การคาดคะเนอัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ โดยใช้แบบจำลอง Autoregressive
Forecasting Class A Pan Evaporation Rate by Autoregressive Model

สุประพล วัตตะสิริชัย [1]
วราวุธ วุฒิวณิชย์ [2]

บทคัดย่อ

อัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ สามารถนำมาใช้คำนวณปริมาณการใช้น้ำของพืชอ้างอิง (Potential Potranspiration) ซึ่งเป็นข้อมูลพื้นฐานในการคำนวณจัดสรรน้ำของโครงการชลประทาน จึงได้ทำการศึกษาวิธีการพยากรณ์อัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ โดยใช้ข้อมูลจากสถานีอุตุนิยมวิทยาในบริเวณลุ่มน้ำมูลตอนบน จำนวน 4 สถานี เป็นกรณีศึกษา

ในการพยากรณ์อัตราการระเหยรายสัปดาห์โดยใช้แบบจำลอง Autoregressive (AR) ผลการศึกษาปรากฏว่าแบบจำลอง AR ลำดับที่ 2 ที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลามีความเหมาะสมที่จะใช้ในการพยากรณ์ จากการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยระหว่างค่าอัตราการระเหยจริงกับค่าพยากรณ์ระยะยาว (52 สัปดาห์) ของจำนวนข้อมูล 20 ชุด ด้วย Z-test พบว่าผลการพยากรณ์ไม่ต่างจากค่าจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จำนวน 17 ชุดข้อมูล และส่วนที่เหลืออีก 3 ชุดข้อมูลผลการพยากรณ์ไม่ต่างจากค่าจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.025, 0.01 และ 0.005 และเมื่อทำการทดสอบการพยากรณ์ข้อมูลในระยะสั้น (1 สัปดาห์ล่วงหน้า) พบว่าค่าพยากรณ์ที่ใกล้เคียงค่าจริง

คำนำ

แบบจำลอง Autoregressive (AR) เป็นแบบจำลองที่นิยมใช้ในการพยากรณ์ และสังเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series) ทางด้านอุทกวิทยา ตารางที่ 1 แสดงรูปแบบของแบบจำลอง AR ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กัน ความจริงแล้วแบบจำลอง AR ในตารางเหมือนกันและเป็นตัวแทนกระบวนการ Autoregressive อันเดียวกันแต่เขียนในรูปแบบที่แตกต่างกันเท่านั้น

---

[1] นิสิตปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
[2] รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ตารางที่ 1 แบบจำลอง AR(p) ที่นิยมใช้ทางด้านอุทกวิทยา

No.	Forms of the AR(p) Model	Parameters	Reference
1	$y_t = \mu + \sum_{j=1}^{p} \phi_j (y_{t-j} - \mu)$ $+ \sigma (1 - R^2)^{1/2} \xi_t$	μ, σ^2, ϕ_1 ....., ϕ_p, R^2 $(\sigma_\xi^2 = 1)$	Fiering and Jackson (1971) ; Beard (1967)
2	$y_t = \mu + \sigma z_t$ $z_t = \sum_{j=1}^{p} \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t$, or $z_t = \sum_{j=1}^{p} \phi_j z_{t-j} + \sigma_\varepsilon, \xi_t$	μ, σ^2, ϕ_1 ....., $\phi_p, \sigma_\varepsilon^2$ $(\sigma_\xi^2 = 1)$	Yevjeich (1972)
3a	$y_t = \mu + \sum_{j=1}^{p} \phi_j (y_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t$ or $y_t = \mu + \sum_{j=1}^{p} \phi_j (y_{t-j} - \mu) + \sigma_\varepsilon \xi_t$	μ, ϕ_1 ....., $\phi_p, \sigma_\varepsilon^2$	Box and Jenkins (1970)
3b	$y_t = \mu + z_t$ $z_t = \sum_{j=1}^{p} \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t$, or $z_t = \sum_{j=1}^{p} \phi_j z_{t-j} + \sigma_\varepsilon \xi_t$	μ, ϕ_1 ....., $\phi_p , \sigma_\varepsilon^2$, $(\sigma_\xi^2 = 1)$	Box and Jenkins (1970)

Salas et. al., (1988) เสนอแนะ Systematic Approach ในการสร้างแบบจำลอง AR มีขั้นตอนที่สำคัญ 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์เบื้องต้นและกำหนดเกณฑ์สำหรับการเลือกลำดับ (p) ของแบบจำลอง โดยการแปลงอนุกรมเวลาเดิม (Historical Series , $X_{v,\tau}$ เมื่อ v คือ ปี และ τ คือ สัปดาห์) เป็นอนุกรมเวลาปกติ (Normal Series, $Y_{v,\tau}$) ด้วย log โดยใช้สมการ $Y_{v,\tau} = \log (X_{v,\tau} + a)$ (a คือค่าคงที่ซึ่งมีค่าน้อยเพื่อป้องกันการ take log ของค่าศูนย์) และแปลงอนุกรม $Y_{v,\tau}$ เป็นอนุกรมเวลาปกติมาตรฐาน ($Z_{v,\tau}$) โดยสมการ $Z_{v,\tau} = \dfrac{Y_{v,\tau} - \mu_\tau}{\sigma_\tau}$ สุดท้ายนำ $Z_{v,\tau}$ ไปจำลองด้วยแบบจำลอง AR

ถ้าจำนวนคาบใน 1 ปี มากกว่า 12 เช่น กรณีที่ช่วงเวลาเป็นสัปดาห์ ควรประมาณค่า μ_τ และ σ_τ ของอนุกรม $Y_{v,\tau}$ โดยวิธี Fourier ดังนี้ (Salas et.al., 1988)

$$\hat{\mu}_\tau = \bar{y} + \sum_{j=1}^{h^*(\bar{y})} [Ah_j(\bar{y})\cos(2\pi\, h_j(\bar{y})\, \tau/\omega) + Bh_j(\bar{y}) \sin (2\pi\, h_j(\bar{y})\, \tau/\omega)],\ \tau = 1, \ldots, \omega \quad \ldots.. (1)$$

เมื่อ $\bar{y}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา $\bar{y}_\tau$

$$= \frac{1}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} \bar{y}_\tau$$

$h^*(\bar{y})$ = จำนวนของฮาร์โมนิกที่สำคัญของ $\bar{y}$ ซึ่งหาจากจุดเปลี่ยนโค้งของ Cumulative Periodogram (Pi)

$h_j(\bar{y})$ = ฮาร์โมนิกที่สำคัญของ $\bar{y}$ ลำดับที่ j เมื่อ j = 1, ..., $h^*(\bar{y})$

$Ah_j(\bar{y})$, $Bh_j(\bar{y})$ = ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรม Fourier

$$Ah_j(\bar{y}) = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} y_\tau \cos(2\pi\, h_j\, \tau/\omega) \quad \ldots.. (2)$$

$$Bh_j(\bar{y}) = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} y_\tau \sin(2\pi h_j \tau/\omega) \quad \ldots.. (3)$$

$$P_i = \frac{\sum_{j=1}^{i} MSD(h_j)}{MSD(\bar{y}_\tau)} \quad \ldots.. (4)$$

$MSD(\bar{y}_\tau)$ = Mean Squared Deviation ของ $\bar{y}_\tau$ รอบค่า $\bar{y}$

$$= \frac{1}{\omega} \sum_{j=1}^{\omega} (\bar{y}_\tau - \bar{y})^2 \quad \ldots.. (5)$$

$MSD(h_j)$ = ค่า MSD (j) ที่จัดเรียงค่าจากมากไปน้อย

$$MSD(j) = \frac{1}{2}(A_j^2 + B_j^2),\ j = 1,\ldots..,h \quad \ldots.. (6)$$

$$A_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} \bar{y}_\tau \cos (2\pi\, j\, \tau/\omega),\quad j = 1,\ldots..,h \quad \ldots.. (7)$$

$$B_j = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} \bar{y}_\tau \sin (2\pi\, j\, \tau/\omega),\quad j = 1,\ldots..,h \quad \ldots.. (8)$$

h = จำนวนฮาร์โมนิกทั้งหมดซึ่งเท่ากับ $(\frac{\omega}{2})$ ถ้า ω เป็นเลขคู่ หรือเท่ากับ $(\frac{\omega - 1}{2})$ ถ้า ω เป็นเลขคี่

ในทำนองเดียวกันจะหา $\hat{\sigma}_\tau$ ได้จากสมการ

$$\hat{\sigma}_\tau = \bar{s} + \sum_{j=1}^{h^*(s)} [Ah_j(\bar{s}).\cos (2\pi\, h_j(\bar{s})\, \tau/\omega) + Bh_j(\bar{s}).\sin (2\pi\, h_j(\bar{s})\, \tau/\omega)],\ \tau = 1, \ldots, \omega \quad \ldots\ldots.. (9)$$

เมื่อ $\bar{s}$ = ค่าเฉลี่ยของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา S_τ

นำอนุกรม $Z_{v,\tau}$ ไปจำลองด้วยแบบจำลอง AR(p) ที่มีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา หรือ Periodic AR(p) เมื่อ p คือ ลำดับของแบบจำลอง ดังสมการ

$$Z_{v,\tau} = \sum_{j=1}^{p} \phi_{j,\tau} Z_{v,\tau-j} + \sigma_{\varepsilon\tau} \xi_{v,\tau} \quad .... (10)$$

$\phi_{j,\tau}$ = ค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยแบบออโต้ (Autoregression Coefficient) ลำดับที่ j ของช่วงเวลา τ

$\sigma_{\varepsilon\tau}$ = ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความคลาดเคลื่อน (Residual) $\varepsilon_{v,\tau}$ หรือ White Noise (Box et.al., 1994) ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่ม มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $\sigma_{\varepsilon\tau}$

$\xi_{v,\tau}$ = ตัวแปรสุ่มซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตราเท่ากับ 1

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบออโต้ที่เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาซึ่งมี lag เท่ากับ k (Lag-k Periodic Autocorrelation Coefficient, $r_{k,\tau}$) ซึ่งหาได้จากสมการ

$$r_{k,\tau} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^{N} \frac{(Z_{v,\tau} - \bar{Z}_{\tau})(Z_{v,\tau-k} - \bar{Z}_{\tau-k})}{S_{\tau} \cdot S_{\tau-k}} \quad ..... (11)$$

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบออโต้ ซึ่งมี lag เท่ากับ k (Lag-k Autocorrelation Coefficient, r_k) คำนวณได้จากสมการ

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z}_t)(Z_{t+k} - \bar{Z}_{t+k})}{\left[\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z}_t)^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-k} (Z_{t+k} - \bar{Z}_{t+k})^2\right]^{1/2}} \quad ..... (12)$$

การเลือกลำดับ (p) ของแบบจำลองจะหาได้โดยการพล็อต Historical Correlogram ที่คำนวณจาก $r_k(z)$ เปรียบเทียบกับ Correlogram ของแบบจำลอง AR ($\rho_k(Z)$) ลำดับที่ 1, 2, .., p เลือกลำดับที่ p ของแบบจำลองซึ่ง ρ_k (Z) ใกล้กับ $r_k(z)$ มากที่สุด

ขั้นที่ 2 ประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา $\phi_{1,\tau}, ..., \phi_{p,\tau}$ จากค่าสัมประสิทธิ์ถดถอยแบบออโต้ที่เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา $\rho_{k,\tau}$ จากสมการ (Salas, 1972)

$$\rho_{k,\tau} = \sum_{j=1}^{p} \phi_{j,\tau} \rho_{|k-j|,\tau-lj}, \; k > 0 \quad ..... (13)$$

เมื่อ

$$\rho_{k,\tau} \approx r_{k,\tau}(Z)$$

$$lj = \min(k,j)$$

ความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน $\sigma^2_{\varepsilon\tau}$ จะประมาณจากค่า $\phi_{j,\tau}$ และ $\rho_{j,\tau}$ โดยสมการ

$$\sigma^2_{\varepsilon\tau} = 1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_{j,\tau} \cdot \rho_{j,\tau} \quad \tau = 1, ..., \omega \quad ..... (14)$$

ขั้นที่ 3 ตรวจสอบความเป็นอิสระ (Independent) และความเป็นปกติ (Normal) ของค่าความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง โดยคำนวณค่าความคลาดเคลื่อน $\varepsilon_{v,\tau}$ ได้จากสมการ

$$\varepsilon_{v,\tau} = z_{v,\tau} - \sum_{j=1}^{p} \phi_{j,\tau} z_{v,\tau-j} \quad ..... (15)$$

สำหรับแบบจำลอง AR(1) จะเริ่มต้นคำนวณค่า $\varepsilon_{v,\tau}$ ที่ $\varepsilon_{1,2}$ ส่วนแบบจำลอง AR(2) จะเริ่มต้นที่ $\varepsilon_{1,3}$

การทดสอบความเป็นอิสระของแบบจำลองทำได้โดยการตรวจสอบความเป็นอิสระของค่า $\varepsilon_{v,\tau}$ โดยการคำนวณ Correlogram ของค่า $r_{k,\tau}$ (ε) และทำการทดสอบความเป็นอิสระโดยวิธี Modified Porte Manteau (Tao and Dellure, 1976) ดังสมการ

$$Q = N \sum_{k=1}^{L} \sum_{\tau=1}^{\omega} r_{k,\tau}^{2}(\omega) \quad ..... (16)$$

โดยที่ N คือจำนวนปีของข้อมูลที่ทำการวิเคราะห์ ω คือจำนวนของคาบเวลาต่อปี L คือจำนวน lags ซึ่งมีค่าประมาณได้ 10-30% ของ N ค่าสถิติ Q เป็นค่าโดยประมาณของไคสแควร์ $\chi^2(L-p)$ ซึ่งถ้า $Q < \chi^2(L-p)$ ที่ระดับนัยสำคัญ α จะยอมรับสมมติฐานว่าค่าความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระ ถ้า $Q > \chi^2(L-p)$ จะปฏิเสธสมมติฐาน และต้องวิเคราะห์ใหม่ลำดับของแบบจำลองใหม่โดยใช้แบบจำลอง AR ลำดับที่ p + 1

สำหรับการทดสอบความเป็นปกติของแบบจำลอง ถ้าหากได้ทำการแปลงค่าอนุกรมเดิม $x_{v,\tau}$ เป็นอนุกรมปกติ $y_{v,\tau}$ แล้ว ก็จะสามารถข้ามขั้นตอนนี้ได้ (Salas et.al., 1988)

ขั้นที่ 4 ทดสอบเพิ่มเติม (Optional Test) ด้วยการเปรียบเทียบคุณสมบัติทางสถิติของอนุกรมเวลาเดิม กับค่าสถิติที่คำนวณจากข้อมูลที่สังเคราะห์ใหม่ (Generated Sequences) เช่น ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ความเบ้ Correlogram เป็นต้น โดยการสังเคราะห์ข้อมูลใหม่ขนาดเท่าอนุกรมเวลาเดิมจำนวนหลายชุด เช่น 100 ชุด แล้วคำนวณค่าสถิติที่ต้องการทดสอบจากข้อมูลที่สังเคราะห์ขึ้นใหม่

ขั้นที่ 5 ทดสอบความน่าเชื่อถือของพารามิเตอร์โดยการคำนวณช่วงความเชื่อมั่น (1-α) % ของพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

วิธีการ

1. เลือกข้อมูลอัตราการระเหยรายวันจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ เพื่อคำนวณหาอัตราการระเหยรายสัปดาห์ โดยใช้ข้อมูลของสถานีอุตุนิยมวิทยาจำนวน 4 สถานีในลุ่มน้ำมูลตอนบน คือ

สถานีอุตุนิยมวิทยานครราชสีมา
ข้อมูล 30 ปี (1966-1995)
สถานีอุตุนิยมวิทยาชัยภูมิ
ข้อมูล 20 ปี (1976-1995)
สถานีอุตุนิยมวิทยานางรอง
ข้อมูล 26 ปี (1970-1995)
สถานีอุตุนิยมวิทยาสุรินทร์
ข้อมูล 34 ปี (1962-1995)

2. พัฒนาแบบจำลอง AR ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้ (สุประพล. 2542)

2.1 การแปลงอนุกรมเวลาเดิม $X_{v,\tau}$ เป็นอนุกรมเวลาปกติ $Y_{v,\tau}$ โดยสมการ $Y_{v,\tau} = \log (X_{v,\tau} + a)$

2.2 การหาค่าเฉลี่ย ($\hat{\mu}_\tau$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\hat{\sigma}_\tau$) โดยวิธี Fourier

2.3 การแปลงอนุกรมเวลาปกติ $Y_{v,\tau}$ เป็นอนุกรมเวลาปกติมาตรฐาน $Z_{v,\tau}$ โดยสมการ $Z_{v,\tau} = \dfrac{Y_{v,\tau} - \hat{\mu}_\tau}{\hat{\sigma}_\tau}$

2.4 การวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์

สหสัมพันธ์แบบออโต้ $r_{k,\tau}(Z)$ และ $r_k(Z)$ และเลือกลำดับ p ของแบบจำลอง AR

2.5 การประมาณค่าพารามิเตอร์ $\phi_{j,\tau}$ (เมื่อ j = 1,..., p) ของแบบจำลอง

2.6 การวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อน ($\varepsilon_{v,\tau}$) ของแบบจำลอง

2.7 การทดสอบความเป็นอิสระของแบบจำลองโดยวิธี Modified Porte Manteau Lack of Fit Test และการทดสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

2.8 การพยากรณ์อัตราการระเหยรายสัปดาห์โดยใช้แบบจำลอง AR(p)

3. ตรวจสอบผลการพยากรณ์ โดยตรวจสอบว่าค่าพยากรณ์ในปี ค.ศ. 1992 ถึง ค.ศ. 1996 ใกล้เคียงข้อมูลอัตราการระเหยจริงในแต่ละปีหรือไม่

ผลและวิจารณ์

1. การวิเคราะห์หาลำดับแบบจำลอง AR ที่เหมาะสม

ผลการวิเคราะห์อนุกรมเวลาของค่าอัตราการระเหยรายสัปดาห์ ของสถานีอุตุนิยมวิทยาจำนวน 4 สถานี คือ สถานีอุตุนิยมวิทยานครราชสีมา ชัยภูมิ นางรอง และสุรินทร์ ซึ่งมีข้อมูลระหว่าง 20-34 ปี พบว่าอนุกรมเวลาเดิม ($X_{v,\tau}$) ของทั้ง 4 สถานี มีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ($\hat{\gamma}_x$) ไม่เข้าใกล้ศูนย์ กล่าวคือมีการกระจายของข้อมูลไม่เป็นปกติ (Non-normal) จึงต้องทำการแปลง $X_{v,\tau}$ ให้เป็นอนุกรมเวลาปกติ ($Y_{v,\tau}$) โดยใช้ฟังก์ชันล็อก ผลการแปลงทำให้ได้อนุกรม $Y_{v,\tau}$ ซึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ ($\hat{\gamma}_y$) เข้าใกล้ศูนย์ดังตารางที่ 2 เมื่อนำ $Y_{v,\tau}$ ของทั้ง 4 สถานีไปพล็อตกราฟ พบว่ามีลักษณะเป็นอนุกรมเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา (Periodic Time Series) ดังแสดงในรูปที่ 1

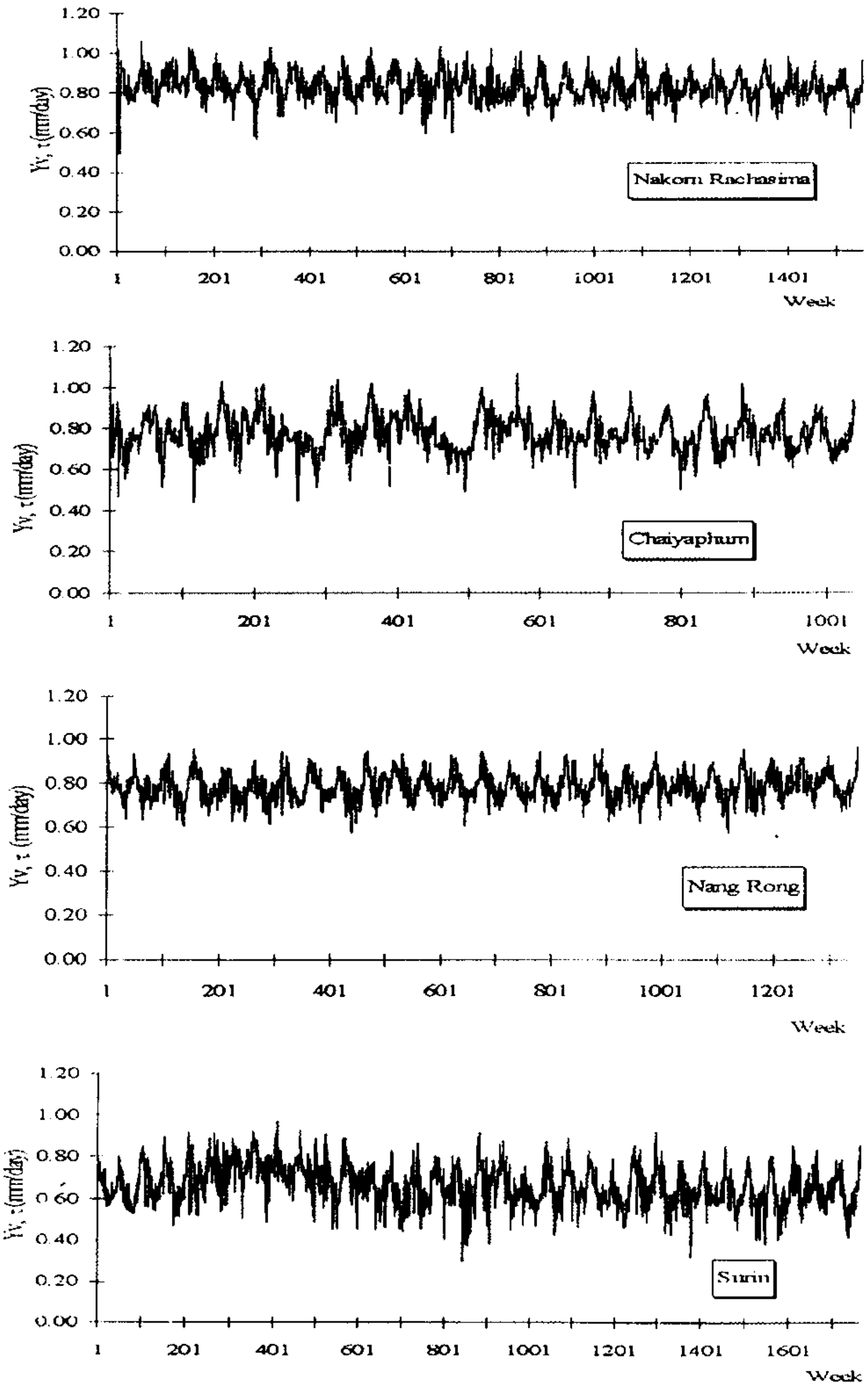
จากอนุกรม $Y_{v,\tau}$ ของทั้ง 4 สถานี สามารถคำนวณหาค่าเฉลี่ย ($\bar{y}_\tau$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_τ) ค่าสูงสุด ($Ymax_\tau$) และค่าต่ำสุด ($Ymin_\tau$) ของแต่ละสัปดาห์ ผลปรากฏว่าค่า $\bar{y}_\tau$ มีลักษณะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (τ) จึงสรุปว่า อนุกรม $Y_{v,\tau}$ ของทั้ง 4 สถานี เป็นแบบไม่สเตชันนารี

ผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ Fourier (A_j, B_j) และค่าความแปรปรวน MSD(h_j) สำหรับค่า $\bar{y}_\tau$ และ S_τ ของทั้ง 4 สถานี โดยใช้จำนวนฮาร์โมนิกทั้งหมดเท่ากับ 26 เมื่อคำนวณ Cumulative Periodogram (Pi) และพล็อตกราฟ พบว่าจำนวนฮาร์โมนิกที่สำคัญ (h^*) สำหรับการคำนวณค่า $\hat{\mu}_\tau$ และ $\hat{\sigma}_\tau$ ของสถานีนครราชสีมา ชัยภูมิ นางรอง และสุรินทร์ มีค่าเท่ากับ 14, 14, 15 และ 17 ตามลำดับ

ทำการแปลงอนุกรม $Y_{v,\tau}$ ของทั้ง 4 สถานี เป็นอนุกรมปกติมาตรฐาน $Z_{v,\tau}$ โดยใช้ $\hat{\mu}_\tau$ และ $\hat{\sigma}_\tau$ ที่ประมาณโดยวิธี Fourier เมื่อนำค่า $Z_{v,\tau}$ ของแต่ละสถานีมาคำนวณหาค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวน พบว่าค่า z เฉลี่ยมีค่าอยู่ระหว่าง 0.001-0.004 (มีค่าเข้าใกล้ศูนย์) และค่า S_z^2 มีค่าอยู่ระหว่าง 0.995-1.010 (มีค่าเข้าใกล้ 1)

คำนวณค่า $r_{1,2}$ และ $r_{2,\tau}$ ของทั้ง 4 สถานี เปรียบเทียบกับ r_1, r_2 ดังแสดงในรูปที่ 2 พบว่ากราฟ $r_{1,\tau}$ และ $r_{2,\tau}$ มีค่าแปรปรวนรอบ r_1 และ r_2 และแตกต่างจาก r_1, r_2 อย่างมีนัยสำคัญ แสดงว่าควรใช้แบบจำลอง AR(p) ที่มีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา หรือ Periodic AR(p)

ผลการคำนวณ Historical Correlogram, $r_k(z)$, เมื่อ k มีค่าเท่ากับ 1,..., 52 เปรียบเทียบกับ Correlogram ของแบบจำลอง AR(1) และ AR(2) ดังแสดงในรูปที่ 3 พบว่า Correlogram



รูปที่ 1 อนุกรมเวลาปกติ $Y_{v,\tau}$ ของ 4 สถานีอุตุนิยมวิทยาที่ศึกษา

ตารางที่ 2 **การแปลงอนุกรม $X_{v,\tau}$ เป็น $Y_{v,\tau}$ โดยสมการ $Y_{v,\tau} = \log (X_{v,\tau+a})$ (สุประพล. 2542)**

สถานีอุตุนิยมวิทยา	$X_{v,\tau}$		$\hat{\gamma}_x$	a	$\hat{\gamma}_y$	จำนวนสัปดาห์ของข้อมูล
	v	τ				(v x τ)
นครราชสีมา	30	52	0.556	1.80	0.0010	1,560
ชัยภูมิ	25	52	0.728	0.80	0.0009	1,040
นางรอง	26	52	0.414	1.79	0.0007	1,352
สุรินทร์	34	52	0.612	0.00	0.0500	1,768

ของ AR(2) มีลักษณะใกล้เคียงกับ Historical Correlogram มากกว่า ดังนั้นในขั้นนี้จึงสรุปว่าแบบ Periodic AR(2) เหมาะที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ต่อไป

ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง Periodic AR(2) โดยวิธีโมเมนต์ได้ค่าพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลา $\hat{\phi}_{1,\tau}$, $\hat{\phi}_{2,\tau}$ และ $\hat{\sigma}^2_{\varepsilon\tau}$ ของสถานีอุตุนิยมวิทยานครราชสีมา ชัยภูมิ นางรอง และสุรินทร์ ดังแสดงในตารางที่ 3

ทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อน ($\varepsilon_{v,\tau}$) ของแบบจำลอง Periodic AR(2) โดยวิธี Modified Porte Manteau Lack of Fit Test ได้ผลดังแสดงอยู่ในตารางที่ 4 ค่าสถิติ Q (Modified Porte Manteau Statistics) ของทุกสถานีมีค่าน้อยกว่าค่าไคสแควร์ ดังนั้นจึงไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าค่าความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง Periodic AR (2) มีความเป็นอิสระต่อกัน

เนื่องจากได้แปลงข้อมูล $X_{v,T}$ โดยใช้ฟังก์ชันล็อก และทดสอบแล้วว่า $\hat{\gamma}_y$ ของ $Y_{v,\tau}$ เข้าใกล้ 0 ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องทำการทดสอบความเป็นปกติของค่าความคลาดเคลื่อน (Salas et.al., 1988)

2. ผลการพยากรณ์ด้วยแบบจำลอง Periodic AR(2)

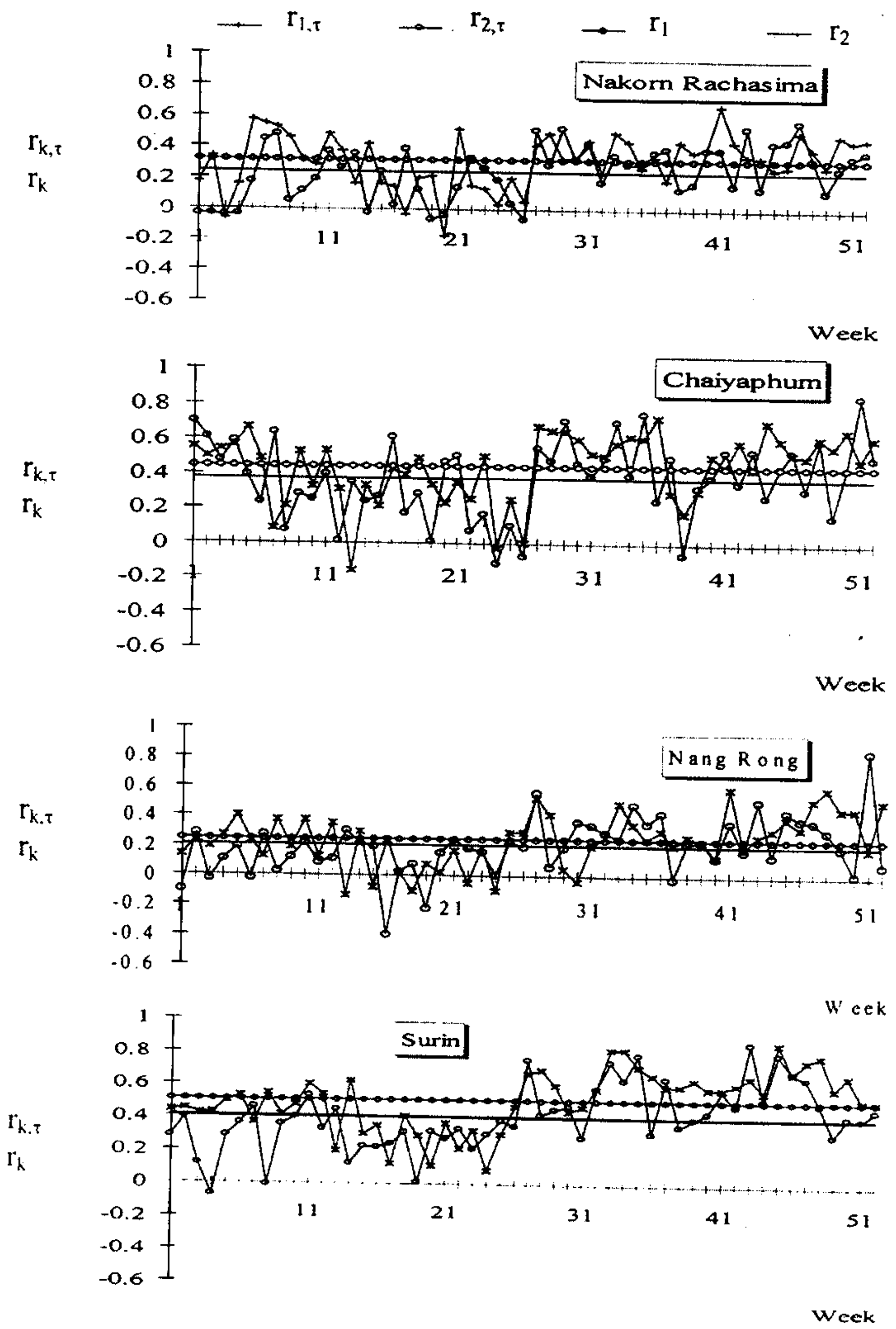
จากการใช้แบบจำลอง Periodic AR(2) พยากรณ์อัตราการระเหยรายสัปดาห์ของ 4 สถานี โดยทำการพยากรณ์ล่วงหน้าครั้งละ 1 ปี (52 สัปดาห์) ย้อนหลัง 5 ปี ระหว่าง (1992-1996) รวมเป็นการพยากรณ์ทั้งสิ้น 20 ครั้ง แล้วทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วย Z-test พบว่าค่าเฉลี่ยของการพยากรณ์ ไม่ต่างจากค่าเฉลี่ยจริงอย่างนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จำนวน 17 ครั้ง ส่วนที่เหลืออีก 3 ครั้งผลการพยากรณ์ไม่ต่างจากค่าจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.025, 0.01 และ 0.005 ตามลำดับ

รูปที่ 4 แสดงตัวอย่างการพยากรณ์รายสัปดาห์เปรียบเทียบกับค่าอัตราการระเหยจริงของสถานีนครราชสีมา ในปี 1966

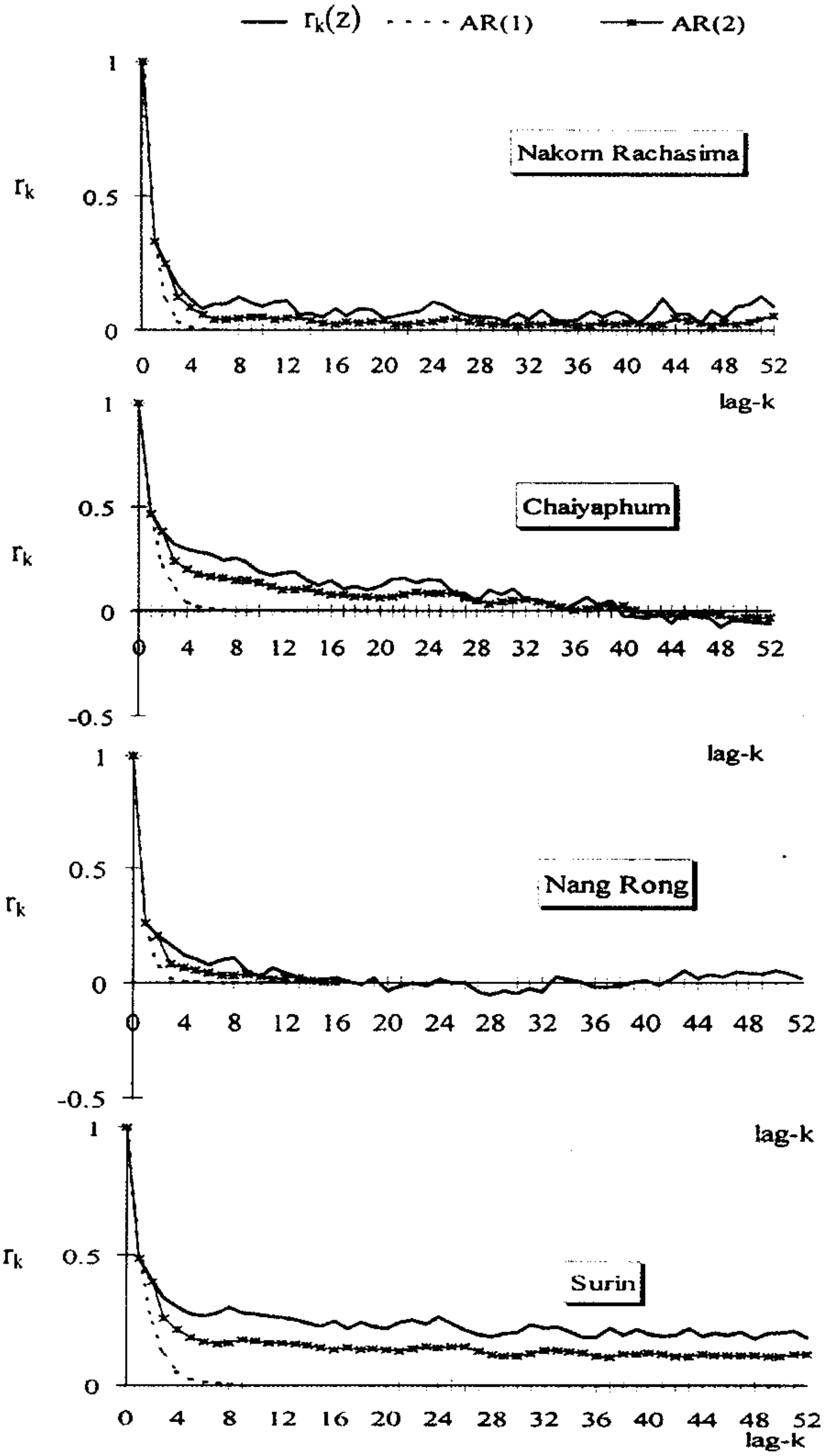
ผลการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ระหว่างค่าพยากรณ์รายสัปดาห์ รายเดือน รายฤดูกาล และรายปี กับค่าจริงแสดงอยู่ในตารางที่ 5 ซึ่งพบว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ส่วนใหญ่มีค่ามากกว่า 0.7 และการพยากรณ์ล่วงหน้าทีละ 1 สัปดาห์ มีความถูกต้องแม่นยำกว่า รายเดือน รายฤดูกาล และรายปี จึงเหมาะที่จะนำไปใช้อัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ ล่วงหน้า

ตารางที่ 3 ค่าประมาณของพารามิเตอร์แบบเปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาของแบบจำลอง Periodic AR(2) (สุประพล. 2542)

τ	นครราชสีมา			ชัยภูมิ			นางรอง			สุรินทร์		
	$\hat{\phi}_{1,\tau}$	$\hat{\phi}_{2,\tau}$	$\hat{\sigma}^2_{\varepsilon\tau}$	$\hat{\phi}_{1,\tau}$	$\hat{\phi}_{2,\tau}$	$\hat{\sigma}^2_{\varepsilon\tau}$	$\hat{\phi}_{1,\tau}$	$\hat{\phi}_{2,\tau}$	$\hat{\sigma}^2_{\varepsilon\tau}$	$\hat{\phi}_{1,\tau}$	$\hat{\phi}_{2,\tau}$	$\hat{\sigma}^2_{\varepsilon\tau}$
1	0.171	−0.042	0.969	0.553	0.694	0.212	0.134	−0.098	0.972	0.434	0.280	0.733
2	0.356	−0.103	0.875	0.231	0.479	0.595	0.198	0.256	0.882	0.345	0.247	0.746
3	−0.057	−0.029	0.995	0.404	0.274	0.652	0.205	−0.077	0.959	0.466	−0.099	0.815
4	0.155	−0.028	0.975	0.352	0.396	0.569	0.255	0.057	0.927	0.560	−0.309	0.737
5	0.565	0.083	0.660	0.649	0.025	0.560	0.378	0.090	0.831	0.464	0.084	0.744
6	0.434	0.198	0.673	0.602	−0.170	0.745	0.287	−0.134	0.931	0.471	0.126	0.704
7	0.380	0.271	0.669	−0.304	0.785	0.524	0.066	0.255	0.922	0.177	0.367	0.764
8	0.604	−0.273	0.735	0.208	0.053	0.952	0.375	−0.019	0.861	0.641	−0.251	0.646
9	0.330	−0.037	0.901	0.491	0.171	0.694	0.170	0.057	0.961	0.325	0.171	0.804
10	0.250	0.114	0.907	0.271	0.106	0.885	0.342	0.152	0.840	0.376	0.250	0.718
11	0.413	0.251	0.707	0.451	0.252	0.660	0.111	0.044	0.982	0.452	0.315	0.560
12	0.321	0.114	0.849	0.422	−0.213	0.872	0.345	0.066	0.871	0.532	0.013	0.708
13	0.036	0.343	0.872	−0.294	0.439	0.800	−0.275	0.401	0.841	−0.060	0.486	0.792
14	0.438	−0.099	0.812	0.378	0.294	0.806	0.333	0.262	0.844	0.619	−0.007	0.619
15	0.076	0.210	0.936	0.143	0.216	0.912	−0.152	0.242	0.940	0.259	0.065	0.908
16	0.147	0.001	0.978	0.308	0.546	0.535	0.206	−0.379	0.801	0.318	0.121	0.861
17	−0.093	0.400	0.842	0.394	0.003	0.844	0.014	0.026	0.999	0.046	0.224	0.940
18	0.206	0.132	0.942	0.452	0.103	0.748	−0.111	0.081	0.982	0.378	0.269	0.759
19	0.236	−0.113	0.942	0.441	−0.211	0.853	0.054	−0.211	0.950	0.344	−0.124	0.901
20	−0.174	−0.005	0.969	0.079	0.445	0.772	0.006	0.151	0.977	0.022	0.312	0.898
21	0.561	0.238	0.675	0.248	0.446	0.689	0.165	0.238	0.915	0.342	0.233	0.810
22	−0.025	0.346	0.889	0.258	−0.020	0.937	−0.081	0.196	0.961	0.104	0.296	0.879
23	0.094	0.250	0.921	0.493	0.042	0.744	0.200	0.173	0.934	0.292	0.155	0.872
24	0.003	0.191	0.964	0.048	−0.144	0.984	−0.102	0.024	0.990	−0.016	0.312	0.906
25	0.202	0.031	0.958	0.254	0.106	0.926	0.323	0.256	0.846	0.273	0.357	0.781
26	0.065	−0.079	0.992	0.020	−0.079	0.994	0.256	0.120	0.902	0.399	0.237	0.727
27	0.394	0.490	0.586	0.677	0.552	0.237	0.400	0.447	0.535	0.413	0.562	0.294
28	0.453	0.097	0.749	0.613	0.065	0.567	0.537	−0.225	0.790	0.756	−0.086	0.508
29	0.091	0.482	0.716	0.329	0.489	0.441	−0.040	0.205	0.963	0.558	0.067	0.632
30	0.250	0.245	0.837	0.525	0.121	0.627	−0.051	0.366	0.865	0.249	0.326	0.734
31	0.348	0.305	0.715	0.451	0.119	0.718	0.219	0.353	0.833	0.442	0.083	0.765
32	0.196	0.089	0.938	0.350	0.311	0.668	0.218	0.250	0.867	0.389	0.400	0.539
33	0.440	0.247	0.694	0.305	0.545	0.440	0.461	0.128	0.739	0.590	0.408	0.206
34	0.392	0.099	0.798	0.598	0.046	0.609	0.143	0.417	0.747	0.937	−0.133	0.310
35	0.175	0.225	0.884	0.238	0.600	0.404	0.143	0.309	0.853	0.210	0.615	0.363
36	0.266	0.295	0.799	0.929	−0.320	0.399	0.213	0.373	0.776	0.917	−0.343	0.494
37	0.056	0.377	0.840	−0.158	0.616	0.738	0.236	−0.085	0.949	0.303	0.445	0.530
38	0.433	0.051	0.802	0.214	−0.123	0.954	0.235	0.178	0.895	0.610	−0.005	0.631
39	0.374	0.001	0.860	0.255	0.281	0.831	0.188	0.184	0.912	0.626	0.023	0.589
40	0.299	0.276	0.773	0.436	0.253	0.679	0.109	0.103	0.972	0.517	0.110	0.647
41	0.614	0.139	0.535	0.238	0.414	0.670	0.559	0.290	0.560	0.373	0.359	0.575
42	0.600	−0.241	0.776	0.545	0.102	0.642	0.136	0.091	0.958	0.503	0.192	0.597
43	0.142	0.469	0.701	0.183	0.430	0.688	0.186	0.475	0.706	0.201	0.739	0.230
44	0.334	0.022	0.883	0.731	−0.048	0.494	0.303	0.056	0.895	0.391	0.266	0.639
45	0.135	0.385	0.798	0.585	0.028	0.633	0.283	0.353	0.732	0.609	0.452	0.113
46	0.176	0.399	0.773	0.313	0.345	0.652	0.205	0.308	0.813	0.341	0.400	0.488
47	0.372	0.467	0.545	0.470	0.068	0.742	0.448	0.228	0.680	0.590	0.251	0.386
48	0.304	0.177	0.822	0.425	0.384	0.507	0.607	−0.010	0.638	0.980	−0.254	0.354
49	0.274	0.010	0.923	0.751	−0.306	0.627	0.527	−0.120	0.784	0.932	−0.430	0.578
50	0.447	0.145	0.744	0.601	0.099	0.562	0.562	−0.236	0.749	0.641	0.039	0.557
51	0.369	0.166	0.777	−0.128	0.936	0.265	−0.247	0.965	0.226	0.446	0.110	0.724
52	0.365	0.214	0.751	0.489	0.260	0.570	0.514	−0.018	0.739	0.383	0.258	0.684



รูปที่ 2 กราฟ $r_{k,\tau}$ และ r_k ของอนุกรมเวลาปกติมาตรฐาน ($Z_{v,\tau}$) ของ 4 สถานีอุตุนิยมที่ศึกษา



รูปที่ 3 ***Historical Correlogram r_k (z) เปรียบเทียบกับ Correlogram ของแบบจำลอง AR(1) และ AR(2)***

ตารางที่ 4 ค่าสถิติ Q สำหรับตรวจสอบความเป็นอิสระของแบบจำลอง AR(2) (สุประพล. 2542)

สถานีอุตุนิยมวิทยา	$Q = N\sum_{k=1}^{L}\sum_{\tau=1}^{\omega} r_{k,\tau}^2(\hat{e})$					$\chi^2_{0.05}$ (L-2)
	N	L	ω	$r_{k,\tau}^2(\hat{e})$	Q	
นครราชสีมา	30	9	52	0.287	8.61	14.10
ชัยภูมิ	20	6	52	0.302	6.04	9.49
นางรอง	26	8	52	0.277	7.20	12.60
สุรินทร์	34	11	52	0.385	13.09	16.90

ตารางที่ 5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ระหว่างค่าพยากรณ์เปรียบเทียบกับค่าอัตราการระเหย ปี ค.ศ.1996 (สุประพล. 2542)

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r)	สถานีอุตุนิยมวิทยา			
	นครราชสีมา	ชัยภูมิ	นางรอง	สุรินทร์
รายสัปดาห์	0.8300	0.8637	0.7098	0.8107
รายเดือน	0.8284	0.8630	0.7074	0.8097
รายฤดูกาล	0.8279	0.8618	0.7070	0.8072
รายปี	0.8274	0.8602	0.7057	0.8050

1 สัปดาห์ เพื่อประโยชน์ในการคำนวณจัดสรรน้ำชลประทานประจำสัปดาห์

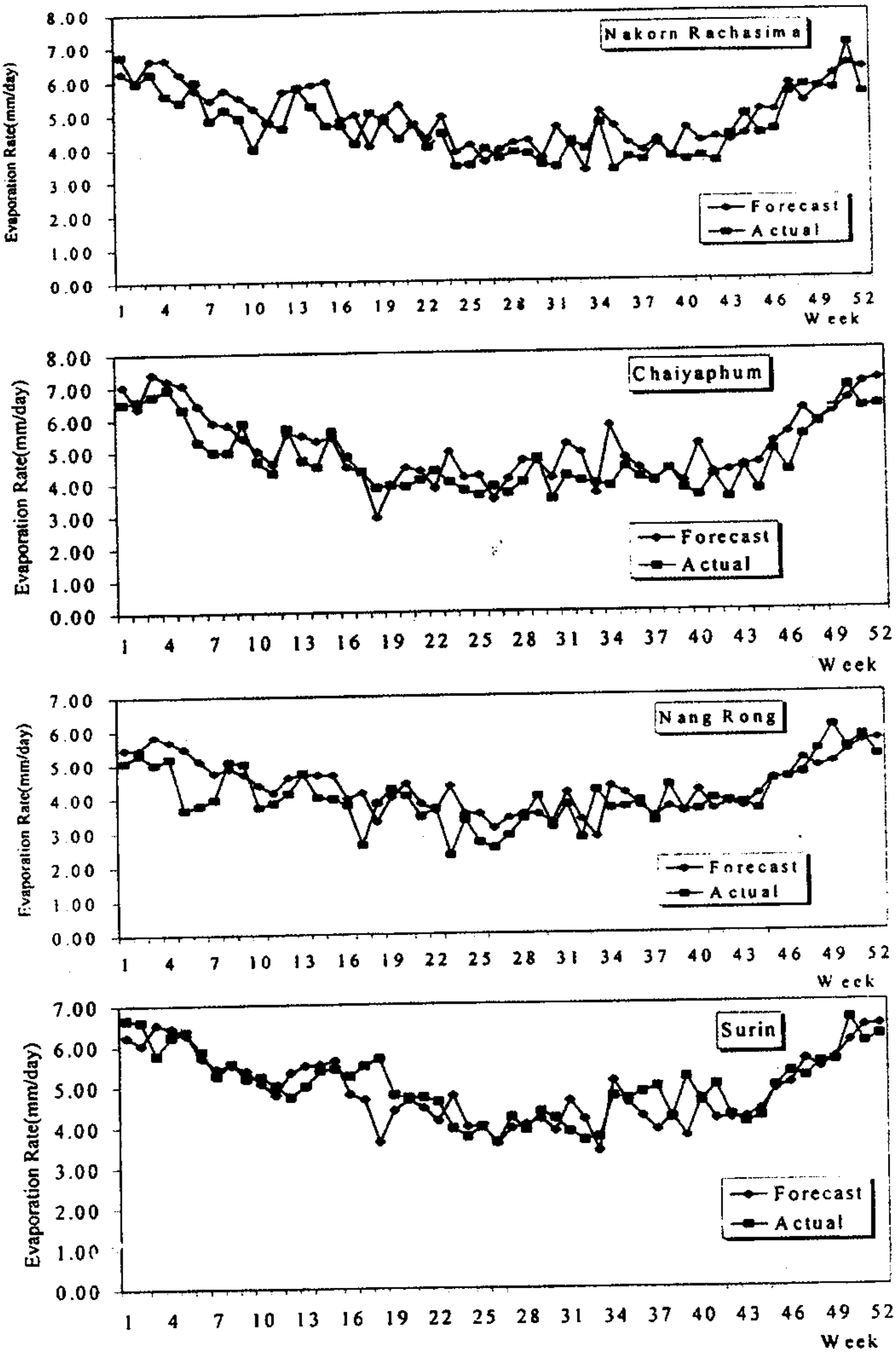
สรุป

จากการศึกษาหาแบบจำลองที่เหมาะสมและการพยากรณ์อัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบ เอ โดยใช้ข้อมูลอัตราการระเหยรายสัปดาห์จาก 4 สถานีคือ สถานีอุตุนิยมวิทยานครราชสีมา ชัยภูมิ นางรอง และสุรินทร์ ซึ่งมีข้อมูลอยู่ระหว่าง 20-34 ปี และใช้แบบจำลอง Periodic AR(p) สามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. แบบจำลอง AR(2) ซึ่งมีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปตามช่วงเวลาเหมาะที่จะใช้พยากรณ์ค่าอัตราการระเหยรายสัปดาห์

2. ผลการทดสอบค่าเฉลี่ยของค่าพยากรณ์และค่าจริง ด้วย Z-test ของทั้ง 4 สถานีพบว่าผลการพยากรณ์ไม่ต่างจากค่าจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จำนวน 17 ครั้ง และไม่ต่างจากค่าจริงที่ระดับนัยสำคัญ 0.025, 0.01 และ 0.005 จำนวน 3 ครั้ง

3. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ระหว่างค่าพยากรณ์ล่วงหน้า 1 สัปดาห์ 1 เดือน 1 ฤดูกาล และ 1 ปีกับค่าจริงมีค่ามากกว่า 0.7 ซึ่งถือว่าสูงพอสมควร การพยากรณ์ล่วงหน้า 1 สัปดาห์ มีค่า r สูงกว่าการพยากรณ์ระยะยาวเล็กน้อย



รูปที่ 4 ผลการเปรียบเทียบค่าพยากรณ์กับค่าอัตราระเหยรายสัปดาห์จริง ปี ค.ศ.1992 ของสถานีอุตุนิยมวิทยานครราชสีมา

เอกสารอ้างอิง

[1] สุประพล วัตตะสิริชัย. 2542. การคาดคะเนอัตราการระเหยจากถาดวัดการระเหยแบบเอ และการวิเคราะห์ค่าการระเหยของน้ำจากอ่างเก็บน้ำวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท. ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน. บัณฑิตวิทยาลัย. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. 409 น.

[2] Beard, L.R. 1967. Simulation of Daily Stream Flow. Proceedings of the International Hydrology Symposium. Fort. Collins, Colorado, U.S.A.

[3] Box, G.E.P. and G.M. Jenkins. 1970. Time Series Analysis : Forecasting and Control. 1st ed. Holden-day Inc, San Francisco. U.S.A.

[4] Box, G.E.P, Jenkins, G.M. and G.C. Reinsel. 1994. Time Series Analysis : Forecasting and Control. 3rd ed. Prentice Hall, U.S.A. 598 p.

[5] Fiering, M.B. and B.B. Jackson. 1971. Synthetic Hydrology. Monograph No.1. American Geophysical Union, Washington, D.C., U.S.A.

[6] Tao, P.C. and J.W. Delleur. 1976. Seasonal and Non-Seasonal ARMA models in Hydrology. ASCE J. Hydr. Div., 102, Hy10. p. 1541-1599.

[7] Salas, J.D. 1972. Range Analysis of Periodic Stochastic Processes. Hydrology Paper 57, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, U.S.A., p.11.

[8] Salas, J.D, Delleur, J.W. Yevjevich, V. and W.L. Lane. 1988. Applied Modeling of Hydrologic Time Series. Water Resources Publications. Colorado, U.S.A. 482 p.

[9] Yevjevich, V. 1972. Stochastic Processes in Hydrology. Water Resources Publication. Colorado, U.S.A. 276 p.