

การวิเคราะห์ความแม่นยำของแบบจำลองโดยใช้ Nash-Sutcliffe Efficiency และ R^2

โดย รศ.ดร.วราวุธ วุฒินิชย์

ภาควิชาวิศวกรรมชลประทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

1. คำนำ

ปกติแล้วนักอุทกวิทยาจำเป็นต้องรู้วิธีการประเมินความแม่นยำของแบบจำลอง (Model Accuracy or Performance) ด้วยเหตุผลต่างๆ ดังต่อไปนี้คือ (1) เพื่อการประเมินความสามารถของแบบจำลองในลอกเลียนแบบพฤติกรรมในการเกิดน้ำท่าของต้นน้ำในอดีต และการทำนายพฤติกรรมการเกิดน้ำท่าของต้นน้ำในอนาคต (2) เพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ในการปรับปรุงแบบจำลองโดยการปรับค่าพารามิเตอร์หรือโครงสร้างของแบบจำลองเพื่อให้สามารถทำนายคุณลักษณะของต้นน้ำทั้งในเชิงพื้นที่และเวลา (3) เพื่อใช้เปรียบเทียบการจำลองที่กำลังศึกษากับผลการศึกษาที่ทำมาก่อนหน้านั้น กระบวนการในการประเมินความแม่นยำของแบบจำลองจะทำโดยการพิจารณาความสอดคล้องกัน (Closeness หรือ Goodness of Fit) ของค่าจากผลการจำลอง (Simulated Result) และค่าสังเกตที่ได้มีการบันทึกไว้หรือค่าที่เกิดขึ้นจริง (Observations) ซึ่งมักจะทำได้โดยการตรวจสอบกราฟที่พล็อตเปรียบเทียบค่าทั้งสองด้วยสายตา (Visual Inspection) และการคำนวณค่าความผิดพลาด (Error) ระหว่างค่าจากแบบจำลองและค่าสังเกตที่เกิดขึ้นจริง โดยใช้เกณฑ์การประเมินเชิงประสิทธิภาพ (Efficiency Criteria) เช่น สัมประสิทธิ์ในการตัดสินใจ (Coefficient of Determination, R^2), Nash-Sutcliffe efficiency (NSE) และ Index of Agreement (Krause et al., 2005) หรือเกณฑ์อื่นๆ เช่น Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE) เป็นต้น

ในประเทศไทยนักอุทกวิทยา หรือผู้ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างหรือใช้แบบจำลองมักนิยมใช้เกณฑ์การประเมินทั้ง NSE และ R^2 ซึ่งผู้เขียนเคยถูกถามเสมอๆว่าแล้วเกณฑ์การประเมินทั้ง 2 นี้ เหมือนกันหรือต่างกัน และทำไมทั้งๆที่สูตรการคำนวณ NSE และ R^2 เหมือนกัน แต่ค่า NSE และ R^2 ที่คำนวณได้บางครั้งเท่ากัน แต่บางครั้งก็ต่างกัน ดังตัวอย่างในตารางที่ 1 ดังนั้นผู้เขียนจึงขอถือโอกาสนี้ขยายความให้พวกเราชลกรทราบ ว่า NSE และ R^2 เหมือนหรือต่างกันตรงไหน และจำเป็นต้องใช้ทั้ง NSE และ R^2 ในการประเมินความแม่นยำของแบบจำลองหรือไม่

2. นิยามของ NSE และ R^2

Nash-Sutcliffe Efficiency (NSE) (Nash and Sutcliffe, 1970) คือกรณีหนึ่งที่นิยมใช้ในการบอกค่าความแม่นยำของแบบจำลอง (Model Accuracy) หรือประสิทธิภาพ-ประสิทธิผลของแบบจำลอง (Model Performance) ในการคาดคะเนค่าที่ต้องการ สูตรการคำนวณหาค่า NSE แสดงอยู่ในสมการที่ 1

ตารางที่ 1 ค่า NSE และ ค่า R^2 ของแบบจำลอง HSPF และ HSPF-UNET ในการทำนายค่าน้ำท่าของสถานีตรวจวัดน้ำ Marseilles (Lian et al., 2005)

Model	Marseilles Gage		
	Daily	Monthly	Annual
Nash-Sutcliffe Efficiency(NSE)			
HSPF	0.72	0.89	0.93
HSPF-UNET	0.79	0.88	0.93
Coefficient of Determination (R^2)			
HSPF	0.74	0.89	0.93
HSPF-UNET	0.80	0.89	0.93

หมายเหตุ: HSPF คือแบบจำลอง Hydrologic Simulation Program-Fortran

HSPF-UNET คือแบบจำลอง HSPF ผสมกับ UNET (One-dimensional Unsteady State Flow Model)

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [1]$$

เมื่อ Y_i = ค่าสังเกต (Observed Value) ที่ i เมื่อ i มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง n

$\hat{Y}_i$ = ค่าคาดคะเนจากแบบจำลองของค่า Y_i

$\bar{Y}$ = ค่าเฉลี่ยของ Y_i

NSE จะมีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ ถึง 1 ซึ่งสามารถแปลความหมายค่า NSE ได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การแปลความหมายค่า NSE

ค่า NSE	การแปลความหมายของความแม่นยำในการคาดคะเน (Model Accuracy)
1	แบบจำลองสามารถคาดคะเนค่าโดยไม่มีผิดพลาด (Perfect Fit)
> 0 ถึง < 1	แบบจำลองสามารถคาดคะเนค่าโดยมีความแม่นยำมากกว่าการใช้ค่าเฉลี่ย (Arithmetic Mean)
0	แบบจำลองสามารถคาดคะเนค่าโดยมีความแม่นยำไม่ต่างจากการคาดคะเนโดยใช้ค่าเฉลี่ย
< 0	แบบจำลองสามารถคาดคะเนค่าโดยมีความแม่นยำน้อยกว่าการคาดคะเนโดยใช้ค่าเฉลี่ย
≥ 0.75	Good prediction (Lian et al., 2007)
0.36-0.75	Satisfactory prediction (Lian et al., 2007)

ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น (Linear Regression) ค่าสัมประสิทธิ์ในการตัดสินใจหรือ Coefficient of Determination (R^2) หมายถึงสัดส่วนที่ตัวแปรอิสระ (X) สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตาม (Y) ได้ โดย R^2 จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 ถ้าค่า R^2 เข้าใกล้ 1 แสดงว่า X สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้มาก ถ้าค่า R^2 เข้าใกล้ 0 แสดงว่า X สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ Y ได้

น้อย ตามนัยของนิยามนี้ ค่า R^2 สามารถคำนวณได้จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ของสมการถดถอย ซึ่งมีรูปแบบดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ของสมการถดถอยเชิงเส้น

SOURCES OF VARIATION	DF	SS	MS	F
Regression (R)	k	SSR	MSR	MSR/MSE
Error หรือ Residual (E)	n-k-1	SSE	MSE	
Total (T)	n-1	SST		

หมายเหตุ : k=จำนวนตัวแปรอิสระในสมการถดถอยเชิงเส้น, n=จำนวนข้อมูลที่ใช้วิเคราะห์

SS_{-} = Sum of Square, MS_{-} = Mean Square หรือ Sample Variance

จากตารางที่ 2 จะสามารถคำนวณหาค่า R^2 ได้ดังสมการ

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad [2]$$

$$\text{เมื่อ } SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า R^2 ในสมการที่ [2] และ NSE ในสมการที่ [1] มีรูปแบบสมการที่เหมือนกัน

ในกรณีที่ X และ Y มีความสัมพันธ์แบบถดถอยเชิงเส้นแบบง่าย (Simple Linear Regression) ดัง

สมการ

$$\hat{Y} = aX + b \quad [3]$$

เมื่อ $\hat{Y}$ = ตัวประมาณค่าของตัวแปรตาม Y

X = ตัวแปรอิสระ

a และ b = ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอย ซึ่งเป็นค่าคงที่

สมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายจะสามารถใช้ประมาณค่า Y ได้ดี ถ้า X และ Y มีสหสัมพันธ์ดี ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient, r) ระหว่าง X และ Y จะสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 4

$$r = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{VAR(X) \cdot VAR(Y)}} \quad [4]$$

เมื่อ r หรือ $r(X, Y)$ = ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ X และ Y

$COV(X, Y)$ = ความแปรปรวนร่วม (Covariance) ระหว่างตัวแปร X และ Y

$VAR(X)$ = ความแปรปรวนของ X

$VAR(Y)$ = ความแปรปรวนของ Y

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) ระหว่าง X และ Y จะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 กำลังสองของค่า r หรือ r^2 จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0-1 เช่นเดียวกับ R^2 ตามที่กล่าวมาแล้วในสมการที่ 2 และตามความหมายนี้ ถ้า r^2 เท่ากับ 0 แสดงว่าตัวแปรทั้งสองไม่มีสหสัมพันธ์เชิงเส้นกัน ถ้า r^2 เท่ากับ 1 แสดงว่ามีสหสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างสมบูรณ์

กรณีของสมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่าย ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง Y และ $\hat{Y}$ หรือ $r(Y, \hat{Y})$ จะเท่ากับ $r(X, Y)$ ดังสมการ

$$\begin{aligned} r(Y, \hat{Y}) &= \frac{COV(Y, \hat{Y})}{\sqrt{VAR(Y) \cdot VAR(\hat{Y})}} = \frac{COV(Y, aX + b)}{\sqrt{VAR(Y) \cdot VAR(aX + b)}} \\ &= \frac{a \cdot COV(X, Y)}{\sqrt{a^2 VAR(X) \cdot VAR(Y)}} = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{VAR(X) \cdot VAR(Y)}} = r(X, Y) \end{aligned} \quad [5]$$

ดังนั้น กรณีแบบจำลองเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่าย

$$NSE = R^2 = r^2(X, Y) = r^2(Y, \hat{Y}) \quad [6]$$

กรณีที่แบบจำลองเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นแต่ไม่ใช่แบบง่าย $r(X, Y)$ จะไม่เท่ากับ $r(Y, \hat{Y})$ ซึ่งทำให้สามารถสรุปได้ว่า

$$NSE = R^2 = r^2(Y, \hat{Y}) \neq r^2(X, Y) \quad [7]$$

ส่วน R^2 และ $r^2(Y, \hat{Y})$ นั้นมีความหมายเหมือนกัน

กรณีที่แบบจำลองไม่ใช่สมการถดถอยแล้ว NSE อาจไม่เท่ากับ R^2 บางกรณี R^2 มีสูง ใกล้ 1 ซึ่งเป็นการบอกว่าค่าประมาณจากแบบจำลอง ($\hat{Y}$) มีสหสัมพันธ์ดีกับค่าสังเกต (Y) แต่แบบจำลองอาจมีความแม่นยำน้อยในการคาดคะเนค่า หรือ NSE มีค่าต่ำใกล้ศูนย์ อย่างไรก็ตามกรณีนี้การปรับค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองจะทำให้ไม่ยากนัก ต่างจากกรณีที่ทั้ง NSE และ R^2 มีค่าต่ำทั้งคู่ ดังนั้นกรณีที่แบบจำลองไม่ใช่สมการถดถอยแล้ว ควรคำนวณทั้งค่า NSE และ R^2

หัวข้อถัดไปจะแสดงตัวอย่างการคำนวณแบบง่ายๆ เพื่อสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับการเลือกใช้ค่า NSE และ R^2

3. ตัวอย่างการคำนวณ

3.1.1 กรณีที่แบบจำลองเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่าย

สมมติให้ตัวแปร X และ Y มีค่าดังตารางที่ 4 และใช้แบบจำลองถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายประมาณค่า Y จากข้อมูลในตารางที่ 4 จะสามารถวิเคราะห์หาสัมประสิทธิ์ของสมการถดถอยพร้อมวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) เพื่อทดสอบนัยสำคัญของสมการถดถอยได้โดยใช้ Data Analysis Tool ของ MS.Excel ได้ดังตารางที่ 5 ซึ่งพบว่าแบบจำลองคือ $\hat{Y} = 2.1154X + 3.3333$ เมื่อใช้แบบจำลองประมาณค่า Y จะสามารถคำนวณค่า NSE, R^2 , $r^2(X, Y)$ และ $r^2(Y, \hat{Y})$ ได้ดังนี้

$$NSE = R^2 = 1 - \frac{97.013}{736.917} = 0.8648$$

$$r^2(X, Y) = \frac{(27.5)^2}{13 \times 66.992} = 0.8648$$

$$r^2\left(Y, \hat{Y}\right) = \frac{(58.173)^2}{66.992 \times 58.173} = 0.8648$$

จึงสามารถสรุปได้ว่ากรณีที่แบบจำลองคือสมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายนั้น NSE , R^2 , $r^2(X, Y)$ และ $r^2(Y, \hat{Y})$ จะมีค่าเท่ากัน

ตารางที่ 4 กรณีที่แบบจำลองเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นแบบง่าย $\hat{Y} = 2.1154X + 3.3333$

	X_i	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$Y_i - \bar{Y}$
	1	6	5.449	0.551	-11.083
	2	4	7.564	-3.564	-13.083
	3	8	9.679	-1.679	-9.083
	4	12	11.795	0.205	-5.083
	5	15	13.910	1.090	-2.083
	6	20	16.026	3.974	2.917
	7	24	18.141	5.859	6.917
	8	18	20.256	-2.256	0.917
	9	23	22.372	0.628	5.917
	10	20	24.487	-4.487	2.917
	11	25	26.603	-1.603	7.917
	12	30	28.718	1.282	12.917
$\Sigma(-)^2$				97.013=SSE	736.917=SST
VAR(-)	13	66.992	58.173		
COV(X,Y)		27.500			
COV(Y, $\hat{Y}$)			58.173		

ตารางที่ 5 ผลการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายด้วย MS.Excel

SUMMARY OUTPUT (Y vs. X)

Regression Statistics					
Multiple R	0.9319				
R Square	0.8684				
Adjusted R Square	0.8552				
Standard Error	3.1147				
Observations	12				

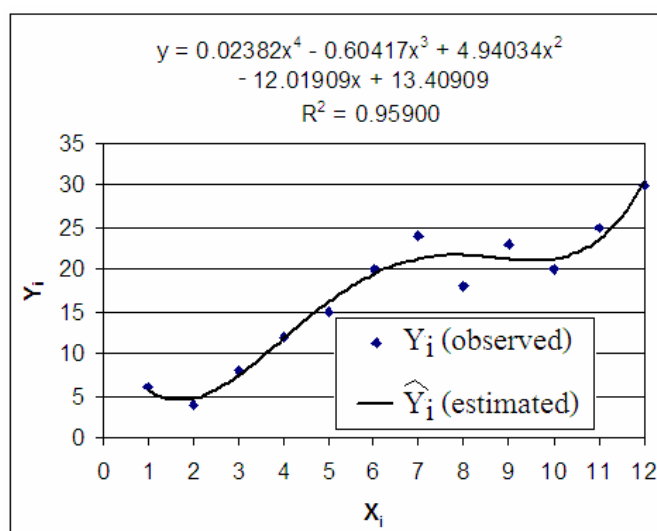
ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	639.904	639.904	65.961	0.000
Residual or Error	10	97.013	9.701		
Total	11	736.917			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	3.3333	1.917	1.739	0.113	-0.938	7.605
X	2.1154	0.260	8.122	0.000	1.535	2.696

3.1.2 กรณีที่แบบจำลองเป็นสมการถดถอยอื่นที่ไม่ใช่เชิงเส้นแบบง่าย

เมื่อนำข้อมูลในตารางที่ 4 ไปพล็อตกราฟ (ดังรูปที่ 1) และใช้สมการถดถอยแบบ Polynomial ฟิตกับข้อมูล จะได้สมการถดถอยแบบ Polynomial ลำดับที่ 4 คือ

$$\hat{Y} = 0.01382X^4 - 0.60417X^3 + 1.94034X^2 - 12.01909X + 13.40909 \quad [8]$$



รูปที่ 1 กราฟแสดงการกระจายของข้อมูล X และ Y และกราฟ Polynomial ลำดับที่ 4

เมื่อใช้แบบจำลองการถดถอยแบบ Polynomial ลำดับที่ 4 ในสมการที่ [8] ประมาณค่า $\hat{Y}$ เมื่อ X มีค่าต่างๆ จะสามารถคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนในการทำนายค่า Y ได้ ดังแสดงในตารางที่ 6 และสามารถคำนวณค่า NSE, R^2 , $r^2(X,Y)$ และ $r^2(Y, \hat{Y})$ ได้ดังนี้

$$NSE = R^2 = 1 - \frac{30.213}{736.917} = 0.959$$

$$r^2(X, Y) = \frac{(27.5)^2}{13 \times 66.992} = 0.8648$$

$$r^2\left(Y, \hat{Y}\right) = \frac{(64.235)^2}{66.992 \times 64.225} = 0.959$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า กรณีที่ใช้แบบจำลองถดถอยแบบ Polynomial ค่า NSE, R^2 และ $r^2(Y, \hat{Y})$ จะมีค่าเท่ากัน คือ 0.959 แตต่างจากค่า $r^2(X, Y)$

ตารางที่ 6 ผลการใช้แบบจำลองการถดถอยแบบ Polynomial ลำดับที่ 4 ประมาณค่า $\hat{Y}$

	X_i	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$Y_i - \bar{Y}$
	1	6	5.750	0.250	-11.083
	2	4	4.680	-0.680	-13.083
	3	8	7.432	0.568	-9.083
	4	12	11.809	0.191	-5.083
	5	15	16.188	-1.188	-2.083
	6	20	19.517	0.483	2.917
	7	24	21.314	2.686	6.917
	8	18	21.670	-3.670	0.917
	9	23	21.248	1.752	5.917
	10	20	21.282	-1.282	2.917
	11	25	23.579	1.421	7.917
	12	30	30.515	-0.515	12.917
$\Sigma(-)^2$				30.2133=SSE	736.917=SST
VAR(-)	13	66.992	64.225		
COV(X,Y)		27.500			
COV(Y, $\hat{Y}$)			64.235		

3.1.3 กรณีที่ใช้ค่าเฉลี่ยในการทำนาย

จากข้อมูล X และ Y ในตารางที่ 4 ค่าเฉลี่ยของ Y คือ 17.083 ถ้าใช้ค่าเฉลี่ยในการทำนายค่า Y จะสามารถคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนในการทำนายได้ดังแสดงในตารางที่ 7 และสามารถคำนวณหาค่า

NSE, $r^2(X, Y)$ และ $r^2(Y, \hat{Y})$ ได้ดังนี้

$$NSE = 1 - \frac{736.917}{736.917} = 0$$

$$r^2(X, Y) = \frac{(27.5)^2}{13 \times 66.992} = 0.8648$$

$$r^2\left(Y, \hat{Y}\right) = \frac{(0)^2}{66.992 \times 0} = 0 = R^2$$

ผลการคำนวณพบว่า NSE และ $r^2(Y, \hat{Y})$ มีค่าเท่ากันและเท่ากับ 0 ส่วน $r^2(X, Y)$ ยังคงมีค่าเท่าเดิมคือ 0.8648 และเมื่อวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายระหว่าง $\hat{Y}$ และ Y จะได้ค่า R^2 ตามสมการที่ 2 เท่ากับ 0 ซึ่งเท่ากับค่า $r^2(Y, \hat{Y})$ ซึ่งหมายความว่าแบบจำลองไม่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของค่า Y ได้ หรือ $\hat{Y}$ และ Y ไม่มีสหสัมพันธ์กันเลย ค่า NSE เท่ากับ 0 แสดงว่าการใช้ค่าเฉลี่ยในการทำนายไม่มีความแม่นยำ

ตารางที่ 7 ค่าความคลาดเคลื่อนในการทำนายด้วยค่าเฉลี่ย

	X_i	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$Y_i - \bar{Y}$
	1	6	17.083	-11.083	-11.083
	2	4	17.083	-13.083	-13.083
	3	8	17.083	-9.083	-9.083
	4	12	17.083	-5.083	-5.083
	5	15	17.083	-2.083	-2.083
	6	20	17.083	2.917	2.917
	7	24	17.083	6.917	6.917
	8	18	17.083	0.917	0.917
	9	23	17.083	5.917	5.917
	10	20	17.083	2.917	2.917
	11	25	17.083	7.917	7.917
	12	30	17.083	12.917	12.917
Mean		17.083			
$\Sigma(-)^2$				736.9167=SSE	736.9167=SST
VAR(-)	13	66.992	0.000		
COV(X,Y)		27.500			
COV(Y, $\hat{Y}$)			0.000		

3.1.4 กรณีที่แบบจำลองมีความคลาดเคลื่อนมาก

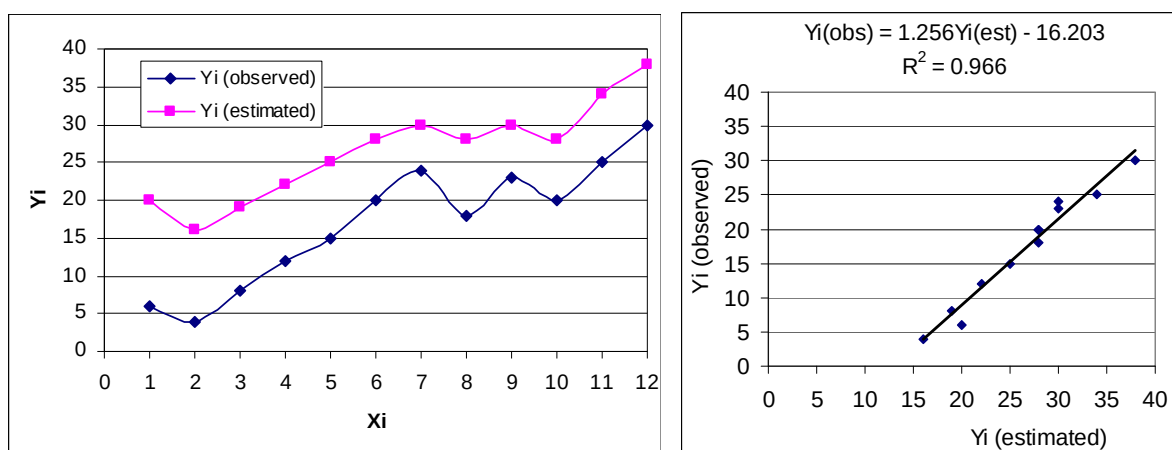
ในกรณีนี้จะสมมติว่าแบบจำลองมีความคลาดเคลื่อนมาก มากกว่าการทำนายโดยค่าเฉลี่ย จึงลองสมมติค่า $\hat{Y}_i$ ซึ่งแตกต่างจากค่า Y_i มากๆ ดังแสดงในรูปที่ 2 ผลการคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนในการทำนายแสดงอยู่ในตารางที่ 8 ซึ่งสามารถคำนวณค่า NSE, R^2 , $r^2(X, Y)$ และ $r^2(Y, \hat{Y})$ ได้ดังนี้

$$NSE = 1 - \frac{1,119}{736.917} = -0.518$$

$$r^2(X, Y) = \frac{(27.5)^2}{13 \times 66.992} = 0.8648$$

$$r^2\left(Y, \hat{Y}\right) = \frac{(64.871)^2}{66.992 \times 82.992} = 0.966 = R^2$$

กรณีค่าแบบจำลองให้ค่า $\hat{Y}$ ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนมาก NSE จะน้อยกว่า 0 แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองมีความแม่นยำต่ำมาก และเมื่อวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นแบบง่ายระหว่าง $\hat{Y}$ และ Y จะได้ค่า R^2 ตามสมการที่ 2 เท่ากับ 0.966 ซึ่งเท่ากับค่า $r^2(Y, \hat{Y})$ ซึ่งหมายความว่าแบบจำลองสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของค่า Y ได้มาก หรือ $\hat{Y}$ และ Y มีสหสัมพันธ์กันสูงมาก ถึงแม้ว่าแบบจำลองจะมีความคลาดเคลื่อนสูงก็ตาม กรณีนี้สามารถปรับโครงสร้างหรือพารามิเตอร์ของแบบจำลองเพื่อเพิ่มความแม่นยำได้ไม่ยากมากนัก หรืออาจใช้สมการถดถอยเชิงเส้นในรูปที่ 2 ($Y_i^* = 1.256\hat{Y}_i - 16.203$) เพื่อปรับค่าผลลัพธ์ของแบบจำลอง $\hat{Y}$ จะสามารถเพิ่มความแม่นยำในการทำนายค่าของแบบจำลองได้ ค่า NSE ใหม่ จะเพิ่มเป็น 0.966 ดังแสดงในตารางที่ 8



รูปที่ 2 ผลการทำนายกรณีที่แบบจำลองมีความคลาดเคลื่อนมาก และการพล็อตผลการทำนายเทียบกับค่าสังเกต

ตารางที่ 8 ผลการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกรณีที่เป็นแบบจำลองที่มีความคลาดเคลื่อนมาก

	X_i	Y_i	$\hat{Y}_i$	$Y_i - \hat{Y}_i$	$Y_i - \bar{Y}$	$Y_i^* = 1.256\hat{Y}_i - 16.203$	$Y_i - Y_i^*$
	1	6	20	-14.000	-11.083	8.917	-2.917
	2	4	16	-12.000	-13.083	3.893	0.107
	3	8	19	-11.000	-9.083	7.661	0.339
	4	12	22	-10.000	-5.083	11.429	0.571
	5	15	25	-10.000	-2.083	15.197	-0.197
	6	20	28	-8.000	2.917	18.965	1.035
	7	24	30	-6.000	6.917	21.477	2.523
	8	18	28	-10.000	0.917	18.965	-0.965
	9	23	30	-7.000	5.917	21.477	1.523
	10	20	28	-8.000	2.917	18.965	1.035
	11	25	34	-9.000	7.917	26.501	-1.501
	12	30	38	-8.000	12.917	31.525	-1.525
$\Sigma(-)^2$				1119.000	736.917		25.337
VAR(-)	13	66.992	82.992			$NSE' = 1 - \frac{25.337}{736.917} = 0.966$	
COV(X,Y)		27.500					
COV(Y, $\hat{Y}$)			64.871				

4. เอกสารอ้างอิง

- [1] Krause, P., Boyle, D.P. and F. Base (2005), Comparison of different efficiency criteria for hydrologic model assessment, *Advances in Geosciences* 5:89-97.
- [2] Lian, Y., Chan, I-Chi., Singh, J., Demissie, M., Knapp, V. and H. Xie (2007), Coupling of hydrologic and hydraulic models for the Illinois River Basin, *Journal of Hydrology* 344:210–222. referred to Motovilov, Y.G., Gottschalk, L., Engeland, K. and A. Rohde (1999), Validation of a distributed hydrological model against spatial observations. *Agriculture and Forest Meteorology* 98–99, 257–277.
- [3] Nash, J.E. and J.V. Sutcliffe (1970), River Flow Forecasting Through Conceptual Models, Part 1: A Discussion of Principles, *Journal of Hydrology* 10(3): 282-290.