T^{-1}$	$L^1 T^{-1}$	m / s	ft / sec
Angular velocity	T^{-1}	T^{-1}	rad / s	rad / s
Acceleration	$L^1 T^{-2}$	$L^1 T^{-2}$	m / s ²	ft / sec ²
Angular acceleration	T^{-2}	T^{-2}	rad / s ²	rad / s ²
Volume flowrate	$L^3 T^{-1}$	$L^3 T^{-1}$	m ³ / s	ft ³ / sec
Frequency	T^{-1}	T^{-1}	cycle / s : <i>hertz</i>	cycle / sec
Density	$M^1 L^{-3}$	$F^1 L^{-3} T^2$	kg / m ³ ;	slug / ft ³
Specific weight	$M^1 L^{-2} T^{-2}$	$F^1 L^{-3}$	kg / (m ² s ²) ; N / m ³	slug / (ft ² sec ²) ; lb / ft ³
Dynamic Viscosity	$M^1 L^{-1} T^{-1}$	$F^1 L^{-2} T^1$	kg / (m s) ; (N s) / m ²	ft sec ; (lb sec) / ft ²
Kinematic viscosity	$L^2 T^{-1}$	$L^2 T^{-1}$	m ² / s	ft ² / sec
Surface tension	$M^1 T^{-2}$	$F^1 L^{-1}$	kg / s ² ; N / m	slug / sec ² ; lb / m
Bulk modulus	$M^1 L^{-1} T^{-2}$	$F^1 L^{-2}$	kg / (m s ²) ; N / m ²	slug / (ft sec ²) ; lb / ft ²
Modulus of elasticity	$M^1 L^{-1} T^{-2}$	$F^1 L^{-2}$	kg / (m s ²) ; N / m ²	slug / (ft sec ²) ; lb / ft ²
Moment of force , Torque	$M^1 L^2 T^{-2}$	$F^1 L^1$	kg m ² / s ² ; N m	slug ft ² / sec ² ; lb ft
Work , Energy	$M^1 L^2 T^{-2}$	$F^1 L^1$	(kg m ²) / s ² ; N m : <i>Joule</i>	(slug ft ²) / sec ² ; lb ft
Energy head	L^1	L^1	m	ft
Pressure	$M^1 L^{-1} T^{-2}$	$F^1 L^{-2}$	kg / (m s ²) ; N / m ² : <i>Pascal</i>	slug / (ft sec ²) ; lb / ft ²
Stress , Shear stress	$M^1 L^{-1} T^{-2}$	$F^1 L^{-2}$	kg / (m s ²) ; N / m ²	slug / (ft sec ²) ; lb / ft ²
Power	$M^1 L^2 T^{-3}$	$F^1 L^1 T^{-1}$	kg / (m ² s ³) ; (N m) / s : <i>Watt</i>	(slug ft ²) / sec ³ ; (lb ft) / sec

8.1.2 การวิเคราะห์มิติโดยวิธี บักกิงแฮมพาย (Dimension analysis by Buckingham Pi Theorem)

เป็นทฤษฎีที่ใช้วิเคราะห์พจน์ของตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless terms) ซึ่งเป็นวิธีที่นักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ Edgar Buckingham ได้เป็นผู้พัฒนาขึ้น โดยใช้สัญลักษณ์ π (Pi) แทนพจน์ของตัวแปรไร้มิติที่วิเคราะห์ขึ้นมาจากตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่พิจารณา โดยขั้นตอนในการวิเคราะห์สามารถสรุปได้ดังนี้

- 1) รวบรวมตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทั้งหมด (จำนวน k ตัว) โดยหลักในการพิจารณาจะจำแนกตัวแปรออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้
 - กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับขนาด และรูปร่าง เช่น ความยาว (l) เส้นผ่าศูนย์กลาง (D) ความกว้าง (B) ความสูง (h) พื้นที่หน้าตัด (A) ปริมาตร (V) เป็นต้น
 - กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนาแน่น (ρ) ความหนืด (μ) น้ำหนักจำเพาะ (γ) เป็นต้น
 - กลุ่มตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับอิทธิพลภายนอกที่เกี่ยวข้องกับการไหล เช่น ความดัน (P) ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) ความเร็ว (V) แรงกระทำ (F) เป็นต้น

ทั้งนี้ตัวแปรที่รวบรวมได้จะต้องไม่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่น เช่น น้ำหนักจำเพาะ (γ) เกิดจากผลคูณระหว่างความหนาแน่น (ρ) กับ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง (g) ดังนั้นในการคัดเลือกตัวแปรสามารถทำได้สองแบบคือ เลือก น้ำหนักจำเพาะ เพียงตัวเดียว หรือเลือก ความหนาแน่น และ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

- 2) วิเคราะห์มิติของตัวแปรโดยใช้ระบบ FLT θ หรือ MLT θ (เลือกแบบใดแบบหนึ่ง) และนับจำนวนมิติอ้างอิง (Reference dimension) ซึ่งก็คือมิติพื้นฐานที่ประกอบขึ้นเป็นตัวแปรทั้งหมด (จำนวน r ตัว)

ตัวอย่างเช่น ถ้าปัญหาประกอบด้วยตัวแปรดังต่อไปนี้ โดยใช้ระบบ MLT θ

เส้นผ่าศูนย์กลาง (D)	มิติคือ	L^1
ความหนืด (μ)	มิติคือ	$M^1 L^{-1} T^{-1}$
ความหนาแน่น (ρ)	มิติคือ	$M^1 L^{-3}$
ความเร็ว (V)	มิติคือ	$L^1 T^{-1}$
ความดัน (P)	มิติคือ	$M^1 L^{-1} T^{-2}$

ดังนั้น จะเห็นได้ว่าตัวแปรทั้งหมดประกอบขึ้นจากมิติอ้างอิงคือ M L และ T ซึ่งเท่ากับ 3 ตัว ($r = 3$)

- 3) เลือกตัวแปรซ้ำ (Repeating variable) จากตัวแปรทั้งหมด ให้มีจำนวนเท่ากับจำนวนของมิติอ้างอิง โดยตัวแปรซ้ำที่เลือกมานั้น เมื่อนำมิติทั้งหมดมารวมกันจะต้องมีองค์ประกอบของมิติอ้างอิงครบทุกตัว (เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ ตัวแปรซ้ำแต่ละตัวที่ทำการเลือกควรมีมิติน้อยที่สุด)

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาจากตัวอย่างก่อนหน้า มิติอ้างอิงประกอบด้วย M L และ T ดังนั้นจะต้องเลือกตัวแปรซ้ำ 3 ตัว ($r = 3$) ในที่นี้สามารถเลือก เส้นผ่าศูนย์กลาง (D) ความหนาแน่น (ρ) และความเร็ว (V) เพราะมิติของตัวแปรทั้งสามประกอบขึ้นจากมิติอ้างอิงครบทุกตัว หรืออาจจะเลือก ความหนืด (μ) ความดัน (P) และ เส้นผ่าศูนย์กลาง (D) ก็ได้

- 4) สร้างพจน์ของตัวแปรไร้มิติ หรือ พายเทอม (π -term) ด้วยการผสมตัวแปรซ้ำทุกตัวกับตัวแปรที่เหลืออยู่ทีละตัว แล้วทำการปรับเลขชี้กำลังของตัวแปรซ้ำจนกระทั่งพจน์ของตัวแปรนั้นไร้มิติ ซึ่งจะเห็นได้ว่าจำนวนของพจน์ไร้มิตินั้นจะเท่ากับ $k - r$ พจน์

ตัวอย่างเช่น เมื่อพิจารณาจากตัวอย่างก่อนหน้า มีตัวแปรทั้งหมด 5 ตัว ($k = 5$) ตัวแปรทั้งหมดประกอบด้วยมิติอ้างอิง 3 ตัว ($r = 3$) หากเลือก เส้นผ่าศูนย์กลาง (D) ความหนาแน่น (ρ) และความเร็ว (V) เป็นตัวแปรซ้ำ ตัวแปรที่เหลืออยู่คือ ความหนืด (μ) และ ความดัน (P) ดังนั้นจะมีพจน์ของตัวแปรไร้มิติทั้งหมด 2 พจน์ ($n = k - r = 5 - 3$) โดยพจน์ของตัวแปรไร้มิติจะมีลักษณะดังนี้

$$\pi_1 = \mu \cdot D^a \rho^b V^c \quad ; \quad \pi_2 = P \cdot D^d \rho^e V^f$$

โดยค่าของ a b c d e และ f จะต้องทำให้มิติของ π -term เท่ากับ 1 หรือไม่มีมิติ ($\pi_i : M^0 L^0 T^0 = 1$)

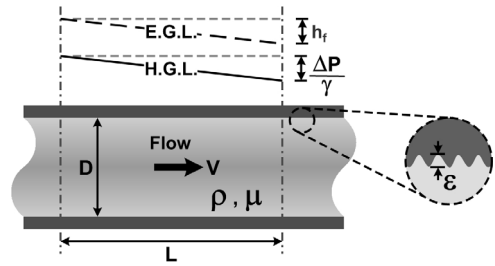
- 5) หลังจากได้พจน์ของตัวแปรไร้มิติมาแล้ว เราสามารถผันรูปของตัวแปรให้เหมาะสมกับรูปแบบของการทดลอง การเก็บข้อมูล หรือรูปแบบของพจน์ตัวแปรที่เราคุ้นเคยได้ โดยกระบวนการผันรูปของพจน์ตัวแปรไร้มิตินั้นต้องสามารถคงสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรเอาไว้ได้ เช่น
- การยกกำลังหรือถอดราก การยกกำลังหรือถอดรากของพจน์ตัวแปรไร้มิติจะไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรแต่อย่างใด
 - การคูณหรือหารด้วยค่าคงที่ ถ้านำค่าคงที่ซึ่งไม่มีมิติมาคูณหรือหารกับพจน์ตัวแปรไร้มิติจะไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติของพจน์ตัวแปรแต่อย่างใด
 - การนำพจน์ไร้มิติสองพจน์มาคูณหรือหารกัน เนื่องจากพจน์ตัวแปรไร้มิติทั้งสองตัวไม่มีมิติ ดังนั้นการนำมาคูณหรือหารกัน จึงไม่มีผลต่อสถานะไร้มิติ

- 6) หาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ตัวแปรไร้มิติ

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n) = 0$$

ความสัมพันธ์จะได้จากการเก็บข้อมูลจากการทดลอง

ตัวอย่างที่ 8.1 จงวิเคราะห์เพื่อหาพจน์ไร้มิติของปัญหา การลดลงของความดันในท่อหนึ่งหน่วยความยาว ($\Delta P/l$) ซึ่งขึ้นอยู่กับเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ (D) ความหนาแน่นของของเหลว (ρ) Dynamic Viscosity (μ) และความเร็วเฉลี่ยของการไหลในท่อ (V) และความหยาบผิวของผนังท่อ (ϵ)



วิธีทำ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปร่างประกอบด้วย $\Rightarrow D, \epsilon$
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของไหลประกอบด้วย $\Rightarrow \rho, \mu$
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยภายนอกประกอบด้วย $\Rightarrow \frac{\Delta P}{l}, V, g$

จำนวนตัวแปรทั้งหมดเท่ากับ 6 ตัว ($k = 6$)

พิจารณามิติของตัวแปรทั้งหมดโดยใช้ระบบ MLT θ ในการวิเคราะห์

$$\begin{aligned}
 D &: L^1 & \epsilon &: L^1 \\
 \rho &: M^1 L^{-3} & \mu &: M^1 L^{-1} T^{-1} \\
 \frac{\Delta P}{l} &: M^1 L^{-2} T^{-2} & V &: L^1 T^{-1} & g &: L^1 T^{-2}
 \end{aligned}$$

มิติอ้างอิงประกอบด้วย M L และ T ($r = 3$) เลือกตัวแปรซ้ำให้เท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง $\Rightarrow D, \rho, V$

ตัวแปรที่เหลืออยู่คือ $\Rightarrow \epsilon, \mu, \frac{\Delta P}{l}, g$ ดังนั้นพจน์ของตัวแปรไร้มิติจึงมีทั้งหมด 4 พจน์ ($k-r = 4$)

วิเคราะห์มิติของพจน์ไร้มิติ (π -term)

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= \epsilon \cdot D^a \rho^b V^c \doteq [L^1] \cdot [L^1]^a [M^1 L^{-3}]^b [L^1 T^{-1}]^c \\
 \left. \begin{aligned}
 M \rightarrow M^{(0+0+b \cdot 0)} &= M^0 \rightarrow b=0 \\
 L \rightarrow L^{(1+a-3 \cdot b+c)} &= L^0 \rightarrow a+c=-1 \\
 T \rightarrow T^{(0+0+0-c)} &= T^0 \rightarrow c=0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1 \\
 \therefore \pi_1 &= \frac{\epsilon}{D}
 \end{aligned}$$

$$\pi_2 = \mu \cdot D^d \rho^e v^f \doteq [M^1 L^{-1} T^{-1}] \cdot [L^1]^d [M^1 L^{-3}]^e [L^1 T^{-1}]^f$$

$$\left. \begin{aligned} M \rightarrow M^{(1+0+e+0)} &= M^0 \rightarrow e = -1 \\ L \rightarrow L^{(-1+d-3e+f)} &= L^0 \rightarrow d+f = -2 \\ T \rightarrow T^{(-1+0+0-f)} &= T^0 \rightarrow f = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = -1$$

$$\therefore \pi_2 = \frac{\mu}{\rho v D} \Rightarrow \frac{\rho v D}{\mu}$$

$$\pi_3 = \frac{\Delta P}{\ell} \cdot D^g \rho^h v^i \doteq [M^1 L^{-2} T^{-2}] \cdot [L^1]^g [M^1 L^{-3}]^h [L^1 T^{-1}]^i$$

$$\left. \begin{aligned} M \rightarrow M^{(1+0+h+0)} &= M^0 \rightarrow h = -1 \\ L \rightarrow L^{(-2+g-3h+i)} &= L^0 \rightarrow g+i = -1 \\ T \rightarrow T^{(-2+0+0-i)} &= T^0 \rightarrow i = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g = 1$$

$$\therefore \pi_3 = \frac{\left(\frac{\Delta P}{\ell}\right) \cdot D}{\rho v^2}$$

$$\pi_4 = g \cdot D^j \rho^k v^n \doteq [L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^j [M^1 L^{-3}]^k [L^1 T^{-1}]^n$$

$$\left. \begin{aligned} M \rightarrow M^{(0+0+k+0)} &= M^0 \rightarrow k = 0 \\ L \rightarrow L^{(1+j-3k+n)} &= L^0 \rightarrow j+n = -1 \\ T \rightarrow T^{(-2+0+0-n)} &= T^0 \rightarrow n = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow j = 1$$

$$\therefore \pi_4 = \frac{gD}{v^2} \Rightarrow \frac{v^2}{gD}$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$\phi \left\{ \frac{\varepsilon}{D}, \frac{\rho v D}{\mu}, \frac{\left(\frac{\Delta P}{\ell}\right) \cdot D}{\rho v^2}, \frac{v^2}{gD} \right\} = 0 \quad \underline{\text{Ans}}$$

หากพิจารณาจากสมการการสูญเสียพลังงานหลักของการไหลในท่อ $\Rightarrow h_f = f \frac{\ell}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$

h_f คือการสูญเสียเฮด ซึ่งถ้าท่อในแนวระดับมีเส้นผ่านศูนย์กลางคงที่ $\Rightarrow h_f = \frac{\Delta P}{\gamma}$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{\ell}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \Rightarrow 2 \cdot \frac{\left(\frac{\Delta P}{\ell}\right) \cdot D}{\rho v^2} = f$$

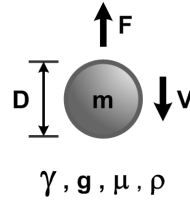
ซึ่งจากทฤษฎีกล่าวไว้ว่า $f \propto \left(R_e, \frac{\varepsilon}{D} \right)$

จากการวิเคราะห์มิติ จะเห็นได้ว่า $\Rightarrow \pi_3 = \frac{\rho V D}{\mu} = R_e$

และ $\Rightarrow \pi_4 = \frac{g D}{V^2} \Rightarrow \frac{V^2}{g D} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{g D}} = F_r$ (Froude number)

ดังนั้นจึงสามารถสรุปใหม่ ได้ว่า $f = \phi \left\{ \frac{\varepsilon}{D}, R_e, F_R \right\}$

ตัวอย่างที่ 8.2 วัตถุทรงกลมมวล m เส้นผ่าศูนย์กลาง D กำลังจมลงในของเหลวที่มีค่าน้ำหนักจำเพาะ γ ค่าความหนืด μ เนื่องจากผลของแรงต้าน (Drag force) ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เท่ากับ V จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ให้อยู่ในรูปของพจน์ตัวแปรไร้มิติ



- F = Drag force
- m = มวลของวัตถุ
- V = ความเร็วของการตกอิสระ
- D = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ
- g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
- ρ = ความหนาแน่นของของไหล
- γ = น้ำหนักจำเพาะของของไหล
- μ = ความหนืดของของไหล

วิธีทำ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ

- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง เช่น D
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของของไหล เช่น ρ, μ, γ
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับอิทธิพลภายนอก เช่น m, V, g, F

แต่เนื่องจาก $\gamma = \rho g$ จึงตัด ρ, g ออก ใช้ γ แทน ดังนั้นจะเหลือตัวแปรทั้งหมด 6 ตัว

พิจารณามิติของตัวแปรทั้งหมดโดยใช้ระบบ MLT θ ในการวิเคราะห์

D : L¹

γ : M¹L⁻²T⁻² μ : M¹L⁻¹T⁻¹

m : M¹ V : L¹T⁻¹ F : M¹L¹T⁻²

มิติอ้างอิงประกอบด้วย M L และ T (r = 3)

เลือกตัวแปรซ้ำให้เท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง $\Rightarrow D, \gamma, V$

ตัวแปรที่เหลืออยู่คือ $\Rightarrow \mu, m, F$

ดังนั้นพจน์ของตัวแปรไร้มิติจึงมีทั้งหมด 3 พจน์ (k-r = 3)

วิเคราะห์มิติของพจน์ไร้มิติ (π -term)

$$\pi_1 = \mu \cdot D^a \gamma^b V^c \doteq [M^1 L^{-1} T^{-1}] \cdot [L^1]^a \cdot [M^1 L^{-2} T^{-2}]^b \cdot [L^1 T^{-1}]^c$$

$$\left. \begin{aligned} M \rightarrow M^{(1+0+b+0)} &= M^0 \rightarrow b = -1 \\ L \rightarrow L^{(-1+a-2b+c)} &= L^0 \rightarrow a+c = -1 \\ T \rightarrow T^{(-1+0-2b-c)} &= T^0 \rightarrow c = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore \pi_1 = \frac{\mu V}{D^2 \gamma}$$

$$\pi_2 = m \cdot D^d \gamma^e V^f \doteq [M^1] \cdot [L^1]^d \cdot [M^1 L^{-2} T^{-2}]^e \cdot [L^1 T^{-1}]^f$$

$$\left. \begin{array}{l} M \rightarrow M^{(1+0+e+0)} = M^0 \rightarrow e = -1 \\ L \rightarrow L^{(0+d-2e+f)} = L^0 \rightarrow d+f = -2 \\ T \rightarrow T^{(0+0-2e-f)} = T^0 \rightarrow f = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow d = -4$$

$$\therefore \pi_2 = \frac{mV^2}{D^4 \gamma}$$

$$\pi_3 = F \cdot D^g \gamma^h V^i \doteq [M^1 L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^g \cdot [M^1 L^{-2} T^{-2}]^h \cdot [L^1 T^{-1}]^i$$

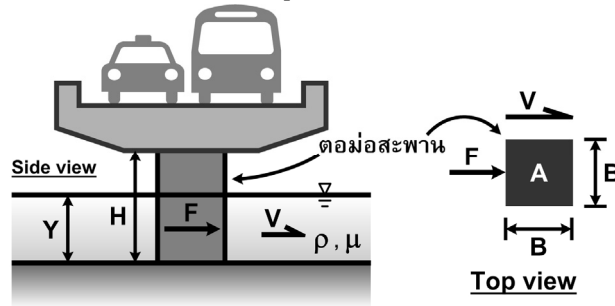
$$\left. \begin{array}{l} M \rightarrow M^{(1+0+h+0)} = M^0 \rightarrow h = -1 \\ L \rightarrow L^{(1+g-2h+i)} = L^0 \rightarrow g+i = -3 \\ T \rightarrow T^{(-2+0-2h-i)} = T^0 \rightarrow i = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow g = -3$$

$$\therefore \pi_3 = \frac{F}{D^3 \gamma}$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$\phi \left\{ \frac{\mu V}{D^2 \gamma}, \frac{mV^2}{D^4 \gamma}, \frac{F}{D^3 \gamma} \right\} = 0 \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 8.3 การทดลองหาค่าแรงจุด F ที่กระทำกับตอม่อสะพานสี่เหลี่ยมจัตุรัส กว้าง B สูง H พื้นที่หน้าตัดเท่ากับ A ความลึกของของไหลเท่ากับ Y ความเร็วของกระแสเท่ากับ V ความหนืดของของไหลเท่ากับ μ ความหนาแน่นของของไหลเท่ากับ ρ จงหาความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูป สมการของตัวแปรไร้มิติ



วิธีทำ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ

- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปร่าง คือ B, Y, A (H ไม่เกี่ยวข้อง)
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของของไหล คือ ρ, μ
- ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับอิทธิพลภายนอก คือ V, g, F

แต่เนื่องจาก $A = B \times B$ เลือกใช้ B ตัด A ออก จะเหลือตัวแปรทั้งหมด 7 ตัว ($k = 7$)

พิจารณามิติของตัวแปรทั้งหมดโดยใช้ระบบ MLT θ ในการวิเคราะห์

$$\begin{aligned}
 B &: L^1 & Y &: L \\
 \rho &: M^1 L^{-3} & \mu &: M^1 L^{-1} T^{-1} \\
 V &: L^1 T^{-1} & g &: L^1 T^{-2} & F &: M^1 L^1 T^{-2}
 \end{aligned}$$

มิติอ้างอิงประกอบด้วย M, L และ T ($r = 3$)

เลือกตัวแปรซ้ำให้เท่ากับจำนวนมิติอ้างอิง $\Rightarrow Y, \rho, V$

ตัวแปรที่เหลืออยู่คือ $\Rightarrow B, \mu, g, F$

ดังนั้นพจน์ของตัวแปรไร้มิติจึงมีทั้งหมด 4 พจน์ ($k-r = 4$)

วิเคราะห์มิติของพจน์ไร้มิติ (π -term)

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= B \cdot Y^a \rho^b V^c \doteq [L^1] \cdot [L^1]^a \cdot [M^1 L^{-3}]^b \cdot [L^1 T^{-1}]^c \\
 M &\rightarrow M^{(0+0+b+0)} = M^0 \rightarrow b=0 \\
 L &\rightarrow L^{(1+d-3b+c)} = L^0 \rightarrow a+c=-1 \\
 T &\rightarrow T^{(0+0+0-c)} = T^0 \rightarrow c=0
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1$$

$$\therefore \pi_1 = \frac{B}{Y}$$

$$\pi_2 = \mu \cdot Y^d \rho^e V^f \doteq [M^1 L^{-1} T^{-1}] \cdot [L^1]^d \cdot [M^1 L^{-3}]^e \cdot [L^1 T^{-1}]^f$$

$$\left. \begin{array}{l} M \rightarrow M^{(1+0+e+0)} = M^0 \rightarrow e = -1 \\ L \rightarrow L^{(-1+d-3e+f)} = L^0 \rightarrow d+f = -2 \\ T \rightarrow T^{(-1+0+0-f)} = T^0 \rightarrow f = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow d = -1$$

$$\therefore \pi_2 = \frac{\mu}{Y \rho V} \Rightarrow \frac{\rho V Y}{\mu} = R_e$$

$$\pi_3 = g \cdot Y^g \rho^h V^i \doteq [L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^g \cdot [M^1 L^{-3}]^h \cdot [L^1 T^{-1}]^i$$

$$\left. \begin{array}{l} M \rightarrow M^{(0+0+e+0)} = M^0 \rightarrow e = 0 \\ L \rightarrow L^{(1+g-3h+i)} = L^0 \rightarrow g+i = -1 \\ T \rightarrow T^{(-2+0+0-i)} = T^0 \rightarrow i = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow g = 1$$

$$\therefore \pi_3 = \frac{gY}{V^2} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gY}} = F_R$$

$$\pi_4 = F \cdot Y^j \rho^k V^n \doteq [M^1 L^1 T^{-2}] \cdot [L^1]^j \cdot [M^1 L^{-3}]^k \cdot [L^1 T^{-1}]^n$$

$$\left. \begin{array}{l} M \rightarrow M^{(1+0+k+0)} = M^0 \rightarrow k = -1 \\ L \rightarrow L^{(1+j-3k+n)} = L^0 \rightarrow j+n = -4 \\ T \rightarrow T^{(-2+0+0-n)} = T^0 \rightarrow n = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow j = -2$$

$$\therefore \pi_4 = \frac{F}{Y^2 \rho V^2}$$

ดังนั้นจึงสามารถสรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้ดังนี้

$$\phi \left\{ \frac{B}{Y}, R_e, F_R, \frac{F}{Y^2 \rho V^2} \right\} = 0 \quad \text{Ans}$$

8.2 ความคล้ายคลึง (Similarity)

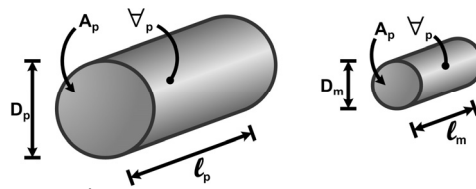
ในการหาคำตอบโดยอาศัย “การทดลอง” สถานการณ์ที่จำลองขึ้นใน “แบบจำลอง” (model) จะต้องมีความคล้ายคลึงกับ สถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นจริงกับ “ต้นแบบ” (prototype) ดังนั้นความคล้ายคลึงจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างแบบจำลอง กับ ต้นแบบ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบต่อไป

8.2.1 การวิเคราะห์ความคล้ายคลึง (Similarity analysis)

การที่จะกล่าวได้ว่า แบบจำลองที่สร้างขึ้น มีความคล้ายคลึงกับตัวต้นแบบจริงนั้น จะต้องประกอบด้วย ความคล้ายคลึงทั้ง 3 ประการ ดังนี้

1) ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต (Geometric Similarity)

แบบจำลองจะต้องมีรูปร่างเหมือนกับต้นแบบ หรือมีสัดส่วนเท่ากัน กล่าวคืออัตราส่วนมิติความยาวระหว่างแบบจำลองกับต้นแบบ จะต้องคงที่



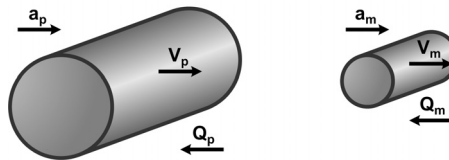
รูปที่ 8.2 ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิต

ซึ่งหากพิจารณาจากรูปที่ 8.2 จะเห็นได้ว่า

$$\frac{l_m}{l_p} = \frac{D_m}{D_p} = \frac{L_m}{L_p} \Rightarrow \frac{A_m}{A_p} = \frac{L_m^2}{L_p^2} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m^3}{L_p^3} \quad \text{----- (8.1)}$$

2) ความคล้ายคลึงทางจลศาสตร์ (Kinematic Similarity)

ลักษณะการเคลื่อนที่ในแบบจำลอง กับต้นแบบจะต้องเหมือนกัน กล่าวคือ อัตราส่วนระหว่างความเร็ว ความเร่ง หรืออัตราการไหล จะต้องสอดคล้องกัน



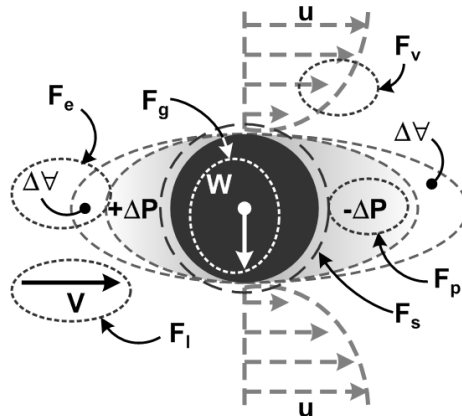
รูปที่ 8.3 ความคล้ายคลึงทางจลศาสตร์

ซึ่งหากพิจารณาจากรูปที่ 8.3 จะได้ว่า

$$\frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m T_m^{-1}}{L_p T_p^{-1}}; \frac{a_m}{a_p} = \frac{L_m T_m^{-2}}{L_p T_p^{-2}} = \frac{V_m T_m^{-1}}{V_p T_p^{-1}}; \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3 T_m^{-1}}{L_p^3 T_p^{-1}} = \frac{V_m A_m}{V_p A_p} \quad \text{----- (8.2)}$$

3) ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ (Dynamic Similarity)

ก่อนอื่นจะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของแรงที่เกี่ยวข้องกับการไหล และของไหลเสียก่อน



รูปที่ 8.5 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ในการไหลของของไหล

- Inertia force หรือแรงเฉื่อย (F_i) คือแรงที่ทำให้สสารเกิดเคลื่อนที่ (ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน)

$$F_i = ma \doteq \rho L^3 \cdot L T^{-2} \doteq \rho L^2 V^2 \quad \text{----- (8.3)}$$
- Gravity force (F_g) คือแรงที่ได้รับอิทธิพลจากความโน้มถ่วง

$$F_g = mg \doteq \rho L^3 \cdot g \quad \text{----- (8.4)}$$
- Pressure force (F_p) คือแรงที่ได้รับอิทธิพลจากความดัน

$$F_p = PA \doteq PL^2 \quad \text{----- (8.5)}$$
- Viscosity force (F_v) คือแรงที่ได้รับอิทธิพลจากความหนืดของของไหล

$$F_v = \tau A = \mu \frac{dV}{dy} A \doteq \mu \frac{V}{L} L^2 \doteq \mu VL \quad \text{----- (8.6)}$$
- Elastic force (F_e) คือแรงที่ได้รับอิทธิพลจากความยืดหยุ่นของของไหล

$$F_e = dP \cdot A = k \frac{dV}{V} A \quad ; \quad k = \rho C^2$$

$$F_e \doteq \rho C^2 \cdot L^2 \quad ; \quad C = \text{Sonic velocity} \quad \text{----- (8.7)}$$
- Surface tension force (F_e) คือแรงที่ได้รับอิทธิพลจากแรงตึงผิวของของไหล

$$F_e = \sigma \cdot L \doteq \sigma \cdot L \quad \text{----- (8.8)}$$

โดยแบบจำลอง และต้นแบบจะมีความคล้ายคลึงกันได้นั้น อัตราส่วนของแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นจะเท่ากันเสมอ

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_P} = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_P} = \frac{(F_p)_m}{(F_p)_P} = \frac{(F_v)_m}{(F_v)_P} = \frac{(F_e)_m}{(F_e)_P} = \frac{(F_s)_m}{(F_s)_P} \quad \text{----- (8.9)}$$

8.2.2 ตัวแปรไร้มิติที่สำคัญต่อการวิเคราะห์ความคล้ายคลึง (Dimensionless term in Similarity analysis)

Reynold number (R_e)

Osborne Reynold ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์อยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความหนืดของของไหล พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_v}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho v^2 L^2}{\mu v L} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่า Reynold number (R_e)

$$R_e = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad \text{----- (8.10)}$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความหนืดของของไหล ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในรูป

$$R_{e_m} = R_{e_p} \quad \text{----- (8.11)}$$

Euler number (E_u)

Leonhard Euler ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์อยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความดันอันเนื่องมาจากของไหล ที่กระจายตัวอยู่ตามพื้นผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับวัตถุใดๆ โดยพบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_v)_m}{(F_v)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_v} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_p}{F_i}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_p}{F_i} = \frac{PA}{\rho v^2 L^2} = \frac{PL^2}{\rho v^2 L^2} = \frac{P}{\rho v^2}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าวว่า Euler number (E_u)

$$E_u = \frac{P}{\rho v^2} \quad \text{----- (8.12)}$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความดันของของไหล ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในรูป

$$E_{u_m} = E_{u_p} \quad \text{----- (8.13)}$$

Froude number (F_R)

William Froude ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์หรืออยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความโน้มถ่วง พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_g)_m}{(F_g)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_g} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_g} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_g}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_i}{F_g} = \frac{\rho v^2 L^2}{\rho g L^3} = \frac{v^2}{gL} = \frac{v}{\sqrt{gL}}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าว Froude number (F_R)

$$F_R = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad \text{----- (8.14)}$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และความโน้มถ่วง ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในรูป

$$F_{R_m} = F_{R_p} \quad \text{----- (8.15)}$$

Mach number (M_a)

Ernst Mach ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์หรืออยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และผลของความยืดหยุ่น พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_e)_m}{(F_e)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_e} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_e} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_e}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_i}{F_e} = \frac{\rho v^2 L^2}{\rho c^2 L^2} = \frac{v^2}{c^2} = \frac{v}{c}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าว Mach number (M_a)

$$M_a = \frac{v}{c} \quad \text{----- (8.16)}$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้กับปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และผลของความยืดหยุ่น ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์จะอยู่ในรูป

$$M_{a_m} = M_{a_p} \quad \text{----- (8.17)}$$

Weber number (W_e)

Weber number ได้นำเสนอว่า หากปัญหาที่กำลังวิเคราะห์อยู่นั้น ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และแรงตึงผิว พบว่า

$$\frac{(F_i)_m}{(F_i)_p} = \frac{(F_s)_m}{(F_s)_p} \Rightarrow \left(\frac{F_i}{F_s} \right)_m = \left(\frac{F_i}{F_s} \right)_p$$

หากพิจารณามิติของ $\frac{F_i}{F_s}$ จะได้ว่า

$$\frac{F_i}{F_s} = \frac{\rho v^2 L^2}{\sigma L} = \frac{\rho v^2 L}{\sigma}$$

เราจะเรียกกลุ่มตัวแปรดังกล่าว Weber number (W_e)

$$W_e = \frac{\rho v^2 L}{\sigma} \quad \text{----- (8.18)}$$

ดังนั้นเมื่อนำไปใช้แก้ปัญหาที่ได้รับอิทธิพลของแรงเฉื่อย และแรงตึงผิว ความคล้ายคลึงทางด้านพลศาสตร์ จะอยู่ในรูป

$$W_{e_m} = W_{e_p} \quad \text{----- (8.19)}$$

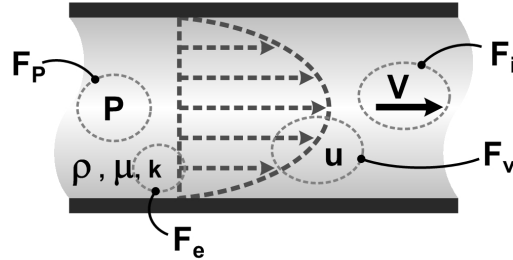
นอกจากความคล้ายคลึงทั้ง 3 ประการดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น ความสัมพันธ์ของแบบจำลอง กับต้นแบบ จะต้องสอดคล้องกับพจน์ตัวแปรไร้มิติที่เกิดจากการวิเคราะห์มิติอีกด้วย

$$\pi_{1_m} = \pi_{1_p} ; \pi_{2_m} = \pi_{2_p} ; \pi_{3_m} = \pi_{3_p} ; \dots ; \pi_{n_m} = \pi_{n_p} \quad \text{----- (8.20)}$$

หากกล่าวโดยสรุป การแก้ปัญหาโดยใช้แบบจำลองนั้น ต้องอาศัยความคล้ายคลึงทั้ง 3 ด้าน และหรือความสัมพันธ์ของพจน์ไร้มิติ เพื่อเป็นตัวกลางในการเชื่อมโยงระหว่าง แบบจำลอง กับ ต้นแบบ

8.2.3 การจัดประเภทของกรณีศึกษา (Case study of similarity analysis)

1) การไหลผ่านท่อปิด (Flow through closed conduit)



รูปที่ 8.6 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านท่อปิด

ปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลในท่อปิด ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้

- Inertia force เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหลเกิดการเคลื่อนที่ หรือการไหล
- Viscosity force เนื่องจากความหนืดของของไหลมีผลกระทบโดยตรงต่อความต้านทานการไหลของของไหลภายในท่อน้ำ
- Pressure force เนื่องจากการไหลในท่อน้ำแบบปิดเป็นการไหลที่อยู่ภายใต้อิทธิพลของความดันตลอดช่วงของการไหล
- Elastic force จะมีผลก็ต่อเมื่อของไหลบีบอัดตัวได้

ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ

Reynold number (R_e) Euler number (E_u) และ Mach number (M_a)

ตัวอย่างที่ 8.4 แบบจำลองอุโมงค์ลมถูกสร้างขึ้นด้วยมาตราส่วน 1:30 และถูกนำมาทดสอบโดยใช้น้ำแทนอากาศ เมื่อทำการทดสอบปรากฏว่าแบบจำลองสูญเสียความดันไป 227,500 N/m² จงคำนวณหาความดันที่จะสูญเสียไปในอุโมงค์ลมตัวต้นแบบ (กำหนดให้ $\rho_{\text{air}} = 1.25 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{\text{air}} = 2 \times 10^{-5} \text{ kg/m-s}$ และ $\mu_{\text{Water}} = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/m-s}$)

วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต

$$\text{โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:30 ดังนั้นจะได้} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{30}$$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบ closed conduit ได้รับอิทธิพลของความหนืด ความดัน และแรงเฉื่อย

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดัน ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ที่พิจารณาคือ

$$\begin{aligned} (E_u)_m &= (E_u)_p \Rightarrow \left(\frac{\Delta P}{\rho v^2} \right)_m = \left(\frac{\Delta P}{\rho v^2} \right)_p \\ \frac{\rho_p}{\rho_m} &= \left(\frac{150 \text{ km/hr}}{150 \text{ km/hr}} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} \right) \cdot (1) = \frac{1}{10} \end{aligned} \quad \text{----- (1)}$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว คล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$\begin{aligned} (R_e)_m &= (R_e)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho v L}{\mu} \right)_m = \left(\frac{\rho v L}{\mu} \right)_p \\ \left(\frac{V_p}{V_m} \right) &= \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{\mu_p}{\mu_m} = \frac{1000}{1.25} \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{2 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-3}} = \frac{8}{15} \end{aligned} \quad \text{----- (2)}$$

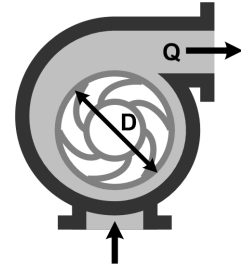
แทนค่า (2) ใน (1)

$$\frac{\Delta P_p}{\Delta P_m} = \frac{1.25}{1000} \cdot \left(\frac{V_p}{V_m} \right)^2 = \frac{1.25}{1000} \cdot \left(\frac{8}{15} \right)^2 = 0.00035$$

∴ การสูญเสียความดันในอุโมงค์ต้นแบบมีค่าเท่ากับ

$$\Delta P_p = (0.000356) \Delta P_m = (0.000356)(227,500) = 80.9 \text{ N/m}^2 \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 8.5 ต้องการออกแบบเครื่องสูบน้ำขนาดใหญ่ให้สามารถสูบได้ 1.5 l/s โดยใช้ใบพัดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 cm และทำให้ความดันเพิ่มขึ้น 400 kPa ถ้าพิจารณาสร้างแบบจำลองที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 cm จะต้องทดลองที่อัตราการสูบเท่าใด และความดันที่เพิ่มขึ้นในแบบจำลองมีค่าเท่าใด โดยกำหนดให้ของเหลวที่ใช้ในแบบจำลองและของจริงคือน้ำที่อุณหภูมิเดียวกัน



วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต $\Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{D_m}{D_p} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบ closed conduit ได้รับอิทธิพลของความหนืด ความดัน และแรงเฉื่อย
ถ้าต้องการหาอัตราการไหลควรพิจารณาจากความคล้ายคลึงทางจลศาสตร์

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{V_m L_m^2}{V_p L_p^2} = \left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{L_m^2}{L_p^2}\right) = \left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$Q_m = \left(\frac{V_m}{V_p}\right) \cdot \left(\frac{1}{25}\right) \cdot Q_p \quad \text{----- (1)}$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว คล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$(R_e)_m = (R_e)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_m = \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_p$$

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{\mu_p}{\mu_m} \quad \text{----- (2)}$$

เนื่องจากของเหลวที่ใช้มีคุณสมบัติเหมือนกัน ดังนั้น $\rho_m = \rho_p; \mu_m = \mu_p$

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_p}{L_m} = \frac{5}{1} \quad \text{----- (3)}$$

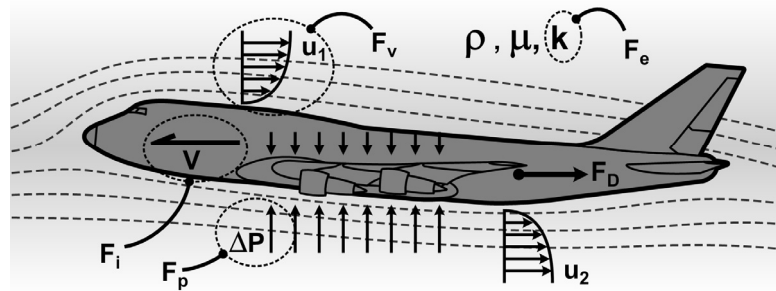
แทนค่าใน (1) $Q_m = \left(\frac{5}{1}\right) \left(\frac{1}{25}\right) \cdot Q_p = \left(\frac{1}{5}\right) (1.5) = 0.3 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{Ans}$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดัน ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$(E_u)_m = (E_u)_p \Rightarrow \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2}\right)_m = \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2}\right)_p$$

$$\frac{\Delta P_m}{\Delta P_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{V_m}{V_p}\right)^2 \Rightarrow \Delta P_m = \left(\frac{V_m}{V_p}\right)^2 \cdot \Delta P_p = \left(\frac{5}{1}\right)^2 (400) = 10,000 \text{ kPa} \quad \text{Ans}$$

2) การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหล (Flow around immerse bodies)



รูปที่ 8.7 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ การไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล

ปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลรอบวัตถุที่จมในของไหล หรือการเคลื่อนที่ของวัตถุที่จมในของไหล ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้

- Inertia force เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหล หรือวัตถุเกิดการเคลื่อนที่
- Viscosity force เนื่องจากความหนืดของของไหลมีผลกระทบโดยตรงต่อแรงต้านทานบริเวณผิวสัมผัสระหว่างของไหลกับวัตถุ
- Pressure force เนื่องจากความดันที่จะกระจายตัว และแปรผันอย่างต่อเนื่อง เมื่อของไหลไหลผ่าน หรือสัมผัสกับพื้นผิวของวัตถุ
- Elastic force จะมีผลก็ต่อเมื่อของไหลบีบอัดตัวได้

ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ

Renold number (R_e) Euler number (E_u) และ Mach number (M_a)

นอกจากนี้การที่ของไหลเคลื่อนที่ปะทะกับวัตถุ หรือวัตถุเคลื่อนที่ปะทะกับของไหลจะเกิดจุด (Drag force : F_D) ทิศทางเดียวกันกับการไหล หรือสวนทางกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดย

$$F_D = C_D \left(\frac{1}{2} \rho v^2 L^2 \right)$$

เมื่อ C_D = Drag force coefficient

ซึ่งค่า C_D เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงจุด ซึ่งหากวัตถุสองชิ้น มีความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต ค่า C_D จะเท่ากันเสมอ ดังนั้น C_D จึงเป็นตัวแปรที่ใช้ในการเชื่อมโยงระหว่าง ต้นแบบ กับ แบบจำลอง กล่าวคือ ค่า C_D ของแบบจำลองกับต้นแบบ มีค่าเท่ากันเพราะทั้งสองมีความคล้ายคลึงกันทางเลขาคณิต

$$(C_D)_m = (C_D)_p \Rightarrow \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho v^2 L^2} \right)_m = \left(\frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho v^2 L^2} \right)_p \quad \text{----- (8.21)}$$

ตัวอย่างที่ 8.6 การทดสอบเกี่ยวกับแรงจุด (Drag force) ที่เกิดกับอากาศยานที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 150 km/hr โดยใช้แบบจำลองมาตราส่วน 1:10 ทดสอบในอุโมงค์ภายใต้ความกดตัน เพื่อลดผลของ Compressibility จึงใช้ความเร็วลมเท่ากับ 150 km/hr จงคำนวณความดันอากาศที่ใช้ในการทดสอบ โดยสมมติให้อุณหภูมิของอากาศที่ใช้ในการทดสอบเท่ากับของจริง และถ้าหากในการทดลองมีแรงจุดเกิดขึ้น 12.5 N จงคำนวณแรงจุดที่เกิดกับกับอากาศยานของจริง ภายใต้ความกดอากาศ 100 kPa

วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต

$$\text{โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:10 ดังนั้น} \Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10}$$

ประเภทของแบบจำลองเป็นแบบ Flow around immerse bodies ได้รับอิทธิพลของความหนืด ความดัน และแรงจุด

พิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดันได้จาก

$$\begin{aligned} (E_u)_m &= (E_u)_p \Rightarrow \left(\frac{P}{\rho V^2} \right)_m = \left(\frac{P}{\rho V^2} \right)_p \Rightarrow \frac{P_m}{P_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \\ P_m &= \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2 \cdot P_p = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot \left(\frac{150 \text{ km/hr}}{150 \text{ km/hr}} \right)^2 \cdot P_p = \frac{\rho_m}{\rho_p} \cdot P_p \quad \text{----- (1)} \end{aligned}$$

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของความหนาแน่นได้จาก

$$\begin{aligned} (R_e)_m &= (R_e)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho V L}{\mu} \right)_m = \left(\frac{\rho V L}{\mu} \right)_p \\ \frac{\rho_p}{\rho_m} &= \left(\frac{V_m}{V_p} \right) \cdot \left(\frac{L_m}{L_p} \right) \cdot \left(\frac{\mu_p}{\mu_m} \right) \quad \text{----- (2)} \end{aligned}$$

ของเหลวชนิดเดียวกันที่อุณหภูมิเท่า : $\mu_m = \mu_p$ แทนค่าใน (2) จะได้ว่า

$$\frac{\rho_p}{\rho_m} = \left(\frac{150 \text{ km/hr}}{150 \text{ km/hr}} \right) \cdot \left(\frac{1}{10} \right) \cdot (1) = \frac{1}{10} \quad \text{----- (3)}$$

เมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความดันดังนั้น

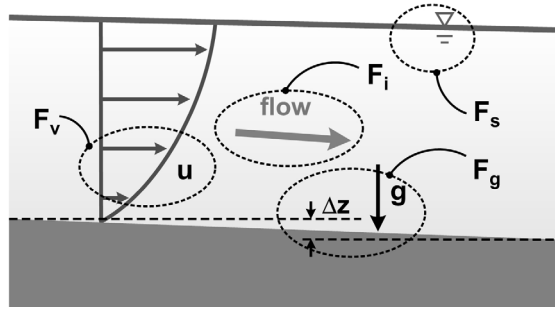
$$P_m = \left(\frac{10}{1} \right) \cdot P_p = (10) \cdot P_p = (10) \cdot (100) = 1,000 \text{ kPa} \quad \text{Ans}$$

วิเคราะห์แรงจุดจากความสัมพันธ์ของ Drag force coefficient

$$\begin{aligned} (C_D)_m &= (C_D)_p \\ \left(\frac{F_D}{\rho V^2 L^2} \right)_m &= \left(\frac{F_D}{\rho V^2 L^2} \right)_p \\ (F_D)_p &= \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right) \cdot \left(\frac{V_p}{V_m} \right)^2 \cdot \left(\frac{L_p}{L_m} \right)^2 (F_D)_m = \left(\frac{1}{10} \right) \cdot \left(\frac{150 \text{ km/hr}}{150 \text{ km/hr}} \right)^2 \cdot \left(\frac{10}{1} \right)^2 (12.5) \end{aligned}$$

$$(F_D)_p = 125 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

3) การไหลที่มีผิวอิสระ (Flow with free surface)



รูปที่ 8.8 แรงที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ต่างๆ ของการไหลผ่านทางน้ำเปิด

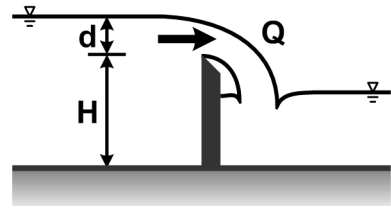
ปรากฏการณ์ต่างๆ การไหลที่มีผิวอิสระ หรือการไหลในทางน้ำเปิด ส่วนใหญ่ได้รับอิทธิพลจากแรงดังต่อไปนี้

- Inertia force เนื่องจากเป็นแรงที่ทำให้มวลของของไหลเกิดการเคลื่อนที่ หรือการไหล
- Gravity force เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลกดึงดูดให้ของไหลเคลื่อนที่ (โดยไหลจากที่สูงลงสู่ที่ต่ำ)
- Surface tension force เนื่องจากการไหลมีผิวอิสระซึ่งเป็นส่วนที่เกิดแรงตึงผิว แต่ส่วนใหญ่จะมีอิทธิพลน้อยมาก
- Viscosity force จะมีผลก็ต่อเมื่อพิจารณาผลของความหนืดของของไหล

ดังนั้นเมื่อพิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ เทอมไร้มิติที่สำคัญที่ใช้ในการพิจารณาคือ

Froude number (F_r) **Weber number (W_u)** และ **Reynold number (R_u)** แต่โดยส่วนมากจะพิจารณาจาก Froude number เป็นหลัก

ตัวอย่างที่ 8.7 ในกระบวนการออกแบบแบบฝายสันคมสูง 5 m กว้าง 12 m ได้มีการสร้างแบบจำลองในห้องปฏิบัติการ ด้วยมาตราส่วน 1:10 ซึ่งจากการทดลองพบว่า เมื่อระดับน้ำด้านเหนือฝายสูงกว่าสันฝาย 6 cm สามารถวัดอัตราการไหลได้ 50 l/s จงหาอัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างที่จะผ่านฝายที่สร้างจริง



วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต

$$\text{โจทย์กำหนดมาตราส่วน 1:10 ดังนั้นจะได้} \Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{H_m}{H_p} = \frac{d_m}{d_p} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{10}$$

เนื่องจากการไหลผ่านสันฝาย ได้รับอิทธิพลจากแรงโน้มถ่วงเป็นหลัก ดังนั้นความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$(F_R)_m = (F_R)_p \Rightarrow \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_m = \left(\frac{V}{\sqrt{gL}} \right)_p$$

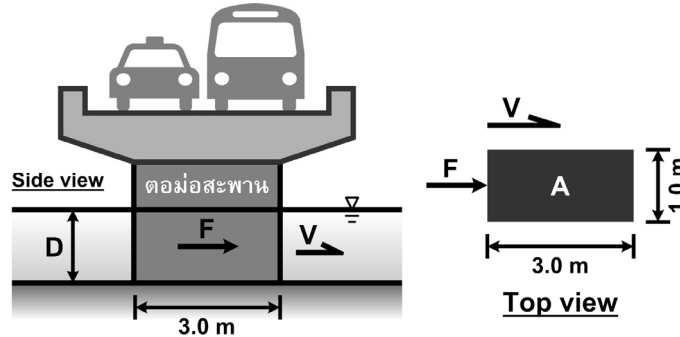
$$\text{การก่อสร้างจริงและแบบจำลองอยู่บนโลก ดังนั้น } g \text{ จะมีค่าเท่ากัน} \Rightarrow \frac{V_p}{V_m} = \sqrt{\frac{L_p}{L_m}} = \sqrt{\frac{10}{1}}$$

พิจารณาความคล้ายคลึงทางจลศาสตร์

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{V_m A_m}{V_p A_p} \Rightarrow Q_p = \left(\frac{V_p}{V_m} \right) \left(\frac{L_p^2}{L_m^2} \right) Q_m = \left(\sqrt{\frac{10}{1}} \right) \left(\frac{10}{1} \right)^2 (0.05)$$

$$Q_p = 15.81 \text{ cms} \Rightarrow q_p = \frac{Q_p}{B_p} = \frac{15.81}{12} = 1.32 \text{ cms/m} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 8.8 ใช้แบบจำลองมาตราชั่วส่วน 1:15 ทดลองหาค่าแรงที่กระทำกับตอม่อสะพานหน้าตัดสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 1 m ยาว 3 m โดยผลจากการทดลองพบว่า เมื่อกระแสน้ำมีความเร็ว 2.4 m/s ลึก 40 cm จะเกิดแรงกระทำกับตอม่อจำลอง 70 N จงหาความลึกของน้ำ ความเร็วของกระแสน้ำ และแรงที่กระทำกับตอม่อของจริง ในการทดลองใช้สารละลายที่มี ρ . เท่ากับ 0.9 และมีความหนืดเท่ากับ $0.54 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$ ความหนืดของน้ำเท่ากับ $0.9 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$



วิธีทำ พิจารณาความคล้ายคลึงทางเลขาคณิต

$$\text{โจทย์กำหนดมาตราชั่วส่วน 1:25 ดังนั้นจะได้ } \Rightarrow \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{D_m}{D_p} = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{15} \Rightarrow D_p = \left(\frac{15}{1}\right) D_m = (15)(0.40) = 6 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

พิจารณาความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์ ถึงแม้การไหลจะมีผิวอิสระก็ตาม แต่ปัญหาข้อนี้เป็นปัญหาที่ต้องการคำตอบที่เกี่ยวกับการไหลของของไหล รอบวัตถุ

ดังนั้นเมื่อพิจารณาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับความเร็ว ความคล้ายคลึงทางพลศาสตร์คือ

$$(R_E)_m = (R_E)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_m = \left(\frac{\rho V L}{\mu}\right)_p \Rightarrow \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right) V_m L_m = \left(\frac{\rho_p}{\mu_p}\right) V_p L_p$$

$$\left(\frac{V_m}{V_p}\right) = \left(\frac{L_p}{L_m}\right) \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right) = \left(\frac{15}{1}\right) \left(\frac{1}{0.9}\right) \left(\frac{0.54}{0.90}\right) = 10$$

$$V_p = \frac{V_m}{10} = \frac{2.4}{10} = 0.24 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

จากสมการ Drag force coefficient $\Rightarrow (C_D)_m = (C_D)_p$

$$\left(\frac{F_D}{\rho v^2 L^2}\right)_m = \left(\frac{F_D}{\rho v^2 L^2}\right)_p$$

$$\begin{aligned} (F_D)_p &= \left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right) \cdot \left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 \cdot \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^2 \cdot (F_D)_m \\ &= \left(\frac{1}{0.9}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{1}\right)^2 \cdot (70) = 175 \text{ N} \end{aligned}$$

\therefore แรงที่เกิดกับตอม่อของจริง $(F_D)_p = 175 \text{ N} \quad \text{Ans}$



แบบฝึกหัดบทที่ 1

- จงอธิบายความหมายของ **Density**
 - Density ของน้ำบนโลกมีค่าเท่าไร
 - Density ของน้ำในอวกาศมีค่าเท่าไร
- จงอธิบายความหมายของ **Specific weight**
 - Specific weight ของน้ำบนโลกมีค่าเท่าไร
 - Specific weight ของน้ำในอวกาศมีค่าเท่าไร
- ความหนืด คืออะไร
- จงอธิบายความหมายของ **Specific gravity**
- กำหนดให้ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของดวงจันทร์เท่ากับ 17% ของความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงบนโลก จงวิเคราะห์คุณสมบัติของของไหลในภาชนะ แล้วเติมคำตอบพร้อมทั้งหน่วยลงในตารางดังต่อไปนี้

5.1)

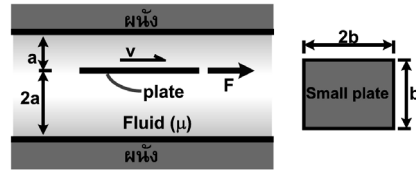
	บนโลก	สภาพไร้น้ำหนัก	บนดวงจันทร์
Density			
น้ำหนักของของไหล			
มวลของของไหล			

5.2)

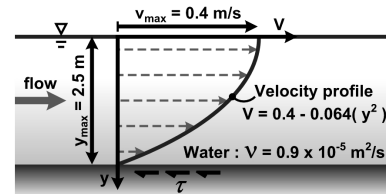
	บนโลก	สภาพไร้น้ำหนัก	บนดวงจันทร์
Density			
Specific weight			
Specific gravity			

- คุณสมบัติของ **Incompressible Fluid** เป็นอย่างไร
- คุณสมบัติข้อใดที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของของเหลวได้ดีที่สุด(*)
 - 1) density
 - 2) specific weight
 - 3) viscosity
 - 4) specific volume
- จงอธิบายความหมายของความหนืด (Viscosity)(*)

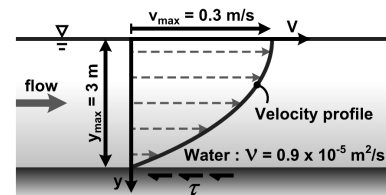
- จากรูปแผ่น plate เคลื่อนที่อยู่ในรางที่บรรจุของไหลที่มีค่าความหนืด เท่ากับ μ จงหาขนาดของแรงจุด (F) ที่ทำให้ plate เคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ v



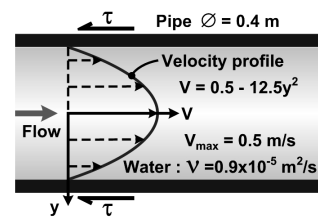
- จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในทางน้ำเปิด มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป parabola ความเร็วสูงสุดที่ผิวหน้าวัดได้ 0.4 m/s ความลึกของน้ำเท่ากับ 2.5 m จงหาความเค้นเฉือน (τ) ที่เกิดขึ้นบริเวณท้องน้ำ



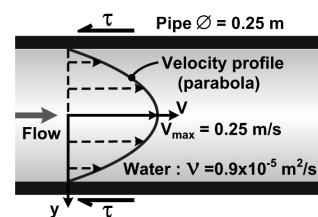
- จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในทางน้ำเปิด มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป parabola ความเร็วสูงสุดที่ผิวหน้าวัดได้ 0.3 m/s ความลึกของน้ำเท่ากับ 3 m จงหาความเค้นเฉือน (τ) ที่เกิดขึ้นบริเวณท้องน้ำ



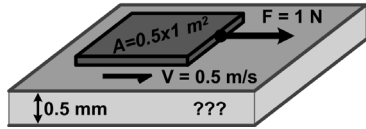
- จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในท่อ มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป parabola ความเร็วสูงสุดที่กึ่งกลางท่อวัดได้ 0.5 m/s เส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 0.4 m จงหาความเค้นเฉือน (τ) ที่เกิดขึ้นบริเวณผนังท่อ



- จากรูปเป็นลักษณะของการไหลในท่อ มีการกระจายตัวของความเร็วเป็นรูป parabola ความเร็วสูงสุดที่กึ่งกลางท่อวัดได้ 0.25 m/s เส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 0.25 m จงหาความเค้นเฉือน (τ) ที่เกิดขึ้นบริเวณผนังท่อ

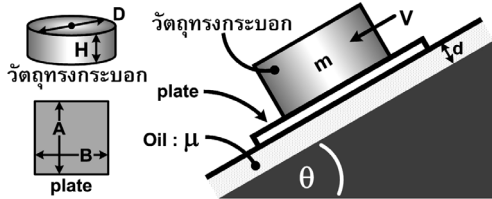


14. แผ่นไม้บางกว้าง 0.5 m ยาว 1 m ถูกลากด้วยแรงขนาด 1 N ไปบนของเหลวชนิดหนึ่งซึ่งมีความหนา 0.5 mm. ที่อุณหภูมิ 20°C เมื่อถูกลากด้วยแรงดังกล่าว แผ่นไม้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 0.5 m/s จงหาว่าของเหลวดังกล่าวน่าจะเป็นอะไร (**)

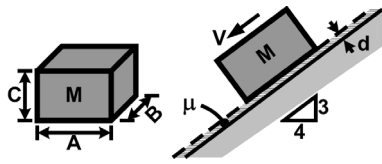


- 1) เมธานอล (ความหนืดสมบูร์น = 0.0006 kg/m/s)
- 2) น้ำมันเครื่อง (ความหนืดสมบูร์น = 0.83 kg/m/s)
- 3) กลีเซอริน (ความหนืดสมบูร์น = 1.52 kg/m/s)
- 4) เป็นของเหลวชนิดอื่นที่ไม่ได้ให้มา

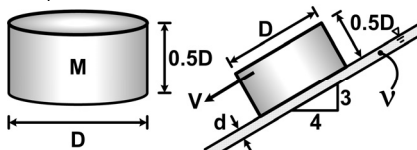
15. ทรงกระบอกมวล m มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง D สูง H วางอยู่บนแผ่น plate กว้าง A ยาว B เคลื่อนที่ลงมาตามพื้นเอียงที่มีน้ำมันฉาบอยู่ ดังรูป ถ้าน้ำมันมีความหนืดเท่ากับ μ พื้นเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ แผ่น plate มีมวลน้อยมาก และทรงกระบอกเคลื่อนที่ไปพร้อมกับ plate โดยไม่หลุดออกจากกัน จงหาความเร็วที่ทรงกระบอกเคลื่อนที่



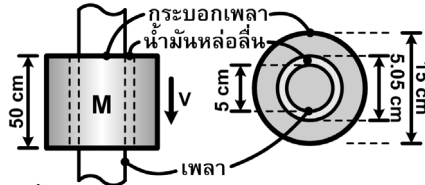
16. วัตถุทรงกลม M กว้าง A ยาว B สูง C ไถลลงจากพื้นเอียงด้วยความเร็วคงที่ V (ไม่ลื่น) ในลักษณะดังรูป ซึ่งบนพื้นเอียงมีน้ำมันฉาบอยู่ หากน้ำมันมีค่าความหนืดเท่ากับ μ และมีความหนาเท่ากับ d จงหาความเร็ว V ของวัตถุดังกล่าว (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วเป็นเส้นตรง)



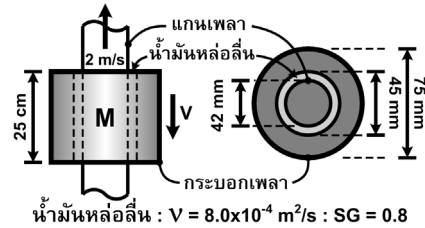
17. วัตถุทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลาง D สูง $0.5D$ ถูกวางบนพื้นเอียงที่มีน้ำมันฉาบอยู่ในลักษณะดังรูป วัตถุเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่ V ถ้าวัตถุมีมวลเท่ากับ M น้ำมันมีความหนาแน่น และความหนืดกินมาติก เท่ากับ ρ และ ν ตามลำดับ ความหนาของชั้นน้ำมันเท่ากับ d อยากทราบว่า วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (V) เท่าไร



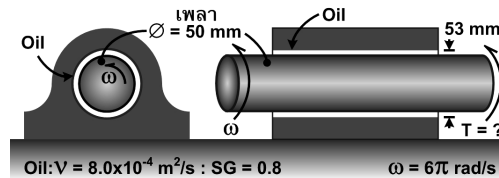
18. ระบบเพลามีรูปร่างและขนาดดังรูป ถ้ากระบอกลีโม่มีมวล (M) 0.20 kg กำลังเคลื่อนที่ลงในแนวตั้งอย่างอิสระด้วยความเร็วคงที่ (V) ถ้าความหนืดกินมาติกของน้ำมัน (V) มีค่าเท่ากับ $9.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ จงหาความเร็วของกระบอกลีโม่ (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วมีลักษณะเป็นเส้นตรง)



19. ระบบเพลามีรูปร่างและขนาดดังรูป ถ้ากระบอกลีโม่มีมวล (M) 2.5 kg กำลังเคลื่อนที่ลงในแนวตั้งอย่างอิสระด้วยความเร็วคงที่ (V) ในขณะที่แกนเพลากำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็ว 2 m/s ถ้าความหนืดกินมาติกของน้ำมันหล่อลื่น (V) มีค่าเท่ากับ $8.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ จงหาความเร็วของกระบอกลีโม่ (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วมีลักษณะเป็นเส้นตรง)

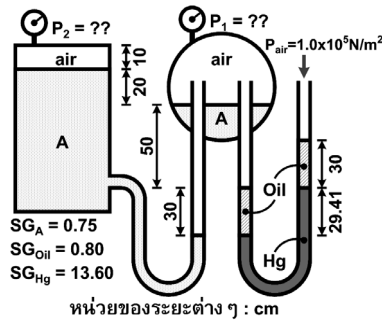


20. ระบบเพลามีรูปร่างและขนาดดังรูป ถ้าความหนืดกินมาติกของน้ำมันหล่อลื่น (V) มีค่าเท่ากับ $8.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ จงหาขนาดของแรงบิด (T) ที่สามารถทำให้แกนเพลามหมุนด้วยความเร็วรอบ $6\pi \text{ rad/s}$ (สมมติให้การกระจายตัวของความเร็วมีลักษณะเป็นเส้นตรง)

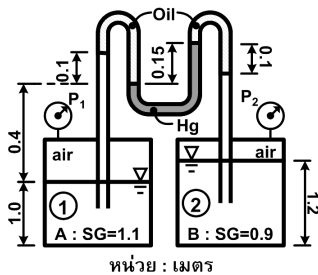


แบบฝึกหัดบทที่ 2

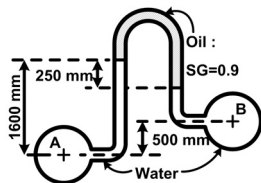
21. จงอธิบายความหมาย และความแตกต่างระหว่าง ความดันสัมบูรณ์ กับ ความดันเกจ
22. มาโนมิเตอร์เชื่อมต่อกันระหว่างถังใบที่ 1 กับถังใบที่ 2 และระหว่างถังใบที่ 1 กับ อากาศภายนอกในลักษณะดังรูป ภายในถังใบที่ 1 และ 2 บรรจุ ของเหลว A ถ.พ. เท่ากับ 0.75 ในมาโนมิเตอร์ที่เชื่อมต่อกับอากาศภายนอกบรรจุ น้ำมัน และปรอท ที่มีค่า ถ.พ. เท่ากับ 0.80 และ 13.6 ตามลำดับ ถ้าความดันสัมบูรณ์ของอากาศภายนอกเท่ากับ 1.013×10^5 Pa จงหาค่าความดันอากาศในถังใบที่ 1 และ 2 (P_1 และ P_2)



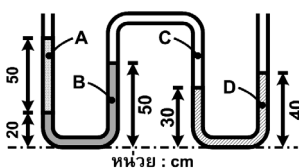
23. ถังใบที่ 1 บรรจุของเหลว A ถ.พ. เท่ากับ 1.1 และถังใบที่ 2 บรรจุของเหลว B ถ.พ. เท่ากับ 0.9 ถังทั้งสองเชื่อมต่อกันด้วยมาโนมิเตอร์ในลักษณะดังรูป ของเหลวที่อยู่ในมาโนมิเตอร์คือ น้ำมัน (Oil) และ ปรอท (Hg) ซึ่งมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.8 และ 13.6 ตามลำดับ ความดันอากาศภายในถังทั้งสองมีค่าแตกต่างกันเท่าใด



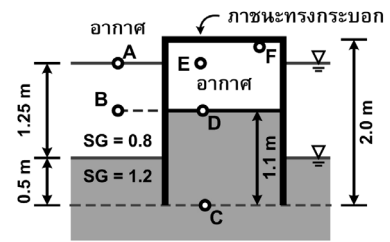
24. จากรูป จงหาผลต่างของความดันระหว่างจุด A กับจุด B ($P_A - P_B = ?$)



25. จากรูป หากค่าความถ่วงจำเพาะของของไหล A , B และ D มีค่าเท่ากับ 0.8 , 1.2 และ 1.9 ตามลำดับ จงหาค่าความหนาแน่นของของไหล C

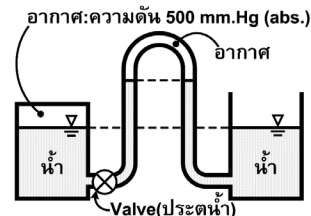


26. ภาชนะทรงกระบอกลอยอยู่ในของไหลสองชนิด ในลักษณะคว่ำดังรูป กำหนดให้ความหนาแน่นของอากาศมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับของไหล จงหาความดันสัมบูรณ์และความดันเกจที่จุดต่างๆ

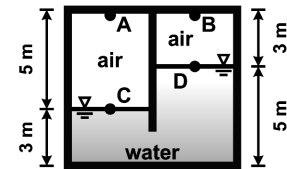


ความดันบรรยากาศ เท่ากับ 1.013×10^5 N/m²
ความดันเกจของอากาศภายนอก เท่ากับ 0 N/m²

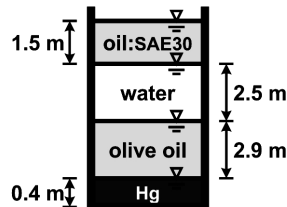
27. ขณะที่ประตูน้ำปิด สถานะของของไหลในมาโนมิเตอร์มีลักษณะดังรูป เมื่อประตูน้ำเปิด จงหาระยะ และทิศทางการเคลื่อนที่ของฟองอากาศในมาโนมิเตอร์ โดยถือว่าขนาดของถังทั้งสองไม่มีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับมาโนมิเตอร์ (นั่นคือ ถ้าวาระดับน้ำในถังทั้งสองไม่เปลี่ยนแปลง)



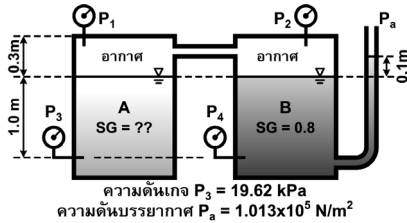
28. ถังปิดบรรจุน้ำที่อุณหภูมิ 20°C (น้ำหนักจำเพาะ = 7.94 kN/m³) ตามรูป ถ้าความดันสัมบูรณ์ที่จุด A เท่ากับ 98 กิโลปาสคาล จงหาความดันสัมบูรณ์ที่จุด B และถ้าคำนวณโดยไม่คิดน้ำหนักจำเพาะของอากาศ(*)



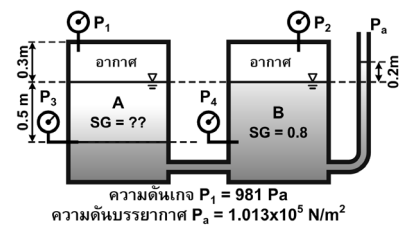
29. ถังบรรจุของเหลวที่อุณหภูมิ 20°C ถ้าความดันบรรยากาศเท่ากับ 101.03 kPa และความดันสัมบูรณ์ที่ถังเท่ากับ 231.3 kPa จงหาความถ่วงจำเพาะของน้ำมันมะกอกโดยกำหนด น้ำมัน SAE 30 ถ.พ.= 0.89 และปรอท ถ.พ.= 13.6 (กำหนดให้น้ำหนักจำเพาะของน้ำ = 9.79 kN/m³)



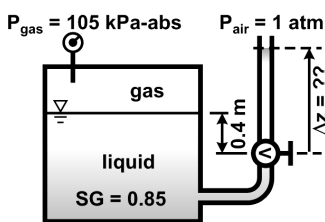
30. ภาพหน้าบรรจของไหลสองชนิดคือ A และ B ($SG_B = 0.8$) ในลักษณะดังรูป มาตรการวัดความดัน P_1 และ P_4 เป็นมาตรการวัดความดันสัมบูรณ์ ส่วนมาตรการวัด P_2 และ P_3 เป็นมาตรการวัดความดันเกจ อยากทราบว่า มาตรการวัด P_1, P_2, P_3 อ่านค่าได้เท่าไร และ ความถ่วงจำเพาะของของไหล A มีค่าเท่าไร



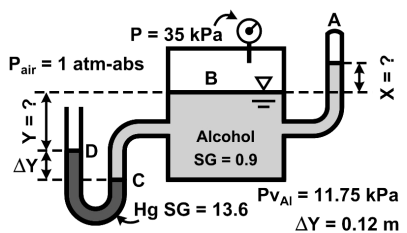
31. ภาพหน้าบรรจของไหลสองชนิดคือ A และ B ($SG_B = 0.8$) ในลักษณะดังรูป มาตรการวัดความดัน P_1 และ P_4 เป็นมาตรการวัดความดันเกจ ส่วนมาตรการวัด P_2 และ P_3 เป็นมาตรการวัดความดันสัมบูรณ์ อยากทราบว่า มาตรการวัด P_2, P_3, P_4 อ่านค่าได้เท่าไร และ ความถ่วงจำเพาะของของไหล A มีค่าเท่าไร



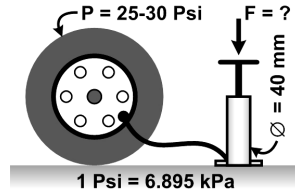
32. ถังบรรจุก๊าซ และของเหลวชนิดหนึ่ง เชื่อมต่อกับวาล์ว และแมนอมิเตอร์ลักษณะดังรูป ถ้าของเหลวมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.85 ความดันสัมบูรณ์ของก๊าซในถังเท่ากับ 105 kPa ความดันบรรยากาศภายนอกเท่ากับ 1 atm อยากทราบว่าเมื่อเปิดวาล์วระดับของของเหลวในท่อจะมีค่าเท่าใด ($\Delta z = ?$) ถ้าสมมติให้ปริมาตรของเหลวในถังมีค่าสูงมาก



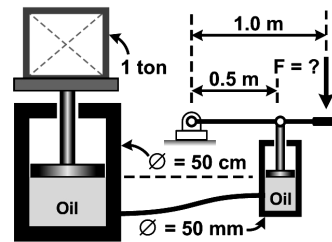
33. ถังบรรจุแอลกอฮอล์ เชื่อมต่อกับแมนอมิเตอร์ในลักษณะดังรูป ถ้าความบรรยากาศภายนอกเท่ากับ 1 atm มาตรการวัดความดันเกจอ่านค่าได้ 35 kPa ความดันไอของแอลกอฮอล์เท่ากับ 11.75 kPa จงหาค่าความสูง X และ Y (โดยก่อนหน้านั้น ที่จุด A เคยมีแอลกอฮอล์อยู่เต็มหลอด)



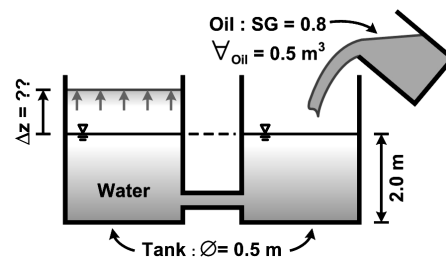
34. ต้องการสูบลมยางรถยนต์ที่มีความดัน 25 Psi ให้ได้ความดันเท่ากับ 30 Psi ด้วยกระบอกสูบเส้นผ่าศูนย์กลาง 40 mm จะต้องออกแรงกดกระบอกสูบอย่างน้อยเท่าไร จึงจะสามารถสูบลมเข้าไปในยางรถยนต์ได้ และจะทราบได้อย่างไรว่าความดันภายในยางรถยนต์เท่ากับ 30 Psi



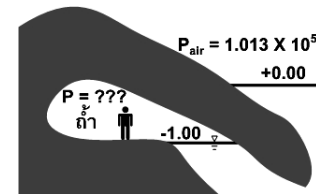
35. ต้องการยกวัตถุมวล 1 ตันด้วยระบบแม่แรงดังรูป ต้องออกแรง F อย่างน้อยเท่าไรจึงจะสามารถยกวัตถุได้



36. ถังสองใบเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.5 m เชื่อมต่อกันลักษณะดังรูป ถังทั้งสองใบบรรจุน้ำสูง 2.0 m ถ้าเติมน้ำมัน ถ.พ. 0.8 ปริมาตร 0.5 m³ ลงในถังใบหนึ่ง ระดับน้ำในถังอีกใบหนึ่งจะเพิ่มขึ้นเท่าใด



37. ถ้าใต้น้ำแห่งหนึ่ง ระดับน้ำภายในถ้ำอยู่ต่ำกว่าระดับน้ำภายนอกถ้า 1.0 m ถ้าความดันสัมบูรณ์ของอากาศภายนอกถ้าเท่ากับ 1.013 x 10⁵ จงหาค่าความดันสัมบูรณ์ของอากาศภายในถ้ำ

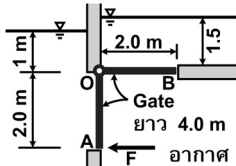


38. พิจารณาสมการกฎของก๊าซในอุดมคติ

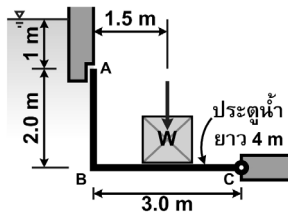
$$PV = nRT \quad \text{หรือ} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

หากนำอากาศที่ผิวน้ำ ลงไปที่ความลึก 20 m ปริมาตรของอากาศจะลดลงกี่เปอร์เซ็นต์

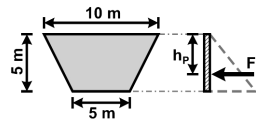
39. จงอธิบายความแตกต่างระหว่าง ความดัน กับ แรงดัน
40. เหตุใดแรงดันที่กระทำบนพื้นที่ผิวเรียบจึงมีทิศตั้งฉาก และพุ่งเข้าหาพื้นผิวรับแรงเสมอ
41. ประตู AOB กั้นระหว่างอากาศ กับของไหล ลักษณะดังรูป ถ้าของไหลทั้งสองส่วนคือน้ำ ประตู AOB มีความยาว 4.0 m จุด O คือจุดหมุนของประตู จงหาขนาดของแรง F ที่กระทำที่จุด A ซึ่งทำให้ประตูสามารถคงสภาพอยู่ได้โดยไม่เปิดเข้าหรือออก



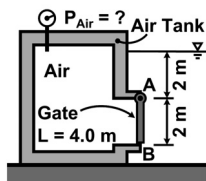
42. ประตูน้ำ ABC มีวัตถุ W กดทับในลักษณะดังรูป หากไม่คิดน้ำหนักของประตูน้ำ จงหาน้ำหนักของวัตถุ W ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ประตูน้ำอยู่ในสภาวะสมดุล



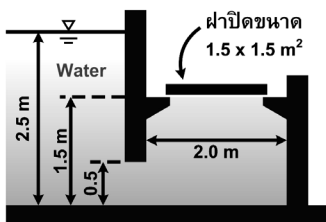
43. จงหา Center of Pressure ของแรงดันน้ำที่กระทำต่อประตูน้ำรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังรูป กำหนดให้น้ำหน้าประตูลึก 5 เมตร (***)



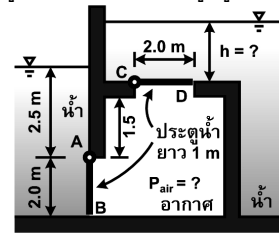
44. ประตู AB กั้นระหว่างอากาศในถังอากาศ กับน้ำที่อยู่ภายนอกถัง ลักษณะดังรูป ถ้าประตู AB มีขนาด 2.0 x 4.0 m² จุด A อยู่ลึกจากผิวน้ำ 2.0 m จงหาขนาดของความดันในถังอากาศที่ทำให้ประตูสามารถคงสภาพอยู่ได้โดยไม่เปิดเข้าหรือออก



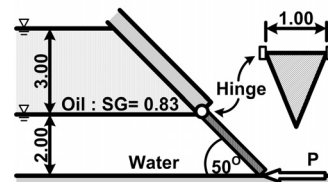
45. ฝาปิดสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 1.5 x 1.5 m² ปิดกั้นน้ำในลักษณะดังรูป จงหาน้ำหนักของฝาน้อยที่สุด ที่ทำให้ฝาสสามารถปิดกั้นน้ำไว้ได้



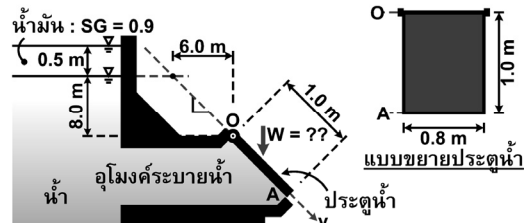
46. ประตู AB และ CD กั้นระหว่างอากาศในถังกับน้ำที่อยู่ภายนอก ลักษณะดังรูป ถ้าประตูทั้งสองบานมีขนาด 2.0 x 1.0 m² หาขนาดของความดันอากาศในถัง และระดับน้ำเหนือประตู CD (h) ที่ทำให้ประตูอยู่ในสภาวะสมดุล



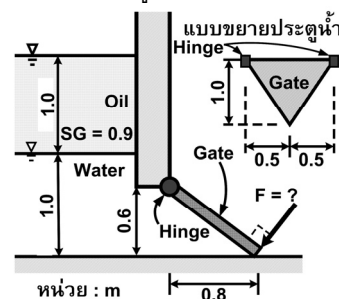
47. ประตูน้ำรูปสามเหลี่ยมหนัก 2 kN มีขนาด และการติดตั้งในลักษณะดังรูป จงหาขนาดของแรง P ที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี



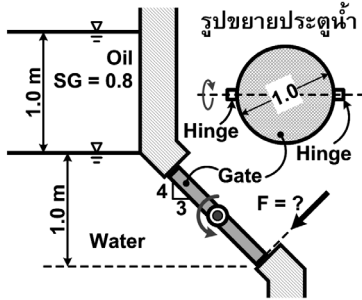
48. ประตู OA ขนาด 0.8 x 1.0 m² ถูกติดตั้งลักษณะดังรูป โดยมีจุด O เป็นจุดหมุนของประตู ทางด้านเหนือน้ำ ระดับน้ำอยู่สูงกว่าจุด O เท่ากับ 0.8 ม. และมีชั้นน้ำมันหนา 0.5 ม. ลอยอยู่เหนือผิวน้ำ ถ้าน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.9 จงหาน้ำหนักของประตูน้ำที่น้อยที่สุด ที่ทำให้ประตูไม่เปิดออก



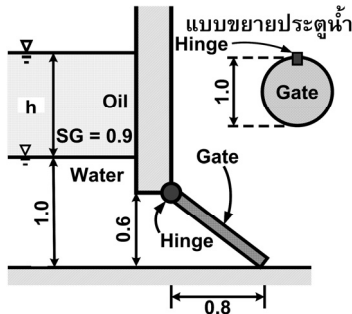
49. ประตูน้ำรูปสามเหลี่ยมมีการติดตั้งในลักษณะดังรูป ความลึกของชั้นน้ำมันเท่ากับ 1.0 m ความลึกของน้ำเท่ากับ 1.0 m ประตูน้ำจะเริ่มเปิดออกเมื่อแรง F มีขนาดเท่าใด (หากไม่คิดน้ำหนักของประตู)



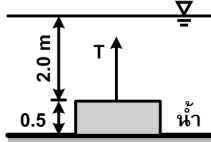
50. ประตูน้ำรูปวงกลม มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป ถ้าน้ำมันมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.8 จงหาขนาดของแรง F ที่น้อยที่สุด ที่ป้องกันไม่ให้ประตูน้ำบานนี้เปิดออก



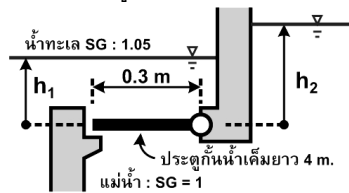
51. ประตูน้ำรูปวงกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.0 m มีมวล 1,500 kg มีการติดตั้งในลักษณะดังรูป จงหาความลึกของน้ำมันสูงสุด (h) ที่ทำให้ประตูน้ำเปิดออกพอดี



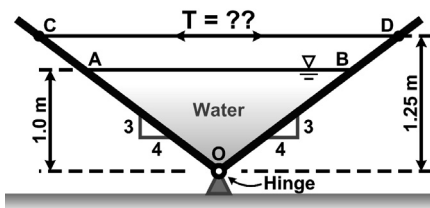
52. แท่งเหล็กขนาด 1.0 x 1.0 x 0.5 m³ มีน้ำหนัก 20 kN วางแนบสนิทอยู่บนพื้นกันแท่ง จงหาขนาดของแรง T เริ่มต้นที่ทำให้แท่งเหล็กลอยจากพื้นกันแท่ง (**)



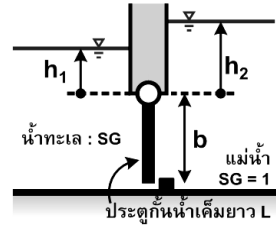
53. ระบบป้องกันน้ำทะเลหนุน หากไม่คิดน้ำหนักของประตูน้ำ จงหาอัตราส่วนระหว่างระดับน้ำในแม่น้ำต่อระดับน้ำทะเล h_2/h_1 ในขณะที่ประตูน้ำกำลังเปิดออก : 1.05



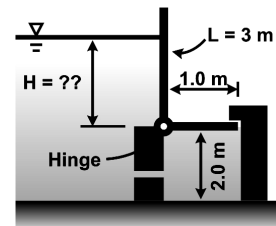
54. รางน้ำรูปตัว V ยาวมาก ลักษณะดังรูป ยึดด้วยเชือกทุกๆ ระยะ 0.5 m จงหาขนาดของแรงดึงในเส้นเชือก



55. ระบบป้องกันน้ำทะเลหนุน หากไม่คิดน้ำหนักของประตูน้ำ จงหาระดับน้ำในแม่น้ำ (h_2) ในขณะที่ประตูน้ำกำลังเปิดออก

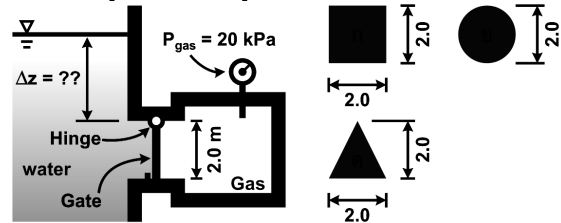


56. ระบบประตูกันน้ำลักษณะดังรูป ประตูจะเปิดออกอัตโนมัติเมื่อระดับน้ำมากพอ หากไม่คิดน้ำหนักของประตูน้ำ จงหาระดับที่มากพอที่จะทำให้ประตูน้ำบานนี้เปิดออก

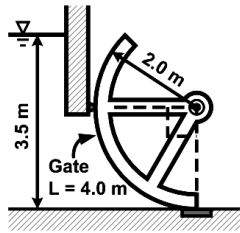


57. จากรูปจงหาค่า z ต่ำสุดที่ทำให้ประตูกันน้ำนั้นสามารถเปิดออกได้ ถ้าช่องเปิด และประตูมีลักษณะดังนี้

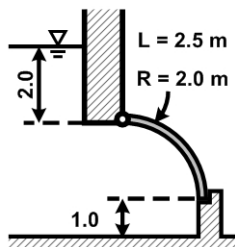
- ก) รูปสี่เหลี่ยมขนาด 2x2 m²
- ข) รูปวงกลม เส้นผ่าศูนย์กลาง 2 m
- ค) รูปสามเหลี่ยม สูง 2 m กว้าง 2 m



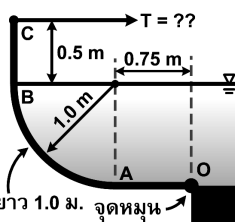
58. ประตูน้ำผิวโค้งรัศมี 2.0 m ยาว 4.0 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป หากระดับน้ำด้านเหนือน้ำลึก 3.5 m จงหาขนาดและตำแหน่งของแรงที่กระทำกับประตูน้ำโดยแยกพิจารณาเป็นแรงในแนวราบกับแนวตั้ง



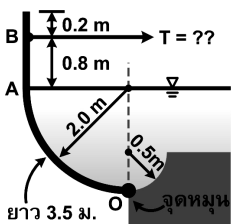
59. ประตูน้ำผิวโค้งรัศมี 2.0 m ยาว 2.5 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป หากระดับน้ำด้านเหนือน้ำลึก 2.0 m จงหาขนาดและตำแหน่งของแรงที่กระทำกับประตูน้ำโดยแยกพิจารณาเป็นแรงในแนวราบกับแนวตั้ง



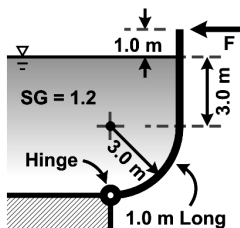
60. ประตูน้ำบานโค้ง OAB ยาว 1.0 m. ลักษณะดังรูป ประตูถูกยึดไว้ด้วยเชือกที่จุด B จงหาขนาดของแรงดึงเชือก (T)



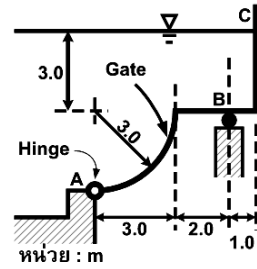
61. ประตูน้ำบานโค้ง OAB ยาว 1.0 m. ติดตั้งในลักษณะดังรูป ประตูถูกยึดไว้ด้วยเชือกที่จุด B จงหาขนาดของแรงดึงเชือก



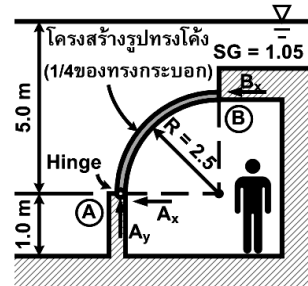
62. จากรูปจงหาขนาดของแรง F เมื่อของไหลมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.2



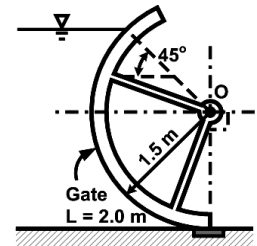
63. ประตูน้ำบานหนึ่ง (ABC) กว้าง 4 m. มีการติดตั้งในลักษณะดังรูป ระดับน้ำอยู่สูงกว่าจุด A 6 m. หากไม่คือน้ำหนักของประตูน้ำ จงหาแรงปฏิกิริยาที่กระทำที่จุด B



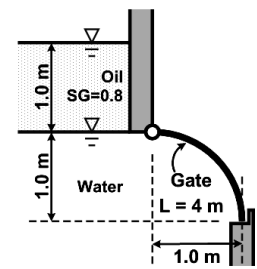
64. ต้องการออกแบบอุโมงค์ใต้น้ำลักษณะดังรูป ซึ่งอุโมงค์ดังกล่าวอยู่ใต้น้ำทะเลที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.05 จงหาขนาดและตำแหน่งของแรงที่กระทำกับโครงสร้างรูปโค้งโดยพิจารณาแรงต่อความยาวหนึ่งเมตร และแยกเป็นแรงในแนวราบกับแนวตั้ง (ตำแหน่งของแรงให้ตอบเป็นระยะห่างในแนวราบหรือแนวตั้งจากจุด A) :



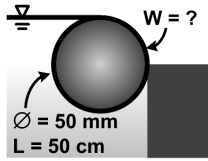
65. ประตูน้ำผิวโค้งรัศมี 1.5 m ยาว 2.0 m ถูกติดตั้งในลักษณะดังรูป จงหาขนาด และตำแหน่งของแรงดันน้ำที่กระทำในแนวราบและแนวตั้ง ที่กระทำกับประตูน้ำ



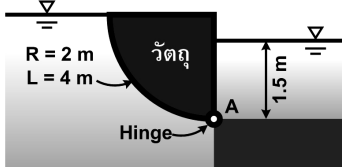
66. จงหาขนาด และ ตำแหน่งของแรงดันน้ำที่กระทำกับประตูน้ำบานโค้งรัศมี 1 m ยาว 4 m ที่มีการติดตั้งในลักษณะดังรูป กำหนดให้ค่าความถ่วงจำเพาะของน้ำมันมีค่าเท่ากับ 0.8



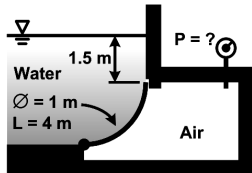
67. จงหาน้ำหนักของทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 mm ยาว 50 cm ที่กำลังลอยอยู่ในน้ำลักษณะดังรูป



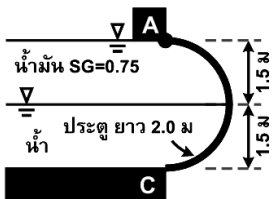
68. ก้อนวัตถุตั้งรูปทรงเศษหนึ่งส่วนสี่ทรงกระบอก รัศมี 2 m ยาว 4 m มีจุดหมุนอยู่ที่จุด A อยากทราบว่า วัตถุควรมีน้ำหนักเท่าไร จึงจะสามารถรักษาสสมดุลไว้ได้



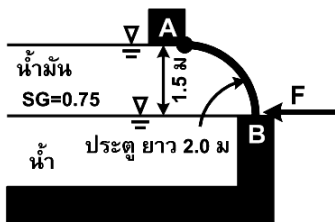
69. จากรูป จงหาความดันในห้องอัดอากาศ ที่ทำให้ประตูกั้นน้ำเปิดออกพอดี



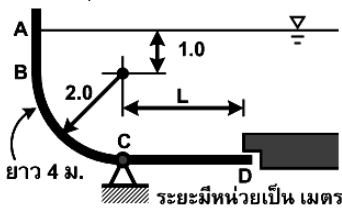
70. จากรูปจงหาขนาดและตำแหน่งของแรงดันน้ำที่กระทำกับประตูน้ำรูปครึ่งวงกลม ABC



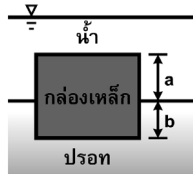
71. จงหาขนาด และตำแหน่งของแรงดันที่กระทำกับประตูโค้ง AB ดังรูป และหาขนาดของแรง F ที่ทำให้ประตูอยู่ในสภาวะสมดุล



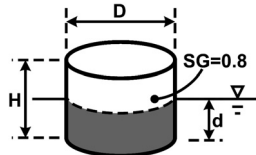
72. จากรูปจงหาระยะ L ที่มากที่สุด ที่ทำให้ประตู ABCD อยู่ในสภาวะสมดุล



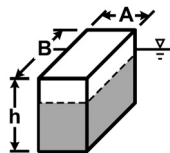
73. แรงลอยตัวคืออะไร จะเกิดขึ้นเมื่อใด มีขนาดและทิศทางเป็นอย่างไร
74. ถ้านำวัตถุทรงลูกบาศก์ขนาด $1 \times 1 \times 1 \text{ m}^3$ มีน้ำหนัก 4 kN มาใส่ลงในถังบรรจุน้ำ จงหาวัตถุจะลอยอยู่ในน้ำโดยมีส่วนที่อยู่ใต้ผิวน้ำลึกเท่าไร (*)
75. หากนำแก้วใบหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 5 cm สูง 10 cm ไปลอยในน้ำ ถ้าแก้วจมในน้ำ 7 cm จงหาน้ำหนักของแก้วใบนี้ (*)
76. กลองเหล็ก (ถ.พ. 7.85) ลอยอยู่ที่ผิวสัมผัสระหว่างน้ำและปรอท (ถ.พ. 13.6) ตามรูปจงหาอัตราส่วนของระยะ a ต่อ b (**)



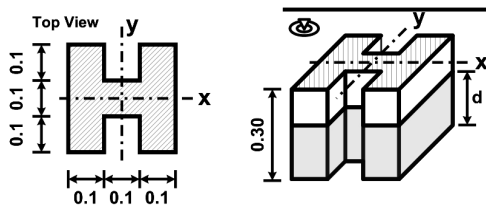
77. วัตถุทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง D สูง H มีค่าความถ่วงจำเพาะ 0.8 ลอยอยู่ในน้ำ จงหาความสูง (H) ที่มากที่สุดที่ทำให้วัตถุสามารถลอยตัวอยู่ได้ในลักษณะดังรูป



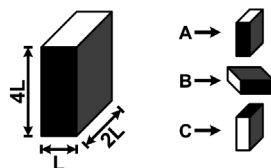
78. วัตถุชิ้นหนึ่งกว้าง A ยาว B สูง h มีค่าความถ่วงจำเพาะ 0.8 ลอยอยู่ในน้ำ ถ้า $B > A$ จงหาความสูง (h) ที่มากที่สุดที่ทำให้วัตถุสามารถลอยตัวอยู่ได้ในลักษณะดังรูป



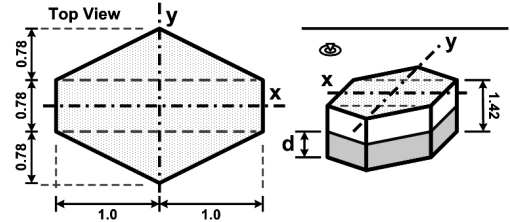
79. วัตถุรูปทรงตัว H หนัก 151.08 N ซึ่งลอยอยู่ในน้ำในลักษณะดังรูป จงตรวจสอบเสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุ ดังกล่าว (ตรวจสอบทั้งแกน X และ Y)



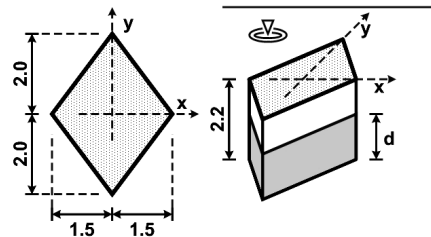
80. วัตถุทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง a ยาว $2a$ สูง $4a$ มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.5 ถ้านำไปลอยในน้ำ วัตถุจะลอยอยู่ในลักษณะใด



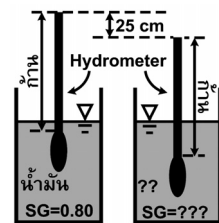
81. วัตถุชิ้นหนึ่งมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.5 ลอยอยู่ในน้ำในลักษณะดังรูป จงตรวจสอบเสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุดังกล่าว : ไม่เสถียรรอบแกน Y



82. วัตถุรูปทรงสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ซึ่งมีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.6 และมีรูปร่างลักษณะดังรูป จงตรวจสอบเสถียรภาพการลอยตัวของวัตถุ เมื่อวัตถุลอยในของไหลที่มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.8

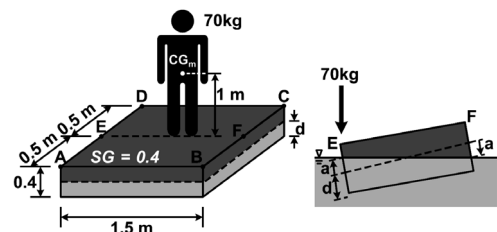


83. Hydrometer หนัก $21.57 \times 10^{-3} \text{ N}$ สองอัน จุ่มอยู่ในของไหลสองชนิด ชนิดแรกคือ น้ำมัน ถ.พ. เท่ากับ 0.8 อีกชนิดไม่ทราบว่าเป็นของเหลวชนิดใด ถ้าระดับปลายก้านแตกต่างกัน 25 cm ส่วนก้านของ Hydrometer มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.794 mm จงหา ถ.พ. ของเหลว ดังกล่าว



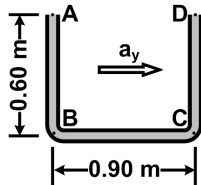
84. โป๊ะลอยน้ำขนาด $5 \times 10 \times 3 \text{ m}$ depth หนัก $1,500 \text{ kN}$ ส่วนที่จมต่ำกว่าระดับน้ำเท่าใด (*, 2.56 m)

85. แพขนาด $1.5 \times 1.0 \times 0.4 \text{ m}^3$ ทำจากวัสดุที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.4 ลอยอยู่ในน้ำโดยมีชายหนัก 70 kg ยืนอยู่กึ่งกลางด้านบนของแพในลักษณะดังรูป ถ้าจุดศูนย์กลางของชายคนนี้ (CG_m) อยู่สูงจากพื้น 1.0 m จงตรวจสอบว่าแพดังกล่าวมีเสถียรภาพหรือไม่ และหากชายคนดังกล่าวเปลี่ยนตำแหน่งมายืนที่จุด E ความลึกของส่วนที่จมน้ำทั้งสองด้านจะแตกต่างกันเท่าไร

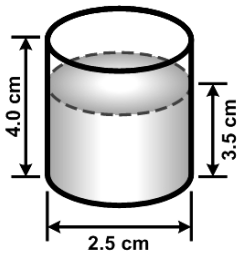


86. ท่อรูปตัว U บรรจุน้ำอยู่เต็มในลักษณะดังรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

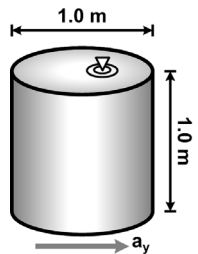
- ก) ขณะที่ท่อเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็ว 6 m/s^2 จงหาผลต่างของระดับน้ำที่ปลายทั้งสองด้าน : 0.55 m
 ข) ถ้าปลายด้าน D ถูกปิด เมื่อท่อเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็ว 5 m/s^2 จงหาความดันที่จุด B C และ D



87. แก้วน้ำใบหนึ่งสูง 4 cm เส้นผ่าศูนย์กลาง 2.5 cm ภายในบรรจุน้ำสูง 3.5 cm จงหาขนาดของความเร่งในแนวราบที่ทำให้ให้น้ำล้นออกจากแก้วพอดี : 3.924 m/s^2

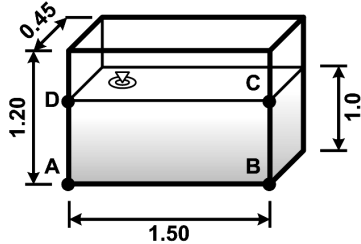


88. ถังทรงกระบอกใบหนึ่ง มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.0 ม. สูง 1.0 ม. บรรจุน้ำอยู่เต็ม หากถังใบนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วในแนวราบ 1 m/วินาที^2 จงหาปริมาตรของน้ำที่เหลือนอยู่

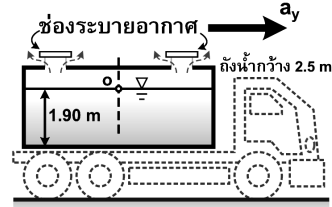


89. ถังน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใบหนึ่งสูง 1.20 m กว้าง 0.45 m ยาว 1.50 m บรรจุน้ำสูง 1.0 m จงหาขนาดของความดันที่จุด A B C และ D เมื่อ

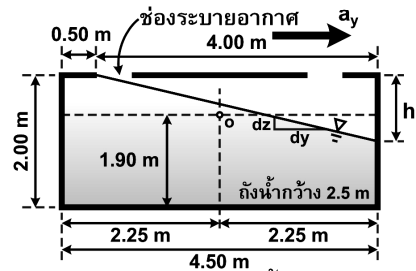
- ถังเคลื่อนที่ไปทางซ้ายด้วยความเร็ว $0.5g$
- ถังเคลื่อนที่ขึ้นในแนวตั้งด้วยความเร็ว $0.5g$
- ถังเคลื่อนที่ลงในแนวตั้งด้วยความเร็ว $0.5g$



90. รถบรรทุกคันหนึ่ง บรรจุถังน้ำมันขนาด $2 \text{ m} \times 2.5 \text{ m} \times 4.5 \text{ m}$ ถังน้ำมันมีช่องระบายอากาศอยู่ด้านบน ห่างจากด้านบนท้ายของถัง 0.5 m ลักษณะดังรูป อยากรทราบว่ารถบรรทุกสามารถวิ่งด้วยอัตราเร่งมากที่สุดเท่าใด ที่ไม่ทำให้น้ำล้นออกทางช่องระบายอากาศ

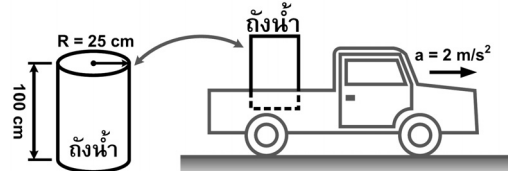


ไม่มีการล้น ปริมาตรน้ำคงที่

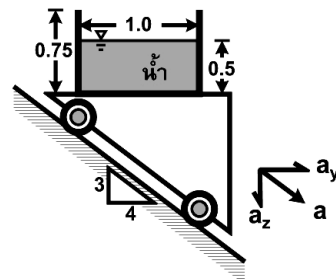


แบบขยายถึงน้ำ

91. รถคันหนึ่งบรรทุกถังขนาดรัศมี 25 cm สูง 100 cm หลังจากเติมน้ำมันจนเต็มถัง รถคันดังกล่าวออกตัวด้วยอัตราเร่ง 2 m/s^2 เป็นเวลา 3 s จากนั้นวิ่งด้วยความเร็วคงที่ อยากรทราบว่าจะถึงเวลาที่รถวิ่งด้วยความเร็วคงที่นั้น น้ำที่เหลือนอยู่ในถังมีปริมาตรเท่าไร



92. ถังน้ำรูปสี่เหลี่ยมใบหนึ่ง มีรูปร่างและ ลักษณะดังรูป เคลื่อนที่ ลงจาพื้นเอียงด้วยความเร่ง a จงหาขนาดของความเร่ง ที่ทำให้น้ำล้นออกจากถังพอดี ความดันที่มากที่สุดเกิดขึ้นที่จุดใด และมีค่าเท่าไร

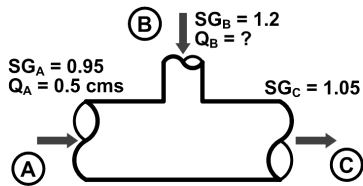


แบบฝึกหัดบทที่ 3

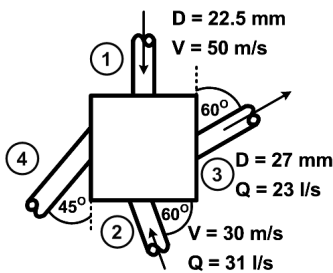
93. จากสมการ $\frac{\partial M_{sys}}{\partial t} = \frac{\partial M_{cv}}{\partial t} + \sum \dot{M}_{out} - \sum \dot{M}_{in}$

จงอธิบายความหมายของตัวแปรตามต่างๆ

94. สมการการเคลื่อนย้ายของเรโนลด์ กับ สมการการกฎการอนุรักษ์มวลแตกต่างกันอย่างไร
95. โรงงานแห่งหนึ่งต้องการผสมของเหลวสองชนิดคือ A กับ B ที่มีค่าความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.95 และ 1.20 ตามลำดับ อัตราการไหลของสาร A ถูกควบคุมที่ 0.5 cms หากต้องการควบคุมความถ่วงจำเพาะของสารผสม (C) ให้มีค่า 1.05 จงหาอัตราการไหลของสาร B (ของเหลวทั้งสองชนิดอัดตัวได้น้อยมาก)

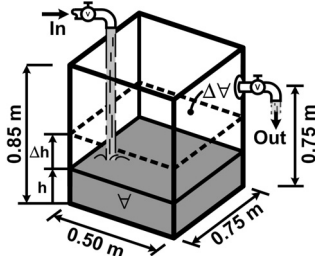


96. ก่อ่งไบหนึ่ง มีทางน้ำไหลเข้าออกในลักษณะดังรูป จงหาทิศทาง และอัตราการไหลที่ทางน้ำหมายเลข 4

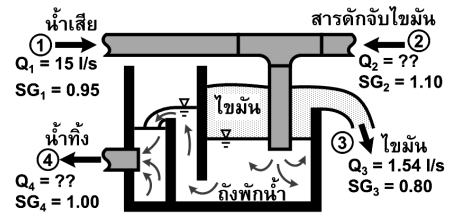


97. จากรูป ถ้าเปิดน้ำใส่ถังขนาด $0.5 \times 0.75 \times 1.5 \text{ m}^3$ ด้วยอัตรา 25 l/s อยากทราบว่า

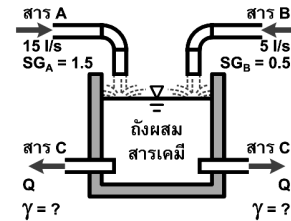
- ถ้าในขณะที่เริ่มจับเวลาไม่มีน้ำอยู่ในถัง จะต้องใช้เวลานานเท่าใด ระดับน้ำจะเพิ่มจนถึงวาล์วน้ำที่ทางออก
- ถ้าต้องการไม่ให้น้ำล้นออกจากถัง จงหาความเร็วของน้ำที่ระบายทางออก เมื่อเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่ทางออกเท่ากับ 2.5 cm



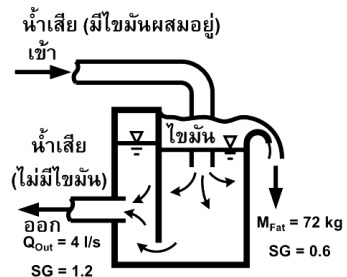
98. ในกระบวนการบำบัดน้ำเสีย ต้องการแยกไขมันออกจากน้ำด้วยการผสมสารดักจับไขมันลงในน้ำเสีย จากนั้นจึงปล่อยลงสู่ถังพักน้ำ ภายในถังพักน้ำไขมันจะลอยขึ้นด้านบน ส่วนน้ำเสียที่ปราศจากไขมันจะจมลงสู่ด้านล่าง และระบายทิ้งลงสู่แหล่งน้ำธรรมชาติ ในลักษณะดังรูป ถ้า ถ.พ.ของน้ำเสีย สารดักจับไขมัน ไขมัน และน้ำทิ้ง มีค่าเท่ากับ 0.95 , 1.10 , 0.08 และ 1.00 ตามลำดับ ในการทดสอบหาปริมาณสารดักจับไขมันที่เหมาะสมพบว่า จากปริมาณน้ำเสียที่ต้องการบำบัด 15 l/s สามารถดักจับไขมันได้มากที่สุดได้อัตรา 1.54 l/s อยากทราบว่า จะต้องเติมสารดักจับไขมันที่เหมาะสมด้วยอัตราเท่าไร และมีน้ำทิ้งเกิดขึ้นในอัตราเท่าไร



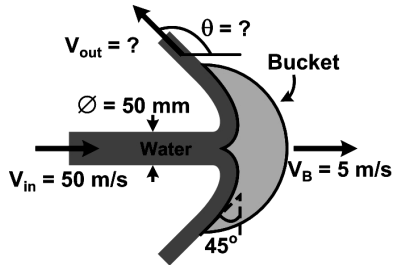
99. ทำการผสมสารเคมี A กับ B ในถังผสมสารเคมีในลักษณะดังรูป ต้องการปล่อยสารผสม (C) ออกสองทาง ด้วยอัตราที่เท่ากัน ถ้าสาร A มีความถ่วงจำเพาะ 1.5 อัตราการไหล 15 l/s ส่วนสาร B มีความถ่วงจำเพาะ 0.5 อัตราการไหล 5 l/s จงหาอัตราการไหลออกของสาร C ในแต่ละทาง และน้ำหนักจำเพาะของสาร C (สภาพการไหลเป็นแบบ Steady Flow และของไหลอัดตัวได้น้อยมาก)



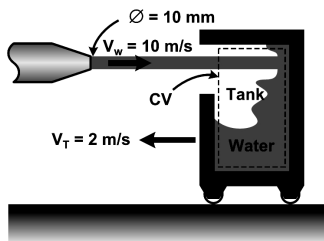
100. โรงบำบัดน้ำเสียแห่งหนึ่งต้องการแยกไขมันออกจากน้ำเสียด้วยถังดักไขมัน หลังจากน้ำเสียไหลผ่านถังดักไขมันที่ทางออกสามารถวัดอัตราการไหลของน้ำเสียได้ 4 ลิตร/วินาที ความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.2 และเมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที ปริมาณไขมันที่ดักได้เพิ่มขึ้น 72 กิโลกรัม ความถ่วงจำเพาะของไขมันเท่ากับ 0.6 ถ้าอัตราการไหลของน้ำเสียที่ทางเข้ามีค่าคงที่ จงหาอัตราการไหลและความหนาแน่นของน้ำเสียก่อนเข้าถังดักไขมัน



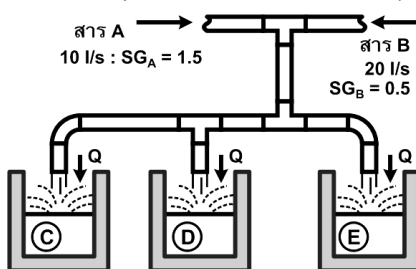
101. หัวฉีดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 mm ฉีดน้ำด้วยความเร็ว 50 m/s ลำน้ำพุ่งกระแทก Bucket ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 m/s ในทิศทางเดียวกันกับการพุ่งของลำน้ำในลักษณะตั้งรูป จงหาขนาดและทิศทางของความเร็วสัมบูรณ์ของลำน้ำที่พุ่งออกจาก Bucket



102. หัวฉีดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 mm ฉีดน้ำด้วยความเร็ว 10 m/s ในขณะที่ ถังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 m/s สวนทางกับการไหลของลำน้ำในลักษณะตั้งรูป อยากรทราบว่าจะเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป 500 millisecond ปริมาตรน้ำในถังจะเพิ่มขึ้นเท่าไร



103. ทำการผสมสารเคมี A กับ B ในลักษณะตั้งรูป ต้องการปล่อยสารผสม ออกสามทาง (C,D,E) ด้วยอัตราการไหลที่เท่ากัน ถ้าสาร A มีความถ่วงจำเพาะ 1.5 อัตราการไหล 10 l/s ส่วนสาร B มีความถ่วงจำเพาะ 0.5 อัตราการไหล 20 l/s จงหาอัตราการไหลออกของสารผสมที่ทางออกแต่ละทาง และน้ำหนักจำเพาะของสารผสม (สภาพการไหลเป็นแบบ Steady Flow และของไหลอัดตัวไม่ได้)

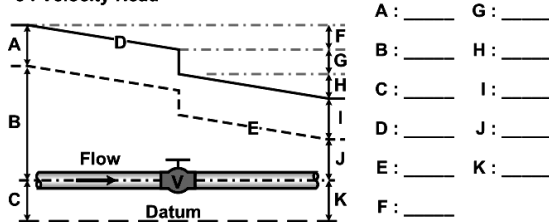


แบบฝึกหัดบทที่ 4

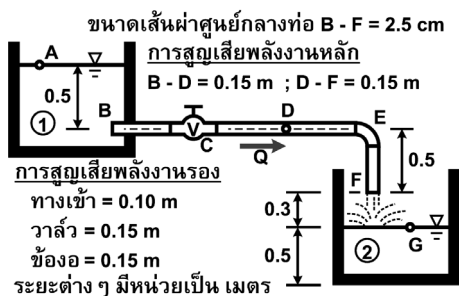
104. จงอธิบายความหมายของ การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรอง

105. จงจับคู่ระหว่างความหมาย (ตัวเลข) กับตัวแปร (ตัวอักษร) ให้ถูกต้อง

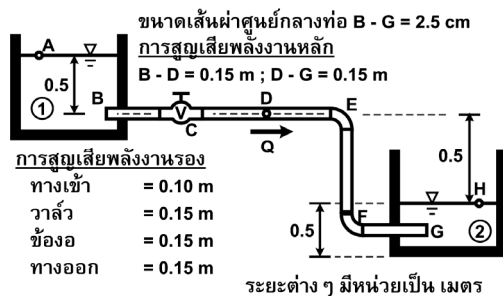
- | | | |
|--------------------|----------------|--------------------------|
| 1 : Potential Head | 4 : Major Loss | 6 : Energy Grade Line |
| 2 : Pressure Head | 5 : Minor Loss | 7 : Hydraulic Grade Line |
| 3 : Velocity Head | | |



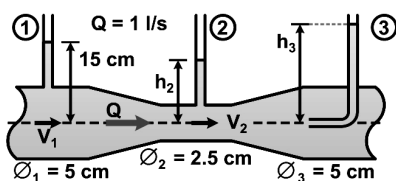
106. ต้องการถ่ายน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยระบบท่อ ลักษณะดังรูป ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรอง เป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป จงหาอัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D



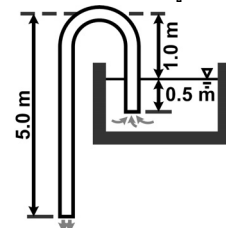
107. ต้องการถ่ายน้ำจากถังใบที่ 1 ไปยังถังใบที่ 2 ด้วยระบบท่อ ลักษณะดังรูป ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 2.5 cm การสูญเสียพลังงานหลัก และการสูญเสียพลังงานรอง เป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป จงหาอัตราการไหลของน้ำ และความดันที่จุด D



108. จากรูปหาการสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก จงหาความสูงของระดับน้ำในหลอดวัดความดันที่ 2 และ 3 (h_2 และ h_3)

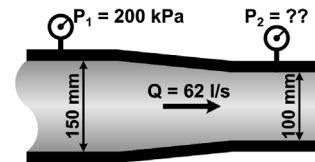


109. ในการทำกาลักน้ำเพื่อสูบน้ำออกจากถัง โดยท่อที่มี เส้นผ่าศูนย์กลาง 100 มม. ค่าการสูญเสียพลังงานจากปาก ท่อตูดถึงจุดสูงสุดเท่ากับ 1.2 ม. และจากจุดสูงสุดถึงปลาย ท่อเท่ากับ 1.5 ม. จงหาอัตราการสูบน้ำออกจากถัง



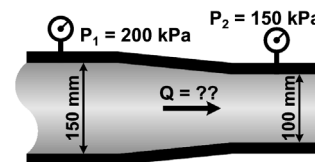
110. ท่อส่งน้ำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 150 มม ส่งน้ำด้วยอัตรา การไหล 62 l/s ความดันด้านเหนือน้ำเท่ากับ 200 kPa ผ่านท่อลดขนาด ซึ่งลดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางด้านท้ายน้ำ ลงเหลือ 100 มม จงหาความดันในท่อด้านท้ายน้ำเมื่อ

- 1) ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน
- 2) การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ เฮดพล ลังงานด้านเหนือน้ำ

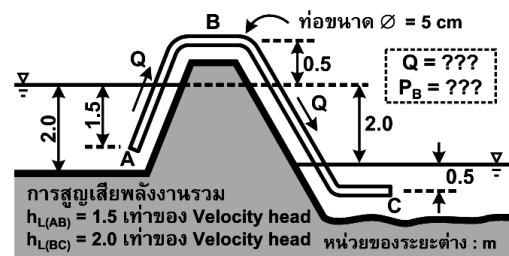


111. ท่อส่งน้ำขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 150 มม ความดันด้าน เหนือน้ำเท่ากับ 200 kPa ผ่านท่อลดขนาด ซึ่งลดขนาด เส้นผ่าศูนย์กลางด้านท้ายน้ำลงเหลือ 100 มม ความดัน ด้านท้ายน้ำเท่ากับ 150 kPa จงหาอัตราการไหลเมื่อ

- 1) ไม่คิดการสูญเสียพลังงาน
- 2) การสูญเสียพลังงานมีค่าเท่ากับ 1.5 เท่าของ เฮดพล ลังงานด้านเหนือน้ำ



112. ในการทำกาลักน้ำเพื่อสูบน้ำจาก A ไป C โดยท่อที่มี เส้นผ่าศูนย์กลาง 5 ซม. ค่าการสูญเสียพลังงานระบุไว้ดัง รูป จงหาอัตราการสูบน้ำออกจากถังและความดันที่จุด B



113. ต้องการปล่อยน้ำจากถังใบที่ 2 ไปยัง ถังใบที่ 1 ดังรูป ถ้าค่าระดับของผิวน้ำในถังใบที่ 2 และ 1 อยู่ที่ +29.8 m และ -0.5 m ตามลำดับ (วัดจากระดับอ้างอิง) ท่อ BD มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2.5 cm การสูญเสียพลังงานเป็นไปตามที่ระบุไว้ในรูป จงหาอัตราการไหล และความดันที่จุด C

การสูญเสียพลังงานหลัก

B - C = 16 เท่าของ Velocity Head

C - D = 8 เท่าของ Velocity Head

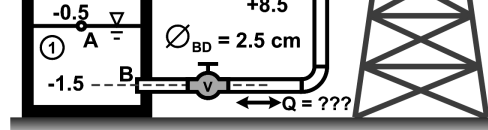
การสูญเสียพลังงานรอง

ทางเข้า = 1 เท่าของ Velocity Head

ทางออก = 1 เท่าของ Velocity Head

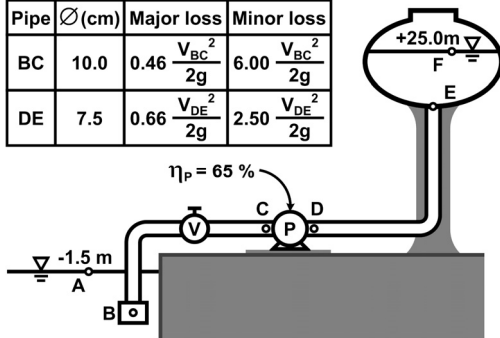
ข้ออ = 3 เท่าของ Velocity Head

วาล์ว = 5 เท่าของ Velocity Head



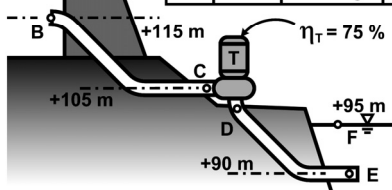
114. ต้องการสูบน้ำขึ้นถังสูงด้วยอัตรา 13.25 ลิตร/วินาที โดยต้องการให้ระดับน้ำในถังมากกว่า +25.0 m. ระบบสูบน้ำมีการติดตั้งในลักษณะดังรูป กำหนดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ และการสูญเสียพลังงานในเส้นท่อแสดงดังตาราง จงออกแบบขนาดเครื่องสูบน้ำ (กำลังงานที่ใช้ขับเคลื่อนสูบน้ำ) โดยสมมติให้ประสิทธิภาพเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 65 %

Pipe	∅ (cm)	Major loss	Minor loss
BC	10.0	$0.46 \frac{V_{BC}^2}{2g}$	$6.00 \frac{V_{BC}^2}{2g}$
DE	7.5	$0.66 \frac{V_{DE}^2}{2g}$	$2.50 \frac{V_{DE}^2}{2g}$



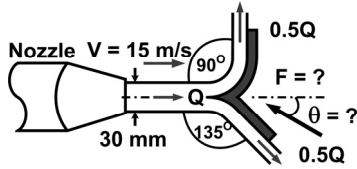
115. อ่างเก็บน้ำแห่งหนึ่ง มีระดับน้ำในอ่าง +150.0 m. ระดับน้ำท้ายเขื่อนอยู่ที่ +95 m. ปล่อยน้ำผ่านเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้าด้วยอัตราการไหล 0.594 ลบ.ม. / วินาที ถ้าเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้ามีประสิทธิภาพ 75 % จงหา กำลังงานที่ได้จากเครื่องกำเนิดกระแสไฟฟ้า กำหนดให้ขนาดของท่อและการสูญเสียพลังงานมีค่าดังตาราง

Pipe	∅ (cm)	Major loss	Minor loss
BC	55	$30.0 \frac{V_{BC}^2}{2g}$	$5.5 \frac{V_{BC}^2}{2g}$
DE	71	$19.5 \frac{V_{DE}^2}{2g}$	$4.0 \frac{V_{DE}^2}{2g}$

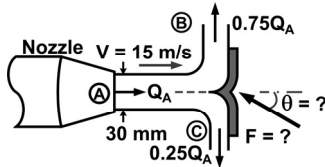


แบบฝึกหัดบทที่ 5

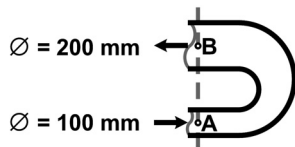
116. ลำน้ำถูกฉีดออกจากหัวฉีดด้วยความเร็ว 15 ม. / วินาที กระบพแผ่นวัตถุลักษณะดังรูป ทำให้อัตราการไหลถูกแบ่งเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับน้ำ



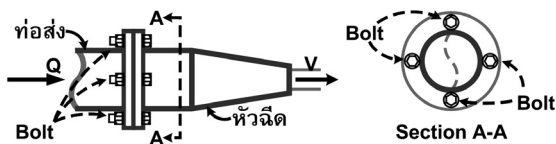
117. ลำน้ำถูกฉีดออกจากหัวฉีดด้วยความเร็ว 15 m/s กระบพแผ่นวัตถุลักษณะดังรูป ทำให้อัตราการไหลถูกแบ่งเป็นสองส่วน ในทิศทาง B มีอัตราการไหลเป็น 0.75 เท่าของจุด A และในทิศทาง C มีอัตราการไหลเป็น 0.25 เท่าของจุด A จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่แผ่นวัตถุกระทำกับน้ำ



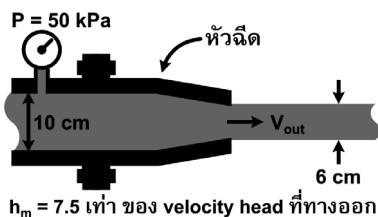
118. ท่อวางอยู่บนพื้นราบ ส่งน้ำมัน (SG = 0.88) ผ่านหน้าตัด A ด้วยความเร็ว 32. m/s ความดันที่หน้าตัด A เท่ากับ 150 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ในการยึดท่อไม่ให้เคลื่อนที่ โดยสมมติให้การสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก



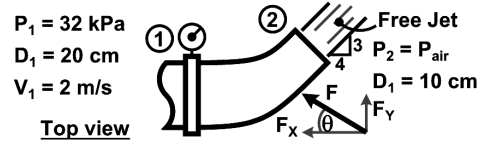
119. หัวฉีดถูกยึดด้วยนอต 4 ตัวในลักษณะดังรูป ท่อส่งและปลายหัวฉีดมีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 10 และ 5 เซนติเมตร ตามลำดับ ที่ปลายท่อส่งมีความดัน 117.72 kPa จงหาแรงที่เกิดขึ้นในนอตแต่ละตัว (โดยสมมติว่าการสูญเสียพลังงานมีค่าน้อยมาก)



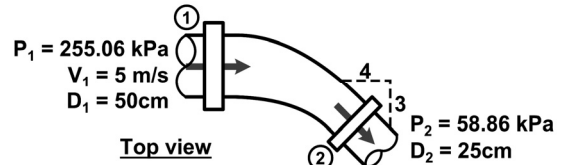
120. หัวฉีดน้ำถูกยึดในลักษณะดังรูป ท่อส่งและปลายหัวฉีดมีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 10 และ 6 เซนติเมตร ตามลำดับ ที่ปลายท่อส่งมีความดัน 50 kPa จงหาแรงที่ใช้ยึดหัวฉีด



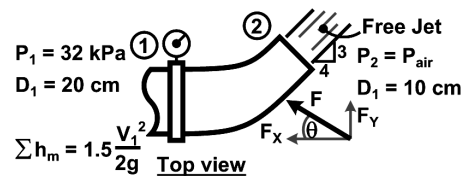
121. ท่อฉีดน้ำลดขนาด ฉีดน้ำสู่อากาศลักษณะดังรูป ถ้าหน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm ความดันเท่ากับ 32 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 2 m/s และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 10 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่



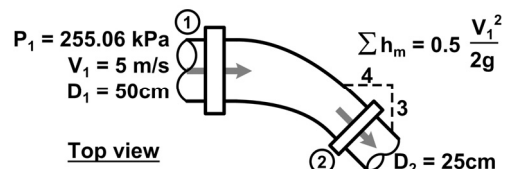
122. ท่อลำเลียงน้ำลดขนาดวางอยู่ในแนวนอนดังรูป ถ้าหน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 50 cm ความดันเท่ากับ 255.06 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 4 m/s และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 25 cm ความดันเท่ากับ 58.86 kPa จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่



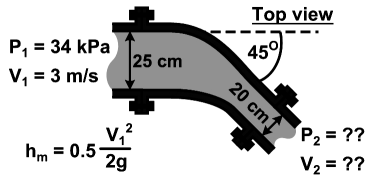
123. ท่อฉีดน้ำลดขนาด ฉีดน้ำสู่อากาศลักษณะดังรูป ถ้าหน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm ความดันเท่ากับ 32 kPa และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 10 cm จงหาขนาด และทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่ โดยมีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 1.5 เท่าของ velocity head ที่หน้าตัดที่ 1



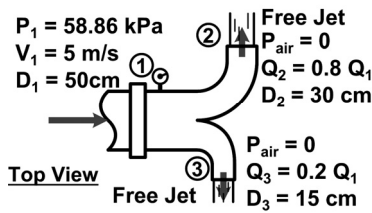
124. ท่อลำเลียงน้ำลดขนาดวางอยู่ในแนวนอนดังรูป ถ้าหน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 50 cm ความดันเท่ากับ 255.06 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 4 m/s และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 25 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่ โดยมีการสูญเสียพลังงานเท่ากับ 1.5 เท่าของ velocity head ที่หน้าตัดที่ 1



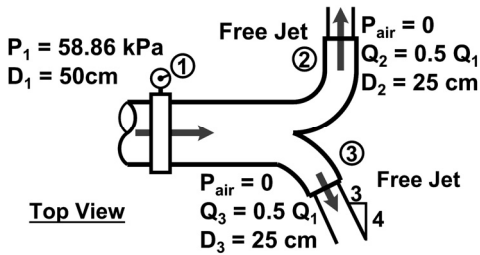
125. จากรูป ข้องอลดขนาดลำเลียงน้ำ วางอยู่ในแนวราบ ลักษณะดังรูป ที่หน้าตัดที่ 1 มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 25 cm ความดันเท่ากับ 34 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 3 m/s และที่หน้าตัดที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 20 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่ โดยพิจารณาการสูญเสียพลังงานระหว่างจุดทั้งสองมีค่าเท่ากับ 0.5 เท่าของ Velocity Head ที่หน้าตัดที่ 1



126. ท่อแยกติดตั้งอยู่ในแนวนอนดังรูป หน้าตัดที่ 1 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 cm ความดันเท่ากับ 58.86 kPa ความเร็วของน้ำเท่ากับ 5 m/s หน้าตัดที่ 2 และหน้าตัดที่ 3 น้ำพุ่งออกสู่อากาศภายนอก ท่อแยกแบ่งน้ำไปทางหน้าตัดที่ 2 เท่ากับ 80 % และหน้าตัดที่ 3 เท่ากับ 20% ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของลำน้ำที่หน้าตัดที่ 2 และหน้าตัดที่ 3 เท่ากับ 30 cm และ 15 cm ตามลำดับ จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่

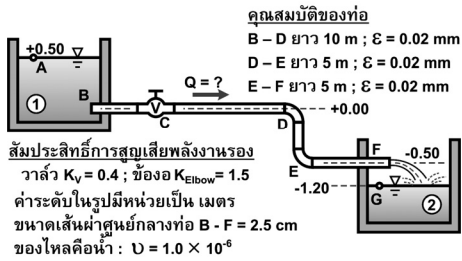


127. ท่อแยกติดตั้งอยู่ในแนวนอนดังรูป หน้าตัดที่ 1 มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 cm ความดันเท่ากับ 58.86 kPa ท่อแยกแบ่งน้ำออกเป็นสองทางเท่าๆ กัน (หน้าตัดที่ 2 และ 3) โดยพุ่งออกสู่อากาศภายนอก ถ้าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของลำน้ำที่หน้าตัดที่ 2 และ 3 เท่ากับ 25 cm จงหาขนาดและทิศทางของแรงที่ใช้ยึดท่อให้อยู่กับที่

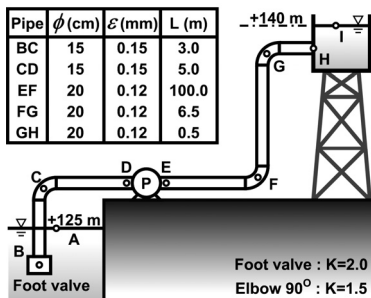


แบบฝึกหัดบทที่ 6

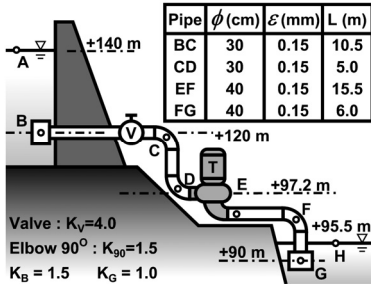
128. จากรูป จงหาอัตราการไหลของน้ำในระบบท่อ



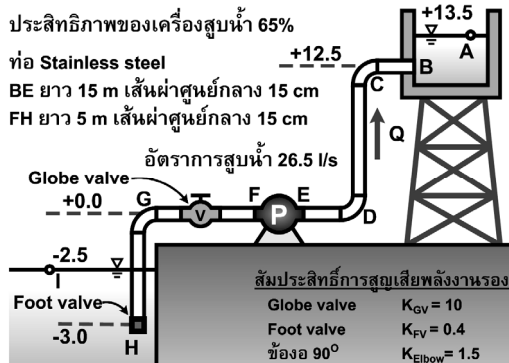
129. ระบบสูบน้ำมีการติดตั้งในลักษณะดังรูป ขนาดและคุณสมบัติของท่อแสดงดังตาราง จงหากำลังงานของเครื่องสูบน้ำที่ใช้ในการสูบน้ำด้วยอัตรา 88.4 l/s ถ้าประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 75 %



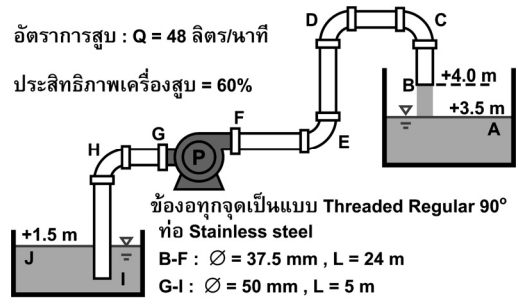
130. โรงไฟฟ้าพลังน้ำแห่งหนึ่ง มีระดับน้ำเหนือเขื่อนอยู่ที่ +140.0 msl ระดับน้ำท้ายเขื่อน +95.5 msl ติดตั้งเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ระดับ +97.2 msl ถ้าประสิทธิภาพของกังหันน้ำเท่ากับ 75 % อัตราการไหลเท่ากับ 314.55 l/s กำหนดให้ค่า K ของอุปกรณ์ต่างๆ และคุณสมบัติของท่อแสดงดังตาราง จงหากำลังงานที่ได้จากกังหันน้ำ



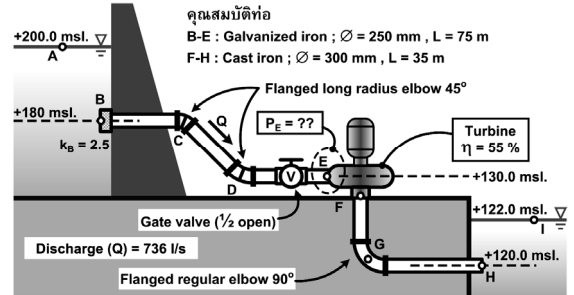
131. ระบบสูบน้ำมีการติดตั้งในลักษณะดังรูป จงหากำลังงานของเครื่องสูบน้ำที่ใช้ในการสูบน้ำด้วยอัตรา 26.5 l/s ถ้าประสิทธิภาพของเครื่องสูบน้ำเท่ากับ 65 %



132. จากรูป จงหากำลังงานที่ใช้ในการสูบน้ำ

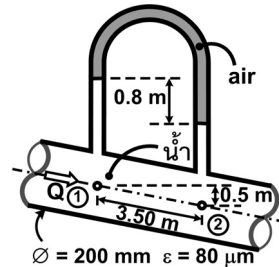


133. จากรูป จงหากำลังงานที่ได้จากกังหันน้ำ

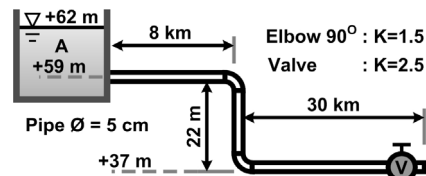


134. ท่อส่งน้ำติดตั้งอุปกรณ์วัดอัตราการไหลในลักษณะดังรูป ถ้าระยะห่างระหว่างจุดที่ 1 กับจุดที่ 2 เท่ากับ 3.5 m. เส้นผ่าศูนย์กลางท่อเท่ากับ 200 mm. ค่าความหยาบผิวของท่อเท่ากับ 80 μ m. จงตอบคำถามต่อไปนี้

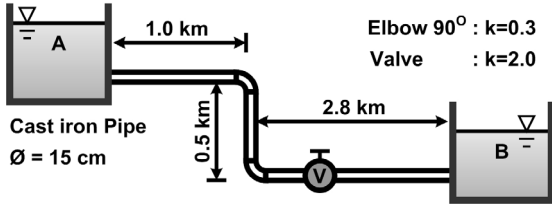
- ความแตกต่างของความดันระหว่างจุดที่ 1 กับจุดที่ 2 มีค่าเท่าใด ($P_1 - P_2 = ?$)
- อัตราการไหลมีค่าเท่าใด



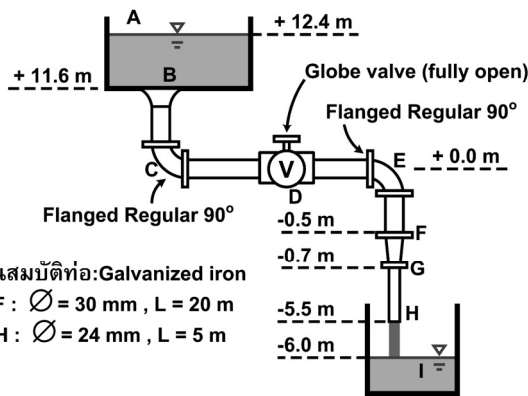
135. จากรูป ค่า k ของข้องอ 90° และวาล์ว เท่ากับ 1.5 และ 2.5 ตามลำดับ ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อเท่ากับ 5.0 ซม. จงคำนวณค่าความเร็วของน้ำที่พุ่งออกจากปลายหัวฉีด (ค่า ϵ ของท่อเท่ากับ 15 μ m)



136. ท่อส่งน้ำทำจากเหล็กหล่อ (Cast iron) ต่อเชื่อมระหว่างอ่างเก็บน้ำ A และ B
- ถ้าอัตราการไหลเท่ากับ 100 l/s จงหาผลต่างของระดับน้ำระหว่าง A กับ B
 - $Z_A - Z_B = 10$ m จงหาอัตราการไหล

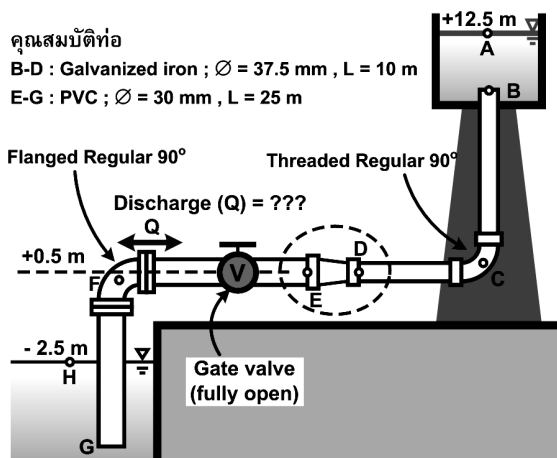


137. จากรูป จงหาอัตราการไหล และความดันที่จุด G



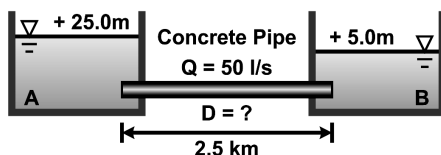
คุณสมบัติท่อ: Galvanized iron
 B-F : $\phi = 30$ mm, L = 20 m
 G-H : $\phi = 24$ mm, L = 5 m

138. จากรูป จงหาอัตราการไหล



คุณสมบัติท่อ
 B-D : Galvanized iron ; $\phi = 37.5$ mm, L = 10 m
 E-G : PVC ; $\phi = 30$ mm, L = 25 m

139. จงออกแบบท่อส่งน้ำคอนกรีต ส่งน้ำจาก A ไป B ด้วยอัตรา 50 l/s เมื่อระดับน้ำที่ A และ B เท่ากับ +25.0 m และ +5.0 m ตามลำดับ

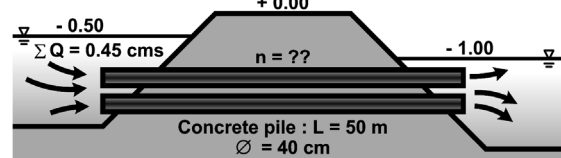


140. น้ำมันมีค่าความหนืด 8.14×10^{-2} N.s/m² ความหนาแน่น 869 kg/m³ ไหลในท่อด้วยอัตรา 0.0142 m³/s ถ้าความดันลดลงซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากความเสียดทานของการไหล 23.94 kPa ท่อยาว 300 m จงออกแบบขนาดท่อ (**)

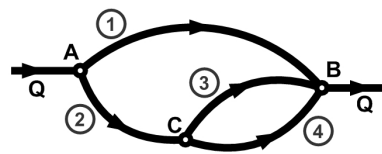
141. ถ้าต้องการจะส่งน้ำจากถังสูง 20 m ผ่านท่อเหล็กหล่อขนาด 100 mm ยาว 200 m มี friction factor = 0.02 ต่อกับท่อเหล็กหล่อขนาด 80 mm ยาว 300 m มี friction factor = 0.025 ถ้าไม่คิด minor loss จงหาอัตราการไหลในท่อ (***)

142. อ่างเก็บน้ำสองแห่ง มีระดับน้ำต่างกัน 1.5 m อ่างทั้งสองเชื่อมกันด้วยท่อ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 cm ยาว 300 m จงหาอัตราที่น้ำไหลจากอ่างเก็บน้ำที่ 1 ไปอ่างที่ 2 กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความฝืด (f) = 0.02 ค่าสัมประสิทธิ์ของการสูญเสียรอง (K) ที่น้ำเข้าและออกจากท่อเป็น 0.5 และ 1.0 ตามลำดับ (**)

143. ต้องการออกแบบท่อลอด เพื่อระบายน้ำอัตรา 0.45 cms อยากทราบว่าต้องใช้ท่ออย่างน้อยกี่เส้น

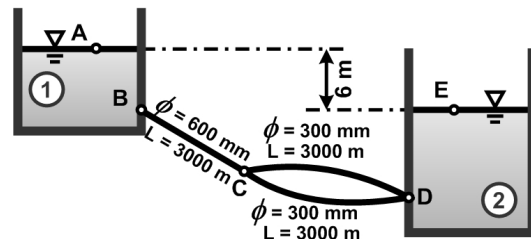


144. น้ำไหลผ่านระบบท่อจากจุด A ไปยังจุด B ตามทิศทางที่แสดงในรูป ค่ากล่าวใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง (HL คือ พลังงานที่สูญเสีย) (**)

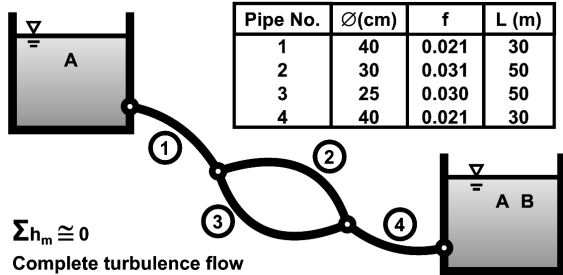


- 1) $HL_1 = HL_2 + HL_3 + HL_4$
- 2) $HL_2 = HL_4 + HL_3$
- 3) $HL_1 = HL_2 + HL_3$

145. จากรูปจงคำนวณหาอัตราการไหลของน้ำจากอ่างที่ 1 สู่อ่างที่ 2 เมื่อการไหลเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Complete turbulence) ท่อแต่ละเส้นมีค่าตัวประกอบความเสียดทาน $f = 0.01$ และไม่คำนึงถึงการสูญเสียรอง (**)

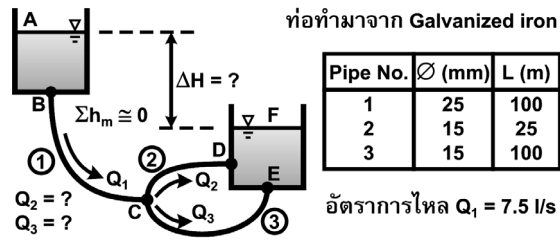


146. ระบบบ่อบำบัดน้ำมีการติดตั้งลักษณะดังรูป ขนาดและคุณสมบัติของท่อแต่ละเส้นแสดงดังตาราง ถ้าการไหลเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Complete turbulence) และไม่คิดการสูญเสียพลังงานรอง เมื่ออัตราการไหลในท่อเส้นที่ 1 เท่ากับ 0.63 cms จงหา



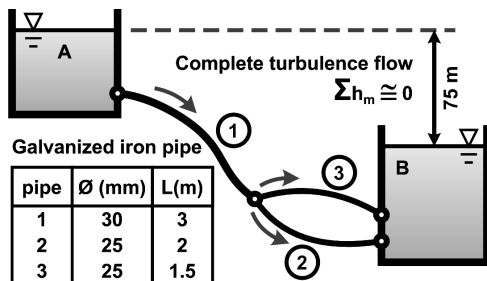
- อัตราการไหลในท่อเส้นที่ 2 และ 3
- ผลต่างของระดับน้ำในอ่างทั้งสอง (ΔZ)

147. ระบบท่อส่งน้ำมีการติดตั้งลักษณะดังรูป ถ้าท่อทำมาจาก Galvanized iron เส้นผ่าศูนย์กลางและความยาวของท่อแต่ละเส้นแสดงดังตาราง การไหลเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Complete turbulence) และไม่คิดการสูญเสียพลังงานรอง เมื่ออัตราการไหลในท่อเส้นที่ 1 เท่ากับ 7.5 l/s จงหา

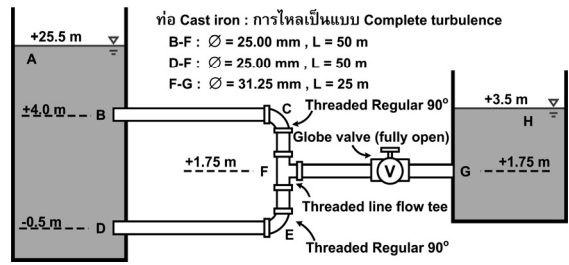


- อัตราการไหลในท่อเส้นที่ 2 และ 3
- ผลต่างของระดับน้ำในอ่างทั้งสอง

148. ถังเก็บน้ำ A และ B เชื่อมต่อกันด้วยท่อเหล็กชุบสังกะสี (Galvanized iron) ในลักษณะดังรูป ขนาดของท่อแต่ละเส้นแสดงดังตาราง ถ้าการไหลเป็นแบบปั่นป่วนสมบูรณ์ (Complete turbulence) และไม่คิดการสูญเสียพลังงานรอง ถ้าระดับน้ำในถังทั้งสองต่างกัน 75 m จงหาอัตราการไหลในท่อแต่ละเส้น

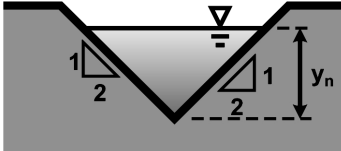


149. จากรูป จงหาอัตราการไหลในท่อแต่ละเส้น

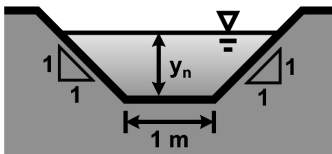


แบบฝึกหัดบทที่ 7

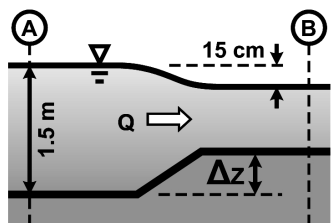
150. ต้องการออกแบบคลองส่งน้ำลักษณะดังรูป หากอัตราการไหลที่ใช้ในการออกแบบเท่ากับ 200 cms และความลาดเทของพื้นคลองเท่ากับ 0.0005 สัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning เท่ากับ 0.0125 จงคำนวณค่าความลึกของน้ำ เมื่อพิจารณาสภาพการไหลเป็นแบบ Steady Uniform Flow



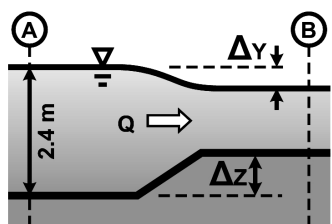
151. คลองส่งน้ำหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ความกว้างของท้องคลองเท่ากับ 1 m ความลาดชันด้านข้าง (side slope) เท่ากับ 1 : 1 ผิวคลองมีค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของแมนนิ่งเท่ากับ 0.01 และความลาดชันของท้องคลอง (bed slope) เท่ากับ 0.0001 ถ้าการไหลเป็นแบบ Steady Uniform Flow โดยมีความลึกของน้ำเท่ากับ 2 m จงหาอัตราการไหลของน้ำในคลอง



152. รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 4 m กระแสน้ำมีความเร็ว 1 m/s ลึก 1.5 m ถ้าต้องการลดระดับน้ำที่หน้าตัด B ให้ต่ำกว่าที่หน้าตัด A 15 cm จะต้องยกกระดပ်พื้นรางขึ้นเท่าไร และสามารถยกกระดပ် Δz ได้มากที่สุดเท่าใดโดยจะต้องไม่ทำให้ระดับน้ำที่จุด A เปลี่ยนแปลง



153. รางน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 m ที่จุด A กระแสน้ำมีความเร็ว 1 m/s ลึก 2.4 m ถ้าต้องการยกกระดပ်ที่จุด B ขึ้น 20 เซนติเมตร ($\Delta z = 20$ cm) ระดับน้ำที่จุด B จะลดลงจากเดิมเท่าไร ($\Delta Y = ?$) และสามารถยกกระดပ် Δz ได้มากที่สุดเท่าที่ไม่ทำให้ระดับน้ำที่จุด A เกิดการเปลี่ยนแปลง



แบบฝึกหัดบทที่ 8

154. จงอธิบายความหมายของ มิติ และ หน่วย

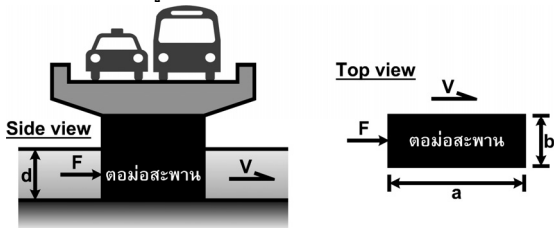
155. จงหามิติและหน่วยของตัวแปรต่อไปนี้

แรง (F) ความเร็วเชิงมุม (Ω) ความเร็วรอบ (N)

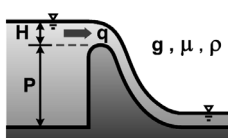
156. ข้อใดไม่ใช่ Dimensionless term(*)

- 1) V/\sqrt{gL} 2) Vt/L
- 3) $\Delta P/(\rho L^2)$ 4) Ωt

157. ตอม่อสะพานแห่งหนึ่งกว้าง a ยาว b ระดับน้ำด้านเหนือ น้ำ ลึก d น้ำมีความหนืดเท่ากับ μ ความหนาแน่นเท่ากับ ρ ความเร็วของน้ำที่ไหลผ่านเท่ากับ V จงหาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อแรงกระทำที่ตอม่อ F ในรูปพจน์ตัวแปรไร้มิติ



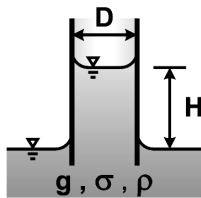
158. จงสร้างพจน์ตัวแปรไร้มิติของการทดลองเพื่อหาอัตราการไหลผ่านสันฝาย



- g = อัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง
- H = ความสูงระดับน้ำเหนือสันฝาย
- P = ความสูงของสันฝาย
- g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
- ρ = ความหนาแน่น
- μ = ความหนืดสัมบูรณ์

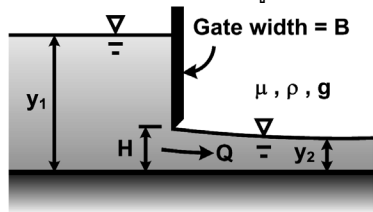
159. จงสร้างพจน์ตัวแปรไร้มิติที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์

Capillary rise



- H = Capillary rise
- D = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ
- g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
- ρ = ความหนาแน่น
- σ = แรงตึงผิว

160. ประตูระบายน้ำกว้าง B ยกบานสูง H ระดับ น้ำด้านเหนือ น้ำลึก y_1 ระดับน้ำด้านท้ายน้ำลึก y_2 น้ำมีความหนืดเท่ากับ μ ความหนาแน่นเท่ากับ ρ อัตราการไหลลอดบานประตูเท่ากับ Q จงหาสร้างพจน์ตัวแปรไร้มิติที่เกี่ยวข้องกับการไหลลอดผ่านประตู



161. ถ้าค่ากำลังงาน (P) ที่ใส่ให้กับเครื่องสูบน้ำ ขึ้นอยู่กับตัวแปรตามสมการต่อไปนี้

$$P = f(Q, D, \rho, \Omega, \mu)$$

โดยที่ P = กำลังงาน (Power)

Q = อัตราการไหล

D = เส้นผ่าศูนย์กลางของใบพัดเครื่องสูบน้ำ

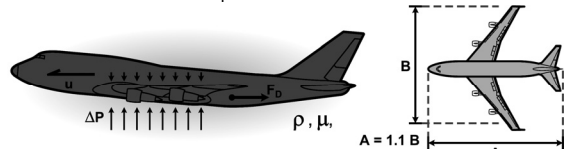
Ω = ความเร็วรอบของเครื่องสูบน้ำ

μ = ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล

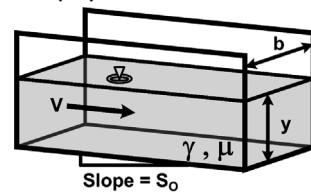
ρ = ความหนาแน่นของของไหล

จงจัดรูปตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless terms)

162. การศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในขณะที่อากาศยานกำลังเคลื่อนที่ ตัวแปรหลักที่ต้องการศึกษา ประกอบด้วย ความแตกต่างระหว่างความดันอากาศใต้ปีกกับความดันเหนือปีก (ΔP) และ แรงจุดที่เกิดขึ้นกับอากาศยาน (F_D) ซึ่งตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กับรูปร่างของอากาศยาน (A และ B) และความเร็วของอากาศยาน (u) จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ในรูปความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรไร้มิติ



163. ร่างน้ำรูปลิ่มเหลี่ยมผืนผ้า กว้าง B ความลาดชันของพื้นรางเท่ากับ S_0 กำหนดให้ความเร็วของกระแสช้าเท่ากับ V ความลึกเท่ากับ Y น้ำมีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ γ และความหนืดของน้ำเท่ากับ μ จงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรที่เกี่ยวข้องในรูปของความสัมพันธ์ของพจน์ตัวแปรไร้มิติ (ให้ใช้ γ, μ และ Y เป็นตัวแปรซ้ำ)



164. ในการทดลอง Model การไหลในทางน้ำผ่าน Spillway จำนวนไร้มิติ(Dimensionless number) ไตในตัวเลือกที่เป็นนัยสำคัญที่ต้องนำมาพิจารณา(*)

- 1) Reynold number
- 2) Froude number
- 3) Mach number
- 4) Reynold number , Froude number และ Mach number

165. ในการทดลอง Model การเคลื่อนที่ของตะกอนบริเวณท้องน้ำ จำนวนไร้มิติ (Dimensionless number) ไตในตัวเลือกที่เป็นนัยสำคัญที่ต้องนำมาพิจารณา(*)

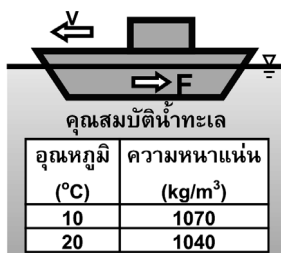
- 1) Reynold number
- 2) Froude number
- 3) Mach number
- 4) Reynold number , Froude number และ Mach number

166. แบบจำลองของแม่น้ำสายหนึ่งซึ่งเป็น Distorted Model มี scale ratio ในแนวแกน X (X_r) =1:20 และ ในแนวแกน Y(Y_r)=1:10 ถ้าในแม่น้ำจริงมีความลาดชันท้องคลองเท่ากับ 0.0005 ในแบบจำลองที่จะสร้างจะต้องมีความลาดชันท้องคลองเท่าใด (**)

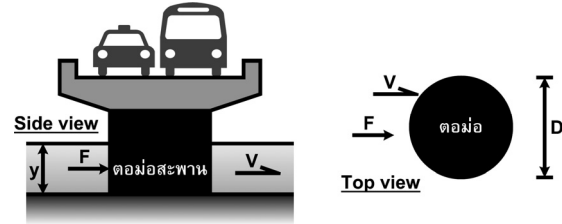
167. การไหลในทางน้ำเปิดมีพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 6 m น้ำลึก 1 m ด้วยอัตราการไหล 2 m³/s ออกแบบโมเดลที่มีความคล้ายคลึงด้วย Froude number ทำให้อัตราส่วนของอัตราการไหลเท่ากับ 1:1,000 จงหาความลึกของน้ำในโมเดล (**)

168. แบบจำลองของการไหลในทางน้ำเปิด ซึ่งมีสัดส่วนความยาวในแบบจำลองต่อของจริงเรียกว่า scale ratio (L_m/L_p)มีค่าเท่ากันในทุกๆทิศทาง คือ 1:10 แล้ว ถ้าต้องการทราบสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัดของการไหลของแบบจำลองต่อของจริง(A_m/A_p)จะมีค่าเป็นเท่าใด(*)

169. ต้องการออกแบบเรือที่มีความเร็ว 12 m/s เมื่อแล่นในน้ำทะเลอุณหภูมิ 10°C หุ่นจำลองของเรือดำน้ำมีมาตราส่วน 1:25 ถูกนำมาทดสอบในห้องทดลองด้วยน้ำทะเลที่อุณหภูมิ 20°C จงหาความเร็วที่ใช้ในการทดสอบด้วยแบบจำลอง และถ้าหากแรงต้านที่เกิดขึ้นกับเรือจำลองเท่ากับ 3.65 N จงหาแรงต้านที่เกิดขึ้นกับเรือต้นแบบ



170. ต้องการทดลองหาค่าแรงจุด ที่กระทำกับตอม่อสะพานทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลาง 3.00 m ด้วยแบบจำลองที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 60 cm โดยจำลองจากสภาพการไหลจริงที่มีความลึก 5.00 m ความเร็วของกระแส น้ำ 1.5 m/s อยากทราบว่าความเร็ว และความลึกของน้ำที่ใช้ในแบบจำลองควรมีขนาดเท่าไร และถ้าสามารถตรวจวัดแรงที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองได้ 43 kN จงหาแรงที่เกิดขึ้นกับตอม่อสะพาน (ความหนืดน้ำเท่ากับ 0.900×10^{-3} N-s/m² ในการทดลองใช้สารละลายที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.8 และมีความหนืดเท่ากับ 0.504×10^{-3} N-s/m²)



171. ในการศึกษาการไหลในทางน้ำเปิดที่มีพื้นที่หน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร น้ำลึก 1 เมตร ด้วยอัตราการไหล 2 cms โดยใช้แบบจำลองที่มีความคล้ายคลึงทางชลศาสตร์ ทำให้อัตราส่วนระหว่างความลึกในแบบจำลองต่อความลึกในทางน้ำจริงเท่ากับ 1:10 จงหาความกว้างของทางน้ำ และอัตราการไหลที่ใช้ในแบบจำลอง

172. แบบจำลองวาล์วขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 300 mm ใช้กับไหลชนิดหนึ่ง ซึ่งมีค่าความหนืดคินเนมาติก 1.57×10^{-5} m²/s เพื่อทดสอบวาล์วจริงขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 600 mm ซึ่งใช้กับของไหลที่มีค่าความหนืดคินเนมาติก 9.96×10^{-7} m²/s ไหลด้วยความเร็วต่ำสุดที่ 1 m/s ความเร็วสูงสุดที่ 2.5 m/s จงคำนวณหาอัตราการไหลสูงสุดในแบบจำลอง(*)

173. ระบบประปาต้องการเครื่องสูบน้ำที่มีกำลัง 61440 watt แบบจำลองระบบประปามีอัตราส่วนความยาวเท่ากับ 8:1 และอัตราส่วนความเร็วเท่ากับ 2:1 จงหา กำลังที่เครื่องสูบน้ำของแบบจำลองต้องการ กำหนดให้ของไหลที่ใช้ในแบบจำลองและของไหลจริงเป็นชนิดเดียวกัน (***)

174. กำลังที่ใช้ขับเคลื่อนเครื่องสูบบแบบ Axial Flow ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของของเหลว ความเร็วเชิงมุมของการหมุนเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor เฮดของพลังงาน และอัตราการสูบ ถ้าเครื่องสูบ มีกำลัง 50 kW หมุนด้วยความเร็ว 400 r/min จงคำนวณหาอัตราการสูบจริง เมื่อแบบจำลองที่สร้างขึ้นมีกำลัง 5 kW อัตราการสูบ 5 l/s พลังงาน 2 m ความเร็ว 900 r/min และเส้นผ่านศูนย์กลางของ Rotor = 800 mm (**)

175. ถ้าในการทดสอบแบบจำลองของระบบพลศาสตร์ ที่มีอัตราส่วน 1:10 ปรากฏว่า มีความคล้ายคลึงกันของ Reynolds number และ Froude number ทั้งในแบบจำลอง และระบบของจริง จงหาอัตราส่วนของความหนืดจลน์ของของเหลวในแบบจำลองต่อความหนืดจลน์ของของเหลวในระบบจริง
176. จากโจทย์ข้อ 154 ทำการทดสอบโดยใช้แบบจำลองที่มีความกว้างของปีกเท่ากับ 4.0 m ล้ำตัวยาว 4.4 m ในอุโมงค์ลมที่ปรับความดันจนกระทั่งความหนาแน่นอากาศมีค่าเป็น 5 เท่าของที่เพดานบิน ถ้าต้องการจำลองสถานการณ์จริงที่ความเร็ว 350 km/hr ความเร็วลมที่ใช้ทดสอบควรมีค่าเท่าใด และถ้าในการทดสอบผลต่างระหว่างความดันใต้ปีกกับเหนือปีกเท่ากับ 51.2 kPa และแรงดูดที่วัดได้เท่ากับ 11.36 kN จงหาขนาดของผลต่างระหว่างความดันใต้ปีกกับเหนือปีก และ แรงดูดที่เกิดกับอากาศยานจริง โดยอากาศยานจริงมีลำตัวยาว 70.4 m สมมุติให้อากาศที่ใช้ในแบบจำลองมีความหนืดเท่ากับที่เพดานบิน
177. การออกแบบทางระบายน้ำล้นของเขื่อนแห่งหนึ่ง ต้องการออกแบบให้สามารถระบายปริมาณน้ำได้สูงสุด $150 \text{ m}^3/\text{s}$ แต่ในการศึกษาด้วยแบบจำลองตั้งค่าอัตราการไหลไว้ที่ $0.474 \text{ m}^3/\text{s}$ จงหา
- สมมาตรส่วนที่ต้องใช้เพื่อให้ของจริงกับแบบจำลองมีความคล้ายคลึงกัน
 - ถ้าแบบจำลองเกิดแรงที่กระทำต่ออาคาร 20 N จงหาแรงที่เกิดขึ้นกับของจริง
 - ถ้าในแบบจำลองเกิดการกัดเซาะด้านท้ายอาคารเมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที การกัดเซาะจะเกิดขึ้นกับของจริงเมื่อเวลาผ่านไปเท่าใด
-



เอกสารอ้างอิง

- 1) Ven Te Chow, *Open-channel Hydraulics*, McGraw-Hill Inc., 1973
- 2) สันติ ทองฟ้านัก, *เอกสารประกอบการสอน วิชา การไหลในทางน้ำเปิด*, ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน, 1991
- 3) Bruce R. Munson, Donald F. Young, and Theodore H. Okiishi, *Fundamentals of fluid mechanics*, 2 nd. Ed., Jhon Wiley & Sons Inc., 1994
- 4) Ranald V. Giles, Jack B. Evett, and Cheng Liu, *Schaum's Outline of Theory and Problems of Fluid Mechanics and Hydraulics*, 3 rd. Ed., McGraw-Hill Inc., 1994
- 5) Joseph B. Franzini & E. John Finnemore, *Fluid Mechanics*, 9 th. Ed., McGraw-Hill Inc., 1997
- 6) สุนันท์ ศรีถนยนิตย์, *กลศาสตร์ของไหล*, สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี(ไทย-ญี่ปุ่น), 1999
- 7) นิमित เจตจันทร์พิพัฒน์, *เอกสารประกอบการสอน วิชา กลศาสตร์ของไหล*, ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน, 2000
- 8) Larry W. Mays, *Water Resources Engineering*, 1 st. Ed., Jhon Wiley & Sons Inc., 2001
- 9) กীরติ ลีวัจนกุล, *ชลศาสตร์*, ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2001
- 10) Jack B. Evett, and Cheng Liu (ผู้แต่ง), นิตยา หวังวงศ์โรจน์ (แปลและเรียบเรียง), โจทย์ 2500 ข้อ กลศาสตร์ของไหล, สำนักพิมพ์ท็อป, 2004



Appendix

ตาราง A1 คุณสมบัติของน้ำที่อุณหภูมิต่าง ๆ

Temp (°C)	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (N/m ³)	Specific Gravity 4°C reference	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻³ N-s/m ²)	Kinematic Viscosity ν ; (x10 ⁻⁶ m ² /s)	Surface Tension σ ; (x10 ⁻² N/m)	Vapor Pressure P_v ; (m)	Bulk Modulus k ; (x10 ⁷ N/m ²)
0 (liquid)	999.9	9805	0.999	1.792	1.792	7.62	0.06	204
10	999.7	9803	0.999	1.308	1.308	7.48	0.12	211
20	998.2	9789	0.998	1.005	1.007	7.36	0.25	220
25	997.1	9779	0.997	0.894	0.897	7.26	0.33	222
30	995.7	9767	0.996	0.801	0.804	7.18	0.44	223
40	992.2	9737	0.993	0.656	0.661	7.01	0.76	227
50	988.1	9697	0.988	0.549	0.556	6.82	1.26	230
60	983.2	9658	0.985	0.469	0.477	6.68	2.03	228
70	977.8	9600	0.979	0.406	0.415	6.50	3.20	225
80	971.8	9557	0.974	0.357	0.367	6.30	4.86	221
90	965.3	9499	0.968	0.317	0.328	6.12	7.18	216
100	958.4	9438	0.962	0.284	0.296	5.94	10.33	207

ตาราง A2 คุณสมบัติของของเหลวชนิดต่างๆ ที่ความดัน 1 บรรยากาศ อุณหภูมิ 20 °C

Fluid	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (kN/m ³)	Specific Gravity 4°C reference	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻³ N-s/m ²)	Surface Tension σ ; (x10 ⁻² N/m)	Vapor Pressure P_v ; (kPa)
Ammonia (NH ₃)	829	8.13	0.829	0.22	2.13	910.0
Benzene (C ₆ H ₆)	879	8.62	0.879	0.651	2.89	10.1
Carbon tetrachloride	1588	15.57	1.588	0.967	2.70	12.0
Ethanol (C ₂ H ₅ OH)	788	7.73	0.788	1.20	2.28	5.75
Gasoline	719	7.05	0.719	0.292		55.1
Glycerine	1258	12.34	1.258	149	6.33	0.000014
Kerosene	819	8.03	0.819	1.92	2.77	3.11
Mercury	13570	133.1	13.570	1.56	51.4	0.0000011
Methanol	788	7.73	0.788	0.598	2.26	13.4
Oil : SAE10	869	8.52	0.869	81.4	3.65	-
Oil : SAE30	888	8.71	0.888	440	3.50	-
Seawater	1028	10.08	1.028	1.07	7.28	2.34

ตาราง A3 คุณสมบัติของก๊าซชนิดต่างๆ ที่ความดัน 1 บรรยากาศ อุณหภูมิ 20 °C

Gas	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (kN/m ³)	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻⁸ N-s/m ²)
Air	1.20	11.8	1.81
Carbon dioxide	1.84	18.1	1.48
Helium	0.166	1.63	1.97
Hydrogen	0.0839	0.823	0.905
Methane	0.666	6.53	1.34
Nitrogen	1.16	11.4	1.76
Oxygen	1.33	13.0	2.00

ตาราง A4 คุณสมบัติของอากาศ ที่ความดัน 1 บรรยากาศ

Temp. (°C)	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (N/m ³)	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻⁵ N-s/m ²)
0	1.29	12.7	1.72
10	1.25	12.2	1.77
20	1.20	11.8	1.81
30	1.16	11.4	1.86
40	1.13	11.0	1.91
50	1.09	10.7	1.95
60	1.06	10.4	1.99
70	1.03	10.1	2.04
80	1.00	9.80	2.09
90	0.97	9.53	2.13
100	0.95	9.28	2.17

ตาราง A5 คุณสมบัติของอากาศ และความดันสัมบูรณ์ ที่ระดับความสูงต่างๆ

Level (msl.)	Temp. (°C)	Density ρ ; (kg/m ³)	Specific weight γ ; (kN/m ³)	Dynamic Viscosity μ ; (x10 ⁻⁵ N-s/m ²)	Absolute Pressure (kPa)
0	15.0	1.225	12.01	1.79	101.33
2,000	2.0	1.007	9.86	1.73	79.50
4,000	-4.5	0.909	8.02	1.66	60.12
6,000	-24.5	0.660	6.46	1.60	47.22
8,000	-36.9	0.526	5.14	1.53	35.65
10,000	-49.9	0.414	4.04	1.46	26.50
12,000	-56.5	0.312	3.05	1.42	19.40
14,000	-56.5	0.228	2.22	1.42	14.20
16,000	-56.5	0.166	1.62	1.42	10.35
18,000	-56.5	0.122	1.19	1.42	7.57
20,000	-56.5	0.089	0.87	1.42	5.53
25,000	-51.6	0.042	0.41	1.45	2.64
30,000	-40.2	0.018	0.18	1.51	1.20

ตาราง A6 ความหนาแน่นของอากาศที่ระดับความสูง และอุณหภูมิต่างๆ

Air Density (kg/m ³)										
Z(m)	temp(°C)									
	-5	0	5	10	15	20	25	30	35	40
0	1.316	1.292	1.269	1.247	1.225	1.204	1.184	1.164	1.145	1.127
100	1.300	1.276	1.254	1.232	1.211	1.190	1.170	1.151	1.133	1.115
200	1.283	1.260	1.238	1.217	1.196	1.176	1.157	1.138	1.120	1.103
300	1.267	1.245	1.223	1.202	1.182	1.163	1.144	1.126	1.108	1.091
400	1.251	1.230	1.208	1.188	1.169	1.150	1.131	1.113	1.096	1.079
Z(m)	temp(°C)									
	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	35
500	1.258	1.236	1.214	1.194	1.174	1.155	1.136	1.118	1.101	1.084
600	1.242	1.220	1.199	1.179	1.160	1.141	1.123	1.106	1.089	1.072
700	1.226	1.205	1.185	1.165	1.146	1.128	1.110	1.093	1.077	1.061
800	1.210	1.190	1.170	1.151	1.133	1.115	1.098	1.081	1.065	1.049
900	1.195	1.175	1.156	1.138	1.120	1.102	1.085	1.069	1.053	1.038
Z(m)	temp(°C)									
	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30
1000	1.200	1.180	1.161	1.142	1.124	1.106	1.089	1.073	1.057	1.042
1100	1.184	1.165	1.146	1.128	1.111	1.094	1.077	1.061	1.045	1.030
1200	1.169	1.151	1.132	1.115	1.097	1.081	1.065	1.049	1.034	1.019
1300	1.154	1.136	1.118	1.101	1.084	1.068	1.052	1.037	1.022	1.008
1400	1.140	1.122	1.105	1.088	1.072	1.056	1.040	1.025	1.011	0.997
Z(m)	temp(°C)									
	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25
1500	1.143	1.125	1.108	1.091	1.075	1.059	1.043	1.028	1.014	1.000
1600	1.128	1.111	1.094	1.078	1.062	1.046	1.031	1.017	1.003	0.989
1700	1.114	1.097	1.081	1.065	1.049	1.034	1.019	1.005	0.991	0.978
1800	1.100	1.083	1.067	1.052	1.037	1.022	1.008	0.994	0.980	0.967
1900	1.086	1.070	1.054	1.039	1.024	1.010	0.996	0.983	0.969	0.957
Z(m)	temp(°C)									
	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
2000	1.088	1.072	1.056	1.041	1.026	1.012	0.998	0.985	0.971	0.959
2100	1.074	1.058	1.043	1.028	1.014	1.000	0.987	0.973	0.961	0.948
2200	1.060	1.045	1.030	1.016	1.002	0.988	0.975	0.962	0.950	0.938
2300	1.046	1.031	1.017	1.003	0.990	0.977	0.964	0.951	0.939	0.927
2400	1.033	1.018	1.005	0.991	0.978	0.965	0.953	0.941	0.929	0.917

ที่มา : www.engineeringtoolbox.com

ตาราง A7 ความหนาแน่นของอากาศที่ความดัน และอุณหภูมิต่างๆ

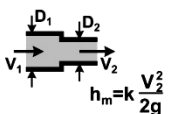
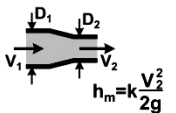
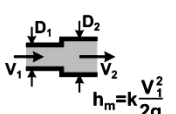
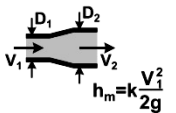
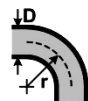
Air Density (kg/m ³)																
Air temperature (°C)	Pressure (bar)															
	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	40.0	50.0
0	1.29	1.94	2.59	3.23	3.88	5.18	6.47	7.77	11.01	14.25	20.72	27.18	33.65	40.11	53.04	65.98
4	1.27	1.91	2.55	3.19	3.83	5.11	6.38	7.66	10.85	14.04	20.41	26.77	33.14	39.51	52.25	65.01
5	1.27	1.91	2.54	3.18	3.82	5.09	6.36	7.63	10.81	13.99	20.34	26.69	33.04	39.38	52.08	64.80
10	1.26	1.88	2.51	3.13	3.76	5.01	6.26	7.52	10.65	13.78	20.06	26.33	32.61	38.88	51.40	63.88
15	1.22	1.84	2.45	3.06	3.68	4.90	6.13	7.36	10.43	13.50	19.64	25.80	31.95	38.10	50.40	62.67
20	1.21	1.81	2.41	3.02	3.62	4.82	6.03	7.23	10.25	13.26	19.30	25.35	31.40	37.45	49.54	61.60
25	1.19	1.79	2.38	2.97	3.56	4.74	5.93	7.11	10.08	13.04	18.98	24.92	30.87	36.81	48.69	60.54
30	1.17	1.75	2.33	2.92	3.50	4.66	5.83	7.00	9.91	12.83	18.66	24.50	30.34	36.18	47.84	59.47
40	1.13	1.69	2.26	2.82	3.39	4.52	5.65	6.78	9.60	12.42	18.06	23.70	29.34	34.98	46.27	57.57
50	1.09	1.64	2.19	2.74	3.28	4.38	5.47	6.57	9.30	12.04	17.51	22.99	28.46	33.93	44.88	55.83
70	1.03	1.54	2.06	2.58	3.09	4.12	5.15	6.19	8.77	11.34	16.50	21.66	26.82	31.98	42.29	52.61
100	0.94	1.42	1.90	2.37	2.85	3.80	4.75	5.70	8.07	10.45	15.20	19.95	24.70	29.45	38.96	48.46
150	0.83	1.25	1.67	2.09	2.51	3.34	4.18	5.01	7.10	9.19	13.37	17.55	21.73	25.91	34.27	42.63
200	0.74	1.12	1.49	1.86	2.24	2.98	3.73	4.48	6.35	8.21	11.95	15.68	19.42	23.15	30.62	38.09
300	0.62	0.93	1.24	1.54	1.85	2.47	3.09	3.71	5.25	6.80	9.89	12.98	16.07	19.16	25.34	31.52

ที่มา : www.engineeringtoolbox.com

ตาราง A8 สัมประสิทธิ์ความหยาบผิวของวัสดุชนิดต่างๆ

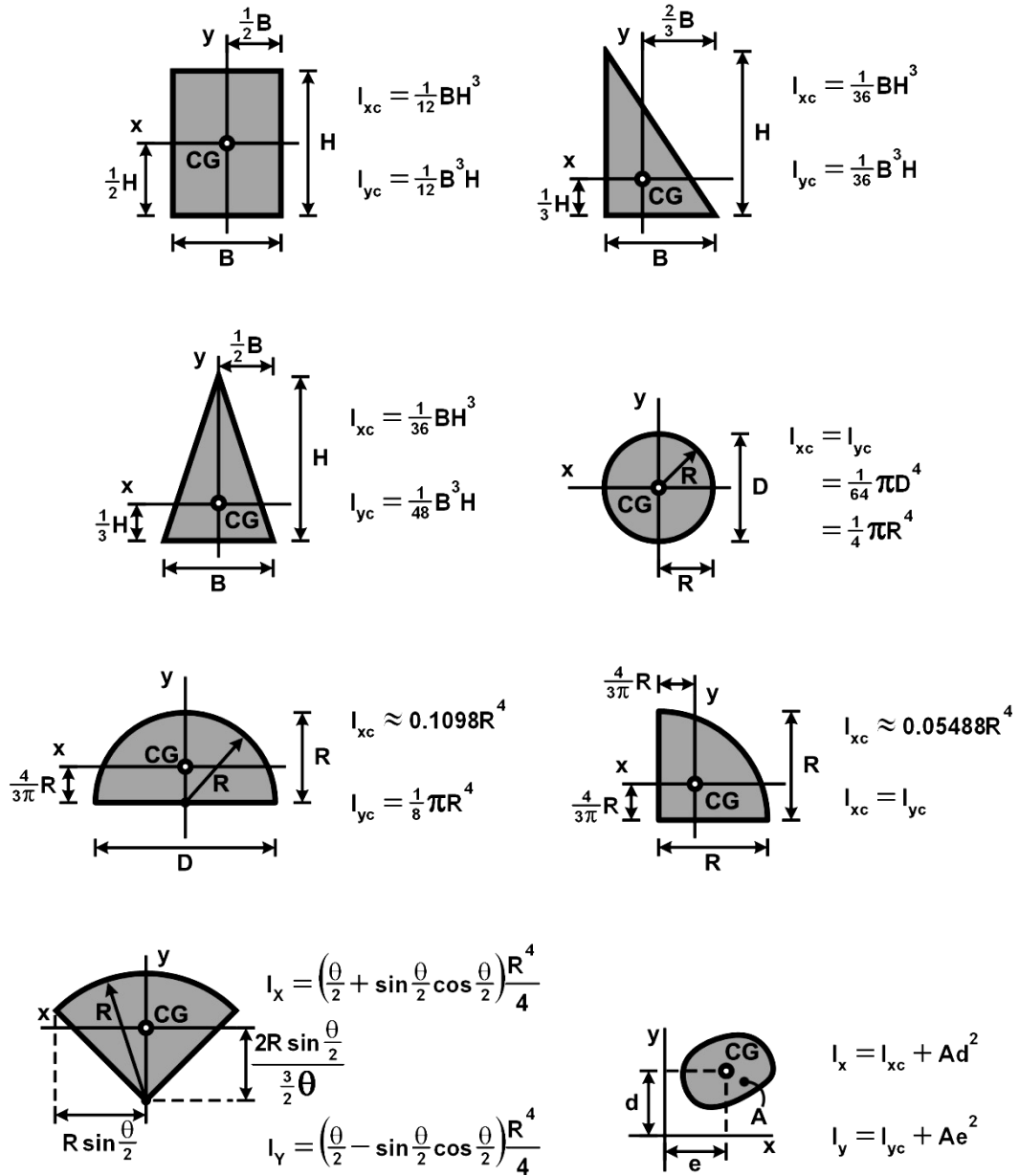
Material	Absolute roughness ε (mm)
Riveted steel	3
Concrete	0.3-3
Wood	0.3
Cast iron	0.25
Galvanized iron	0.15
Stainless steel	0.045
Rubber	0.025
Fiberglass	0.005
Carbon steel/Wrought iron	0.045
Drawn tubing-Glass,Plastic	0.0015
Copper	0.0015
Aluminium	0.0015
PVC	0.0015

ตาราง A9 สัมประสิทธิ์การสูญเสียพลังงานรองของอุปกรณ์ชนิดต่างๆ

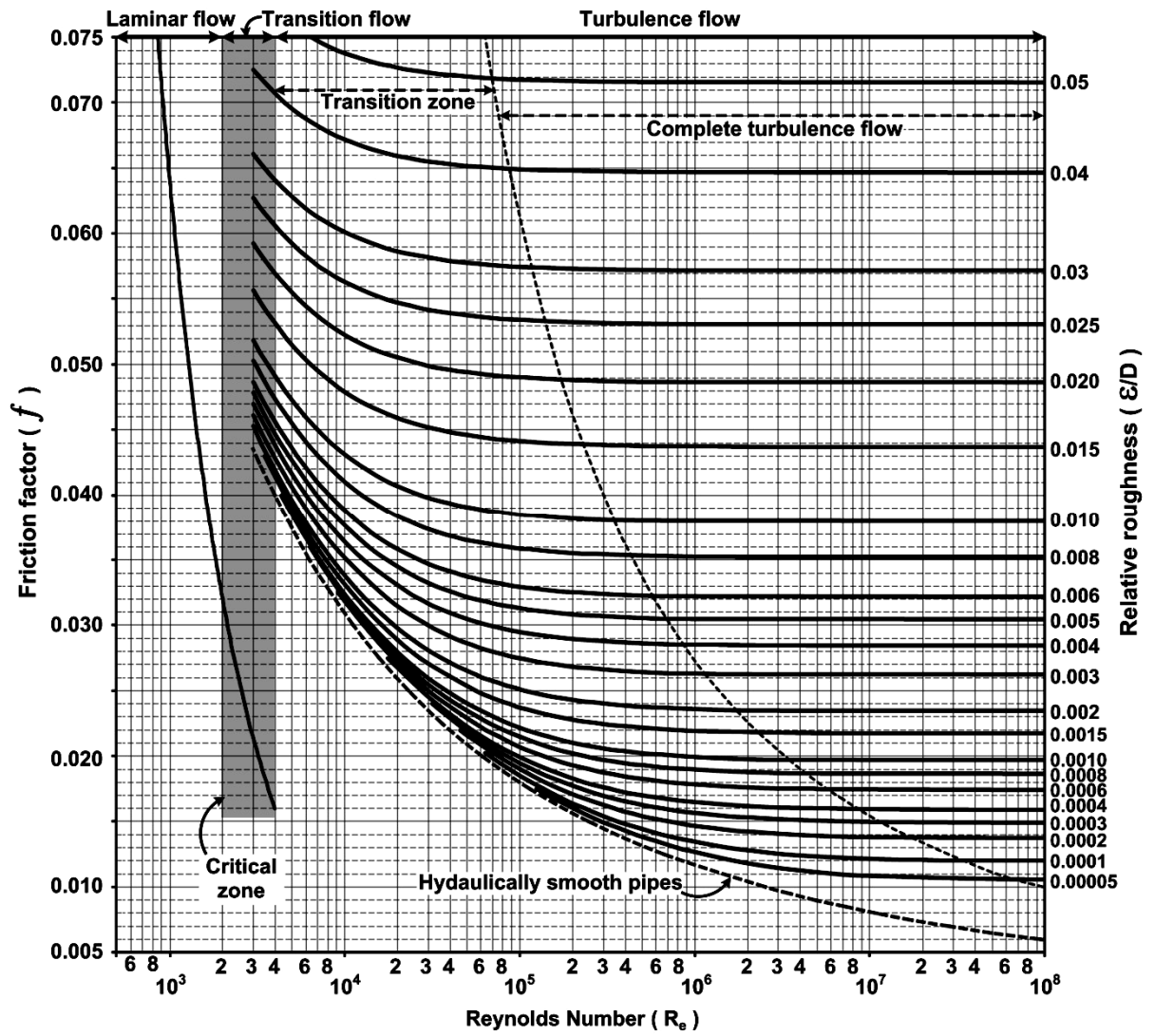
Type of Component or Fitting : K	Type of Component or Fitting : K	Type of Component or Fitting : K
Pipe Entrance (Reservoir to Pipe) Square Connection : 0.50 Rounded Connection : 0.20 Re-entrant (pipe juts into tank) : 1.00 Pipe Exit (Pipe to Reservoir) Square Connection : 1.00 Rounded Connection : 1.00 Re-entrant (pipe juts into tank) : 1.00 Contraction – sudden  $D_2/D_1=0.80 : 0.18$ $D_2/D_1=0.50 : 0.37$ $D_2/D_1=0.20 : 0.49$ $h_m = k \frac{V_2^2}{2g}$ Contraction – conical  $D_2/D_1=0.80 : 0.05$ $D_2/D_1=0.50 : 0.07$ $D_2/D_1=0.20 : 0.08$ $h_m = k \frac{V_2^2}{2g}$ Expansion – sudden  $D_2/D_1=0.80 : 0.16$ $D_2/D_1=0.50 : 0.57$ $D_2/D_1=0.20 : 0.92$ $h_m = k \frac{V_1^2}{2g}$ Expansion – conical  $D_2/D_1=0.80 : 0.03$ $D_2/D_1=0.50 : 0.08$ $D_2/D_1=0.20 : 0.13$ $h_m = k \frac{V_1^2}{2g}$	Globe valve - fully open : 10.0 Gate valve - fully open : 0.39 - 3/4 open : 1.10 - 1/2 open : 4.80 - 1/4 open : 27.0 Ball Valve - fully open : 0.05 - 2/3 open : 5.50 - 1/3 open : 200 Angle valve - fully open : 4.30 Check valve – conventional : 4.00 Check valve – clearway : 1.50 Check valve – ball : 4.50 Butterfly valve - fully open : 1.20 Cock - straight through : 0.50 Foot valve – hinged : 2.20 Foot valve – poppet : 12.5 Tee Line flow : 0.30-0.40 Branch flow : 0.75-1.80 Flanged, Line Flow : 0.20 Flanged, Branch Flow : 1.00 Threaded, Line Flow : 0.90 Threaded, Branch Flow : 2.00 Threaded Union : 0.08	Cross Line flow : 0.50 Branch flow : 0.75 Mitered bend (θ) 15° : 0.05 30° : 0.10 45° : 0.20 60° : 0.35 90° : 0.80 90° smooth bend  Bend radius/D = 4 : 0.16-0.18 Bend radius/D = 2 : 0.19-0.25 Bend radius/D = 1 : 0.35-0.40 Elbows Threaded Regular 90° : 1.50 Threaded Regular 45° : 0.40 Threaded Long Radius 90° : 0.70 Flanged Regular 90° : 0.30 Flanged Long Radius 90° : 0.20 Flanged Long Radius 45° : 0.20 180° Return Bends Flanged : 0.20 Threaded : 1.50

ตาราง A10 ค่าสัมประสิทธิ์ความขรุขระของ Manning (Manning's roughness coefficient)

Surface Material / Type of Channel	Manning's Roughness Coefficient (n)
Asbestos cement	0.011
Asphalt	0.016
Brass	0.011
Brickwork	0.015-0.016
Cast-iron, Wrought-iron	0.012-0.015
Clay tile	0.014
Concrete - finished	0.012
Concrete - unfinished	0.014
Concrete - steel forms	0.011
Concrete - wooden forms	0.015
Concrete - centrifugally spun	0.013
Copper	0.011
Corrugated metal	0.022
Earth	0.025
Earth channel - clean	0.022
Earth channel - gravelly	0.025
Earth channel - weedy	0.030
Earth channel - stony, cobbles	0.035
Floodplains - pasture, farmland	0.035
Floodplains - light brush	0.050
Floodplains - heavy brush	0.075
Floodplains - trees	0.150
Galvanized iron	0.016
Glass	0.010
Gravel	0.029
Lead	0.011
Masonry	0.025
Metal - corrugated	0.022
Natural streams - clean and straight	0.030
Natural streams - major rivers	0.035
Natural streams - sluggish with deep pools	0.040
Plastic	0.009
Polyethylene PE - Corrugated with smooth inner walls	0.009 - 0.015
Polyethylene PE - Corrugated with corrugated inner walls	0.018 - 0.025
Polyvinyl Chloride PVC - with smooth inner walls	0.009 - 0.011
Rubble	0.030
Steel - Coal-tar enamel	0.010
Steel - smooth	0.012
Steel - New unlined	0.011
Steel - Riveted	0.017-0.019
Wood - planed	0.012
Wood - unplaned	0.013
Wood stave	0.012



รูปที่ A1 ตำแหน่งของจุด centroid และการหาค่า Moment of inertia ของรูปทรงเลขาคณิตต่างๆ



รูปที่ A2 Moody Diagram